# ORTAOKUL

# MATEMATİK 8. SINIF

## DERS KİTABI

Ekrem Aydın

Bu kitap, Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulunun 30.11.2015 tarih ve 92 sayılı (ekli listenin 183'üncü sırasında) Kurul Kararı ile 2016 - 2017 öğretim yılından itibaren 5 (beş) yıl süreyle ders kitabı olarak kabul edilmiştir.

SEVGİ Yayınları Cilt ve Basımevi - Gönül Bayram
Cevat Dündar Cad. No.: 139/C 06370 Ostim /Ankara
tel.: (0312) 385 90 99 belgeç: (0312) 385 91 82
www.sevgiyayinlari.com.tr

ORTAOKUL

# MATEMATİK
# 8. SINIF

DERS KİTABI

**Editör:** Didem Eren SAVAŞKAN
**Dil Uzmanı:** Nizamettin UĞUR
**Görsel Uzmanı:** Ersan YAĞIZ
**Program Geliştirme Uzmanı:** Subhan EKŞİOĞLU
**Rehberlik Uzmanı:** Mehmet Berkay ÖZÜNLÜ
**Ölçme Değerlendirme Uzmanı:** Deniz ÖZDEMİR
**ISBN:** 978 - 975 - 8270 - 45 - 3
**Yayıncı Sertifika No.:** 12 662



**Baskı:** KOZA Yayın Dağıtım AŞ, Ankara 2016

**SEVGİ Yayınları Cilt ve Basımevi - Gönül Bayram**
**Cevat Dündar Cad. No.: 139/C 06370 Ostim /Ankara**
**tel.: (0312) 385 90 99 belgeç: (0312) 385 91 82**
**www.sevgiyayinlari.com.tr**

# İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

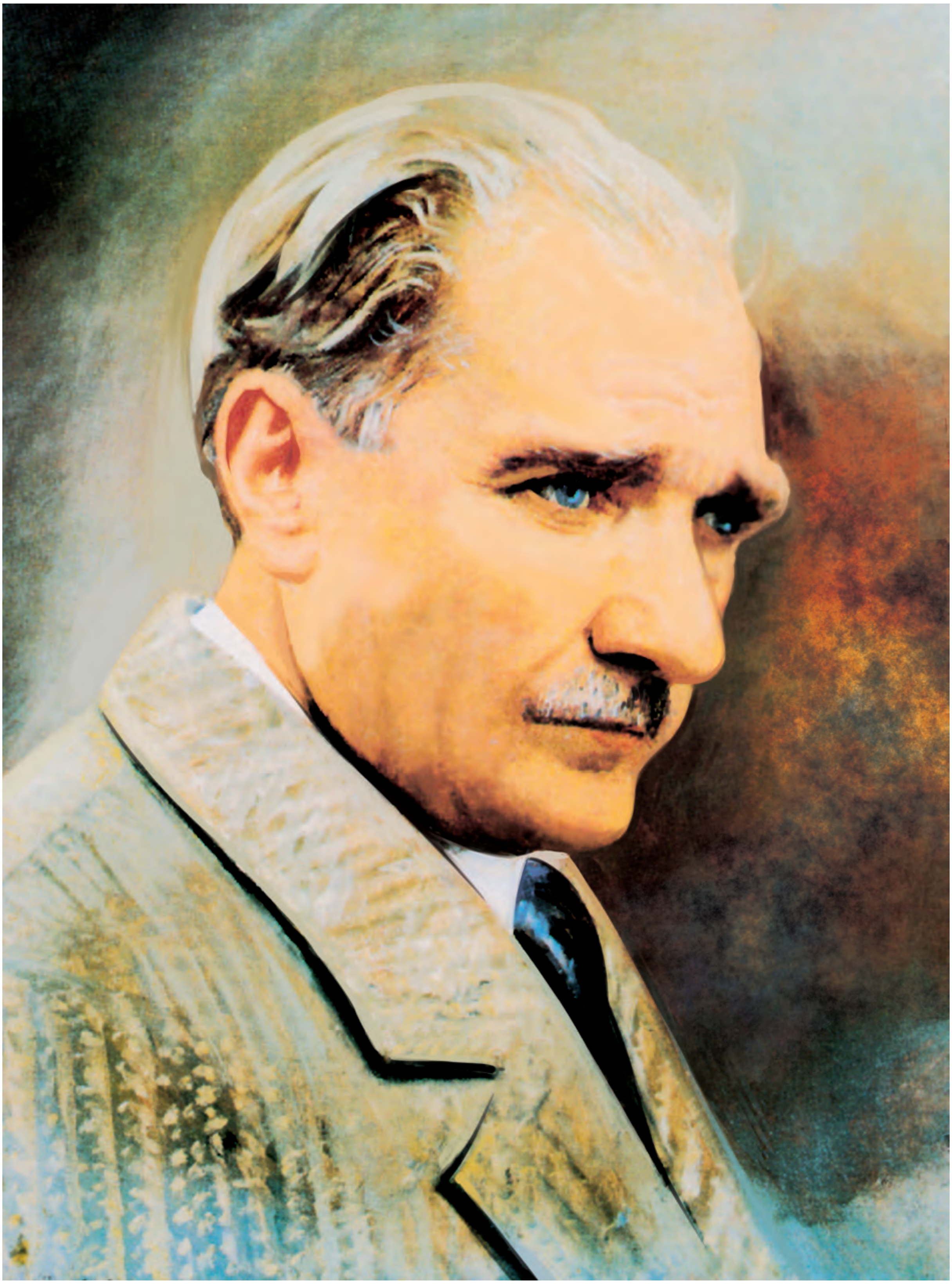
# GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

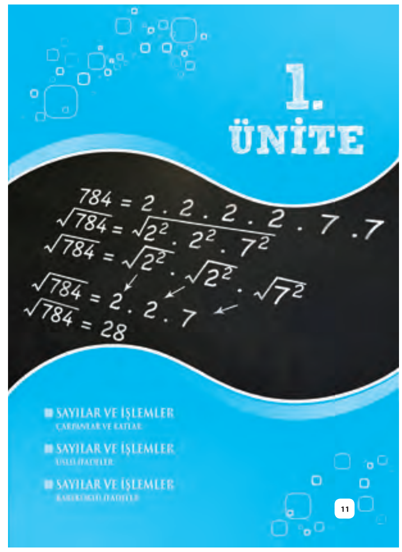
Mustafa Kemal Atatürk

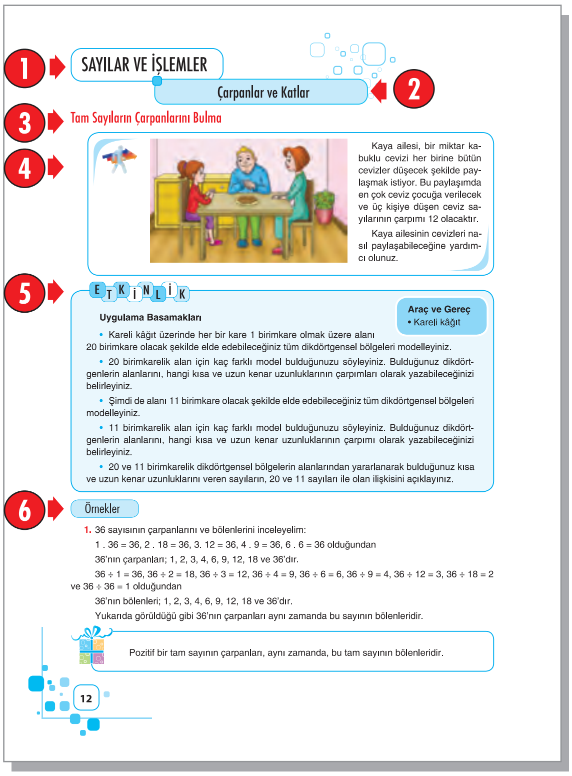


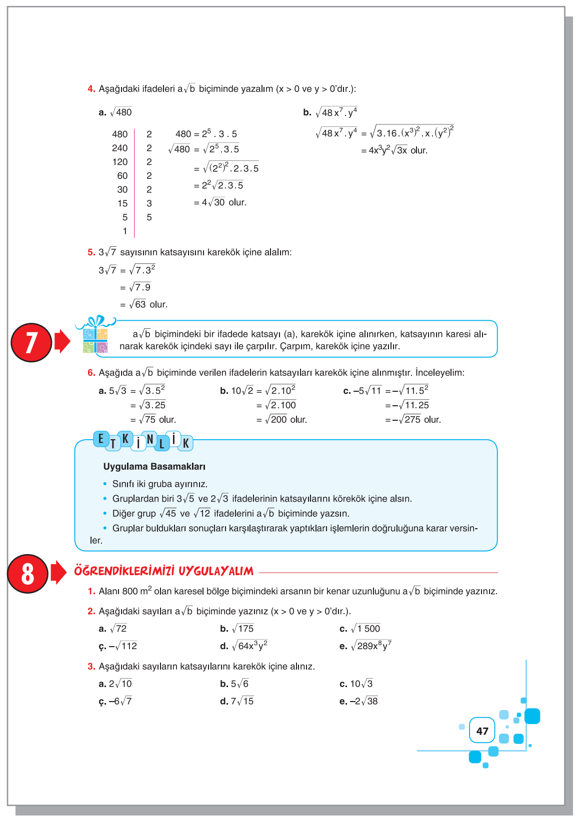
Mustafa Kemal ATATÜRK

# Organizasyon Şeması

Bu kitap, beş üniteden oluşmaktadır. Üniteler; Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme, Olasılık öğrenme alanlarına ait konuları kapsamaktadır. Her ünitenin başında, o ünitede yer alan öğrenme alanlarının ve alt öğrenme alanlarının neler olduğunu gösteren bir ünite giriş sayfası kullanılmıştır.




1. Öğrenme alanlarına ait ana başlıklara yer verilmiştir.

2. Öğrenme alanlarının altında alt öğrenme alanına ait başlıklara yer verilmiştir.

3. Kazanımlarla ilgili başlıklara yer verilmiştir.

4. Bir konuya başlarken daha önce öğrenilen bilgileri hatırlamak ve işlenecek konuya hazırlık yapmak amacıyla resim, fotoğraf ve bunlarla ilişkilendirilmiş sorulara yer verilmiştir.

5. Bu bölümde bilgi ve becerilerin geliştirilmesi için hazırlanan etkinliklere yer verilmiştir.

6. "Örnekler" başlığı altında konuyla ilgili işlenişler ve örnek çözümlere yer verilmiştir.

7. Konu/kazanımla ilgili bazı temel bilgilere ve tanımlara yer verilmiştir.

8. Her konunun sonunda, edinilen bilgileri ve kazanılan becerileri ölçmek için çeşitli uygulamalara yer verilmiştir.

9 **Problem Çözme**

**Problem:** Bir manav, 320 kg ve 450 kg kütlelerindeki farklı iki cins portakalı birbirine karıştırmadan hiç artmayacak şekilde en büyük ölçüdeki filelere koymuştur. Buna göre,

**a.** Bir fileye kaç kilogram portakal konulmuştur?
**b.** Bu iş için toplam kaç file kullanılmıştır?

**Problemi Anlayalım**

**Verilenler:** 320 kg ve 450 kg kütlelerinde farklı iki cins portakal vardı. Bu portakallar birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde en büyük ölçüdeki filelere dolduruldu.

**İstenen:** Filelerin kaçar kilogramlık olduğu ve toplam kaç filenin kullanıldığı

**Çözümü Planlayalım**

320 ve 450 sayılarının EBOB'u, bir filenin kaç kilogramlık olacağını verir. 320 ve 450'yi EBOB'a bölerek kullanılan file sayılarını buluruz.

**Problemi Çözelim**

| | | |
|---|---|---|
| 320 | 450 | 2 ★ |
| 160 | 225 | 2 |
| 80 | 225 | 2 |
| 40 | 225 | 2 |
| 20 | 225 | 2 |
| 10 | 225 | 2 |
| 5 | 225 | 3 |
| 5 | 75 | 3 |
| 5 | 25 | 5 ★ |
| 1 | 5 | 5 |
| | 1 | |

EBOB(320, 450) = 2 . 5
= 10'dur.
Kullanılan filelerin her birine 10 kg portakal konulmuştur.
Bu iş için;
320 ÷ 10 = 32, 450 ÷ 10 = 45 ve 32 + 45 = 77 file kullanılmıştır.

**Çözümün Doğruluğunu Kontrol Edelim**

320 ve 450'nin bölenlerini yazalım:
320'nin bölenleri; 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 32, 40, 64, 80, 160, 320'dir.
450'nin bölenleri; 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 25, 30, 45, 50, 75, 90, 150, 225, 450'dir.
İki sayının ortak bölenleri 1, 2, 5 ve 10'dur. Bu durumda 10 kg portakal alan fileler kullanılmıştır.
Portakalların toplam kütlesi, 320 + 450 = 770 kg'dır ve portakallar için 770 ÷ 10 = 77 file kullanılmıştır. Öyleyse çözümümüz doğrudur.

21

9 Bu bölümde matematiğin günlük yaşamla ilişkilendirildiği problemlere yer verilmiştir.

10 **KENDİMİ DEĞERLENDİRİYORUM**

Aşağıda, 1. ünitede işlenen konulara ait olarak sizden beklenen beceri ifadeleri bulunmaktadır. Tablonun her bir satırındaki ifadeyi okuyunuz. İfadenin karşısına, değerlendirme derecelerinden size en uygun olan puanı yazınız. Puanlarınızı toplayınız. Elde ettiğiniz puanı, tablonun altındaki puan aralığından bularak ünite başarı düzeyinizi belirleyiniz. Öğretmeninizin görüş ve önerilerini de alarak yapmanız gerekenleri planlayınız.

| ÇARPANLAR VE KATLAR - ÜSLÜ İFADELER - KAREKÖKLÜ İFADELER | Evet (3) | Bazen (2) | Henüz değil (1) |
|---|---|---|---|
| 1. Verilen pozitif tam sayıların çarpanlarını bulup pozitif tam sayıları üslü ifade ya da üslü ifadelerin çarpımı biçiminde yazabilirim. | | | |
| 2. İki doğal sayının EBOB'unu ve EKOK'unu hesaplayabilir, ilgili problemleri çözebilirim. | | | |
| 3. Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirleyebilirim. | | | |
| 4. Tam sayıların tam sayı kuvvetlerini hesaplayabilir, üslü ifade şeklinde yazabilirim. | | | |
| 5. Sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyebilirim. | | | |
| 6. Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturabilirim. | | | |
| 7. Sayıları 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade edebilirim. | | | |
| 8. Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade edebilir ve karşılaştırabilirim. | | | |
| 9. Tam kare doğal sayıları tanıyabilirim. | | | |
| 10. Tam kare doğal sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirleyebilirim. | | | |
| 11. Tam kare olmayan sayıların karekök değerlerinin hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirleyebilirim. | | | |
| 12. Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirebilirim. | | | |
| 13. Kareköklü ifadelerle çarpma ve bölme işlemlerini yapabilirim. | | | |
| 14. Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alabilirim. | | | |
| 15. Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnekler verebilirim. | | | |
| 16. Kareköklü ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilirim. | | | |
| 17. Ondalık ifadelerin kareköklerini belirleyebilirim. | | | |
| TOPLAM PUANIM | | | |

**17 - 25 puan aralığı** : Ünite başarı düzeyi çok düşük. Ünite konuları tekrar edilmeli. Ek önlemler alınmalı. Geçmiş konulara ait eksikler giderilmeli.
**26 - 34 puan aralığı** : Ünite başarı düzeyi yeterli değil. Derse ait çalışma süresi artırılmalı. Derse daha aktif katılım olmalı. Yetersizliklerin nedenleri belirlenmeli, alıştırmalara ağırlık verilmeli.
**35 - 43 puan aralığı** : Ünite başarı düzeyi iyi. Ancak bazı konular tam öğrenilmemiş. Bu konularla ilgili ek çalışmalar yapılarak eksikler kısa sürede giderilmeli.
**44 - 51 puan aralığı** : Ünite başarı düzeyi çok iyi. Planlı ve düzenli çalışmaya devam edilmeli.

68

10 Her ünitenin sonunda o üniteye ait konuları ne kadar öğrendiğinizi ölçmeniz için kendinizi değerlendirebileceğiniz bir form verilmiştir.

11 **1. ÜNİTE SONU DEĞERLENDİRME**

1. Asal çarpanlarının çarpımı $2 . 3^4$ olan sayı aşağıdakilerden hangisidir?
A. 156 B. 162 C. 172 D. 196

2. 200 sayısı aşağıdakilerin hangisinde asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazılmıştır?
A. $2^3 . 5^2$ B. $2^3 . 5^3$ C. $2^2 . 5^2$ D. $2^3 . 5$

3. x = 2 ve y = 3 için $y^x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A. 16 B. 12 C. 9 D. 8

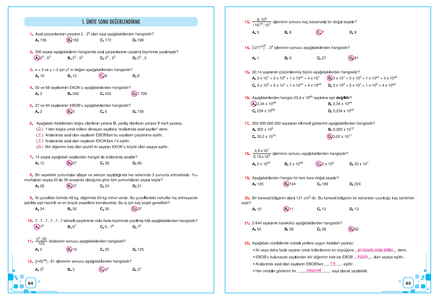
4. 50 ve 68 sayılarının EKOK'u aşağıdakilerden hangisidir?
A. 2 B. 340 C. 425 D. 1 700

5. 27 ve 84 sayılarının EBOB'u aşağıdakilerden hangisidir?
A. 2 B. 3 C. 5 D. 756

6. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına **D**, yanlış olanların yanına **Y** harfi yazınız.

11 Her ünitenin sonunda yer alan Ünite Sonu Değerlendirme sayfalarında doğru-yanlış, boşluk tamamlama, eşleştirme, çoktan seçmeli sorular gibi farklı ölçme ve değerlendirme çalışmalarına yer verilmiştir.

12 **YANIT ANAHTARI**
**1. ÜNİTE**



12 Kitabın sonunda ünite sonu değerlendirme bölümlerinin yanıtlarına yer verilmiştir.

13 **PROJE GÖREVİ**
**Kareköklü İfadeler**

**Yönerge:** Sizden karekök almayı ve kareköklü sayılarla işlem yapmayı gösteren bir dergi hazırlamanız ve bu aşamaları raporlamanız isteniyor.

| | | |
|---|---|---|
| **Süresi** | : | 8 hafta |
| **Konu** | : | Kareköklü İfadeler |
| **Beklenen performans** | : | Ürün oluşturma, yaratıcılık, tasarım |
| **Değerlendirme** | : | Proje göreviniz, kitabınızın 257 ve 258. sayfalarında yer alan "Proje Geliştirme ve Sunma Ölçeği" ile "Proje Ölçeği"ne göre değerlendirilecektir. |

13 Kitabın son sayfalarında proje görevlerine yer verilmiştir.

14 **PROJE GELİŞTİRME VE SUNMA ÖLÇEĞİ**

Grup :
Adı ve soyadı :
Sınıfı : Değerlendirenin adı ve soyadı :
Numarası : Değerlendirme tarihi :

| Kategoriler | Ölçütler | Yeterli (3) | Kısmen yeterli (2) | Yetersiz (1) |
|---|---|---|---|---|
| Yaratıcılık | 1. Yaklaşım tarzında özgünlük var mı? | | | |
| | 2. Proje tasarımında özgünlük var mı? | | | |
| | 3. Araç gereç kullanımında özgünlük var mı? | | | |
| Sunum etkinliği | 1. Sunum dili anlaşılır mı? | | | |
| | 2. Projeyle ilgili açıklamalar kısa ve net mi? | | | |
| | 3. Projenin önemi ortaya konulmuş mu? | | | |
| | 4. Proje ayrıntılarıyla sunuldu mu? | | | |
| | 5. Projeyi çekici kılan bir sunum yapıldı mı? | | | |

**PROJE GELİŞTİRME VE SUNMA ÖLÇEĞİ YÖNERGESİ**

Ölçek, öğrencilerin proje geliştirme ve sunma becerileri ile ilgili ölçütler bakımından kendilerini hangi düzeyde gördüklerini belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Ölçek bir kontrol listesidir. Ölçek bireysel olduğu kadar grup değerlendirmelerinde de kullanılabilir.

**Puanlama:** Proje geliştirme ve sunma becerileri ile ilgili ölçütlerden öğrencilerde gözlenenler için "Yeterli" sütununa; tam gözlenemeyen ölçütler için "Kısmen yeterli" sütununa; gözlenemeyen ölçütler için "Yetersiz" sütununa "X" işareti konulacaktır.

14 Kitabın sonunda proje görevlerine ilişkin değerlendirme ölçeklerine yer verilmiştir.

# İçindekiler

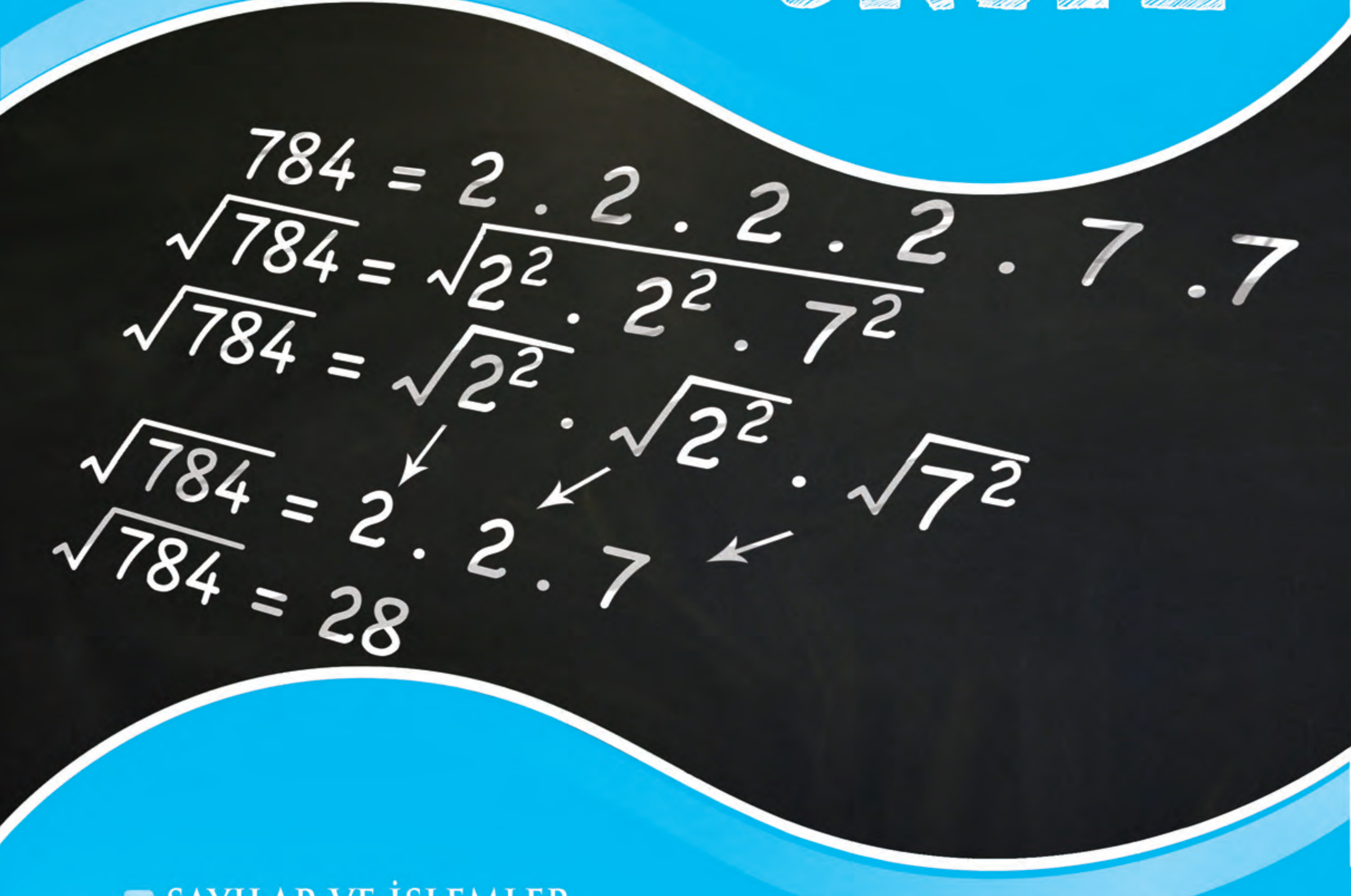
3.
ÜNİTE




4.
ÜNİTE

5.
ÜNİTE

# 1. ÜNİTE




- **SAYILAR VE İŞLEMLER**
  ÇARPANLAR VE KATLAR
- **SAYILAR VE İŞLEMLER**
  ÜSLÜ İFADELER
- **SAYILAR VE İŞLEMLER**
  KAREKÖKLÜ İFADELER

# SAYILAR VE İŞLEMLER

## Çarpanlar ve Katlar

### Tam Sayıların Çarpanlarını Bulma

Kaya ailesi, bir miktar kabuklu cevizi her birine bütün cevizler düşecek şekilde paylaşmak istiyor. Bu paylaşımda en çok ceviz çocuğa verilecek ve üç kişiye düşen ceviz sayılarının çarpımı 12 olacaktır.

Kaya ailesinin cevizleri nasıl paylaşabileceğine yardımcı olunuz.

**ETKİNLİK**

**Araç ve Gereç**
- Kareli kâğıt

**Uygulama Basamakları**

- Kareli kâğıt üzerinde her bir kare 1 birimkare olmak üzere alanı 20 birimkare olacak şekilde elde edebileceğiniz tüm dikdörtgensel bölgeleri modelleyiniz.
- 20 birimkarelik alan için kaç farklı model bulduğunuzu söyleyiniz. Bulduğunuz dikdörtgenlerin alanlarını, hangi kısa ve uzun kenar uzunluklarının çarpımları olarak yazabileceğinizi belirleyiniz.
- Şimdi de alanı 11 birimkare olacak şekilde elde edebileceğiniz tüm dikdörtgensel bölgeleri modelleyiniz.
- 11 birimkarelik alan için kaç farklı model bulduğunuzu söyleyiniz. Bulduğunuz dikdörtgenlerin alanlarını, hangi kısa ve uzun kenar uzunluklarının çarpımı olarak yazabileceğinizi belirleyiniz.
- 20 ve 11 birimkarelik dikdörtgensel bölgelerin alanlarından yararlanarak bulduğunuz kısa ve uzun kenar uzunluklarını veren sayıların, 20 ve 11 sayıları ile olan ilişkisini açıklayınız.

**Örnekler**

**1.** 36 sayısının çarpanlarını ve bölenlerini inceleyelim:

1 . 36 = 36, 2 . 18 = 36, 3. 12 = 36, 4 . 9 = 36, 6 . 6 = 36 olduğundan

36'nın çarpanları; 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ve 36'dır.

36 ÷ 1 = 36, 36 ÷ 2 = 18, 36 ÷ 3 = 12, 36 ÷ 4 = 9, 36 ÷ 6 = 6, 36 ÷ 9 = 4, 36 ÷ 12 = 3, 36 ÷ 18 = 2 ve 36 ÷ 36 = 1 olduğundan

36'nın bölenleri; 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ve 36'dır.

Yukarıda görüldüğü gibi 36'nın çarpanları aynı zamanda bu sayının bölenleridir.

Pozitif bir tam sayının çarpanları, aynı zamanda, bu tam sayının bölenleridir.

**2.** 24 ve 40 sayılarını çarpanlarının çarpımı biçiminde yazalım:

| 24 | 40 |
|---|---|
| 24 = 1 . 24 | 40 = 1 . 40 |
| 24 = 2 . 12 | 40 = 2 . 20 |
| 24 = 3 . 8 | 40 = 4 . 10 |
| 24 = 4 . 6 | 40 = 5 . 8 |
| 2 . 2 . 2 . 3 | 5 . 2 . 4 |
| 24 = 2 . 2 . 2 . 3 | 5 . 2 . 2 . 2 |
| | 40 = 5 . 2 . 2 . 2 |

24 ve 40 sayılarının çarpanlarından bazıları asal sayıdır, bazıları ise asal sayı değildir.

24 = 2 . 2 . 2 . 3 ve 40 = 5 . 2 . 2 . 2 ifadelerindeki çarpanların tümü ise asal sayıdır. Bu ifadeleri, $24 = 2^3 . 3$ ve $40 = 5 . 2^3$ biçiminde üslü olarak yazabiliriz.

**3.** 80 sayısının asal çarpanlarını bulalım. Bulduğumuz çarpanları, üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım:

**I. yol**

80
2 . 40
2 . 2 . 20
2 . 2 . 2 . 10
2 . 2 . 2 . 2 . 5

80'in asal çarpanları 2 ve 5'tir.

80 = 2 . 2 . 2 . 2 . 5

$80 = 2^4 . 5$ olur.

**II. yol**

| | |
|---|---|
| 80 | 2 |
| 40 | 2 |
| 20 | 2 |
| 10 | 2 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

Dikey çizginin sağında oluşan sayılar (2, 2, 2, 2, 5), 80'in asal çarpanlarıdır. Bu nedenle

80 = 2 . 2 . 2 . 2 . 5

$80 = 2^4 . 5$ yazılır.

Pozitif bir tam sayının asal çarpanlarını bulmak için genellikle II. yol tercih edilir.

**4.** 128 sayısını asal çarpanlarından yararlanarak üslü biçiminde yazalım:

| | |
|---|---|
| 128 | 2 |
| 64 | 2 |
| 32 | 2 |
| 16 | 2 |
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

128 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 2

$128 = 2^7$ olur.

**5.** 288 ve 540 sayılarını, asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazalım:

| | |
|---|---|
| 288 | 2 |
| 144 | 2 |
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$288 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 3$

$288 = 2^5 . 3^2$ olur.

| | |
|---|---|
| 540 | 2 |
| 270 | 2 |
| 135 | 3 |
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$540 = 2 . 2 . 3 . 3 . 3 . 5$

$540 = 2^2 . 3^3 . 5$ olur.

**6.** Asal çarpanları $2^2 . 3 . 5^2$ olan sayıyı bulalım:

$2^2 . 3 . 5^2 = 2 . 2 . 3 . 5 . 5$

$= 4 . 3 . 25$

$= 12 . 25$

$= 300$ bulunur.

**7.** $x = 5$ ve $y = 2$ için $x^y$ ifadesini hesaplayalım:

$x^y = 5^2$

$= 5 . 5$

$= 25$ olur.

**8.** $a = 4$ ve $b = 5$ için $3 . a^2 . b^3$ ifadesini hesaplayalım:

$3 . a^2 . b^3 = 3 . 4^2 . 5^3$

$= 3 . 16 . 125$

$= 48 . 125$

$= 6\,000$ olur.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** 48 ve 75 sayılarının çarpanlarını ve bölenlerini bulunuz. Her sayının çarpanları ile bölenlerini karşılaştırınız.

**2.** 50, 65, 260 ve 572 sayılarının çarpanlarını, çarpan ağacından yararlanarak bulunuz.

**3.** 60, 96, 162 ve 320 sayılarının asal çarpanlarını, bölme algoritmasından yararlanarak bulunuz. Bu sayıları, asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazınız.

**4.** Aşağıda asal çarpanlarının çarpımı biçiminde verilen sayıları bulunuz.

**a.** $2 . 3^3$ **b.** $2^2 . 3^2 . 5$ **c.** $2^4 . 3 . 5^2$ **ç.** $3^4 . 7$

**d.** $2^3 . 5^2$ **e.** $2 . 3^3 . 5^3$ **f.** $2^2 . 3^4 . 7$ **g.** $5^2 . 11$

**5.** $m = 6$ ve $n = 3$ için $m^n$, $n^m$ ve $2 . m . n^m$ ifadelerinin değerlerini bulunuz.

# En Küçük Ortak Kat, En Büyük Ortak Bölen


Mehmet Bey 2 günde bir, Hakan Bey ise 3 günde bir aynı spor salonuna gitmektedirler. Ayın 1'inde birlikte spor salonuna giden Mehmet Bey ile Hakan Bey, ekim ayı içinde başka hangi gün ikinci kez birlikte spor salonuna gideceklerdir? Takvimden yararlanarak bulunuz.

## ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- İki tane aylık takvim

**Uygulama Basamakları**

- İki tren, aynı istasyondan farklı iki şehre yolcu taşımaktadır. Trenlerden biri 2, diğeri 3 günde bir seferini tamamlayarak aynı istasyona dönmektedir.
- İki tren ayın birinci günü aynı anda hareket ederek yolcu taşımaya başlıyorlar.
- Sınıfınızı iki gruba ayırınız.
- Gruplardan biri, ayın birinci gününü aylık takvimde yuvarlak içine alsın. 2 günde bir gidiş-geliş yapan trenin yapacağı 8 seferin her birinde istasyona döndüğü günlerin tarihlerini de ayrıca yuvarlak içine alsın.
- Diğer grup, ayın birinci gününü aylık takvimde yuvarlak içine alsın. 3 günde bir gidiş-dönüş yapan trenin yapacağı 8 seferin her birinde istasyona döndüğü günlerin tarihlerini de ayrıca yuvarlak içine alsın.
- Gruplar, iki trenin birlikte hareketlerinden sonra ayın kaçıncı gününde tekrar birlikte hareket edeceklerini takvimlerinden yararlanarak belirlesin.
- Gruplar, ayın 1. günü ile trenlerin ikinci kez birlikte hareket ettikleri zaman arasında geçen sürenin kaç gün olduğunu belirlesin.
- Gruplar, belirledikleri gün sayısı ile trenlerin bir seferinde geçen süreler arasındaki ilişkiyi açıklasın.

## Örnekler

**1.** Burcu Hanım 6 günde bir, Gülten Hanım 8 günde bir kuaföre gitmektedir. Burcu Hanım ile Gülten Hanım'ın kuaförde ikinci kez karşılaşmaları, ilkinden kaç gün sonra olacaktır? Bulalım:

Burcu Hanım ve Gülten Hanım'ın ilk karşılaşmadan sonra kaçıncı günler kuaföre gittiklerini bulalım:

6'nın katları; 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 ...

8'in katları; 8, 16, 24, 32, 40, 48 ...

6 ile 8'in ortak katları 24, 48 ... olduğundan ikinci karşılaşma 24 gün sonra olur.

İki veya daha fazla sayının ortak katlarından en küçüğüne **en küçük ortak kat** denir. En küçük ortak kat kısaca EKOK biçiminde gösterilir.

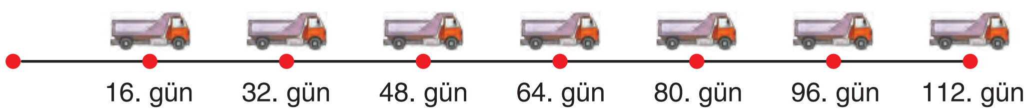
6 ve 8 sayılarının en küçük ortak katı "EKOK(6, 8) = 24" biçiminde gösterilir.

**2.** Bir nakliyat şirketinin aynı anda hareket eden 2 kamyonundan birisi 16 günde, diğeri 20 günde seferlerini tamamlayıp şirkete geri dönüyor. Bu kamyonların yola ilk kez birlikte çıktıktan en az kaç gün sonra yine birlikte sefere çıkacaklarını bulalım:

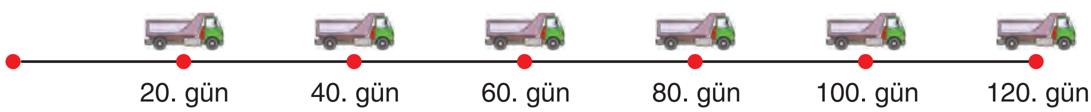
Kamyonların en az kaç gün sonra tekrar birlikte sefere çıkacaklarını 16 ve 20 sayılarının EKOK'u yardımıyla bulabiliriz.

**I. yol**

**1. kamyon**




**2. kamyon**




16'nın katları; 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112 ...
20'nin katları; 20, 40, 60, 80, 100, 120 ...
16 ve 20'nin EKOK'u 80'dir. Öyleyse bu iki kamyon 80 gün sonra tekrar birlikte sefere çıkarlar.

**II. yol:** 16 ve 20'nin EKOK'unu bu sayıları ayrı ayrı asal çarpanlarına ayırarak bulalım:

| | |
|---|---|
| 16 | 2 |
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 20 | 2 |
| 10 | 2 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

Sayıların asal çarpanları üslü biçimde yazılır.
$16 = 2^4$ ve $20 = 2^2 . 5$ olur.
Ortak çarpanlardan üssü büyük olan ($2^4$) ile ortak olmayan çarpan (5) alınır ve birbiri ile çarpılır. Buna göre,

$$\text{EKOK}(16, 20) = 2^4 . 5 = 16 . 5 = 80$$ bulunur.

İki veya daha fazla sayının EKOK'unu bulmak için sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanların en büyük üslüsü (eşit üslülerden biri) ile ortak olmayan çarpanlar birbiri ile çarpılır.

**III. yol:** 16 ve 20 sayılarının asal çarpanlarını birlikte bulalım. Bu asal sayıları çarptığımızda çıkan sonuç bize EKOK'u verecektir.

$$\begin{array}{rr|l} 16 & 20 & 2 \\ 8 & 10 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 5 \\ & 1 & \end{array}$$

$\longrightarrow$ Aynı satırda, karşısındaki asal çarpana bölünmeyen sayı (5) aynen bir alt satıra indirilir.

$$\begin{aligned} \text{EKOK}(16, 20) &= 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 5 \\ &= 2^4 \,.\, 5 \\ &= 16 \,.\, 5 \\ &= 80 \text{ olur.} \end{aligned}$$

**3.** Engin, bilyelerini dörderli ve beşerli gruplara ayırdığında her seferinde 3 bilye artıyor. Engin'in en az kaç bilyesi olduğunu bulalım:

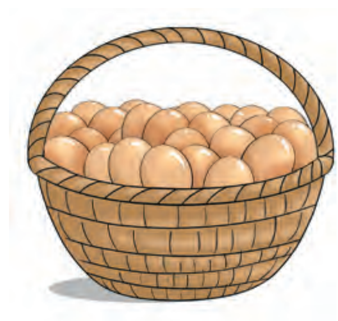
Tüm bilyeler 4 ve 5'in en küçük ortak katının (EKOK) 3 fazlası kadardır.

$$\begin{array}{rr|l} 4 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 5 & 5 \\ & 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{EKOK}(4, 5) &= 2^2 \,.\, 5 \\ &= 4 \,.\, 5 \\ &= 20\text{'dir.} \end{aligned}$$

Engin'in bilyelerinin sayısı en az, 20 + 3 = 23'tür.

**4.** Bir sepetteki yumurtalar altışarlı ve sekizerli gruplara ayrıldığında her seferinde 2 yumurta artıyor. Sepetteki yumurtaların sayısı 90 ile 100 arasında olduğuna göre bu sepette kaç tane yumurta olduğunu bulalım:



Önce 6 ve 8'in EKOK'unu buluruz.

$$\begin{array}{rr|l} 6 & 8 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{EKOK}(6, 8) &= 2^3 \,.\, 3 \\ &= 8 \,.\, 3 \\ &= 24\text{'tür.} \end{aligned}$$

24'ün katları; 24, 48, 72, 96, 120 ... olur.

24'ün 90 ile 100 arasındaki katı 96'dır. Öyleyse sepette 96 + 2 = 98 yumurta vardır.

## ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- 12 tane mavi, 18 tane kırmızı renkli bilye
- Şeffaf bardaklar

**Uygulama Basamakları**

- Bilyeleri her grupta eşit sayıda en çok bilye olacak şekilde gruplara ayırınız. Her grubu bir bardağa koyunuz (Her bardakta sadece aynı renkte bilye olmasına dikkat ediniz.).
- En az sayıda bardak kullanmak için ne yapmanız gerektiğini söyleyiniz.
- Eşit paylaştırmada her grupta en çok kaç bilye elde edebileceğinizi söyleyiniz.

## Örnekler

**1.** Bir kumaş satıcısı, 36 m ve 45 m uzunluğundaki iki top kumaşı eşit uzunlukta en büyük parçalara ayırmak istiyor. Buna göre bir parçanın uzunluğunun kaç metre olması gerektiğini ve kaç parça kumaş elde edileceğini bulalım:

36 ve 45 sayılarının ortak bölenlerini bulalım:

36'nın bölenleri; 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ve 36'dır.

45'in bölenleri; 1, 3, 5, 9, 15 ve 45'tir.

36 ve 45'in ortak bölenleri 1, 3 ve 9'dur. Top kumaşlar en büyük parçalara ayrılmak isteniyor. 36 ve 45'in ortak bölenlerinden en büyüğü 9'dur. Bu nedenle top kumaşlar dokuzar metrelik parçalara ayrılmalıdır.

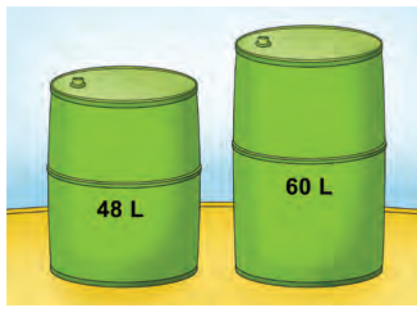
36 m uzunluğundaki kumaş 9 m'lik parçalara ayrılırsa 36 ÷ 9 = 4 parça,

45 m uzunluğundaki kumaş 9 m'lik parçalara ayrılırsa 45 ÷ 9 = 5 parça ve toplam 4 + 5 = 9 parça kumaş elde edilir.

İki veya daha fazla sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne **en büyük ortak bölen** denir. En büyük ortak bölen, kısaca EBOB biçiminde gösterilir.

36 ve 45 sayılarının en büyük ortak böleni "EBOB(36, 45) = 9" biçiminde gösterilir.

**2.** İki varilden birinde 48 L, diğerinde 60 L zeytinyağı vardır. İki varildeki yağ, hiç artmayacak şekilde en büyük ölçüdeki tenekelere konulacaktır. Bu iş için kullanılacak tenekelerin kaçar litrelik olması gerektiğini bulalım:




48 ve 60 sayılarını ortak bölen en büyük sayıyı bulmamız gerekir.

**I. yol**

48'in bölenleri; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 ve 48'dir.

60'ın bölenleri; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 ve 60'tır.

48 ve 60'ın ortak bölenleri 1, 2, 3, 4, 6 ve 12'dir. Öyleyse EBOB(48, 60) = 12 olur.

İki varildeki zeytinyağları 12 L'lik kaplara konulmalıdır.

**II. yol:** 48 ve 60'ın EBOB'unu, bu sayıları ayrı ayrı asal çarpanlarına ayırarak bulalım:

| | |
|---|---|
| 48 | 2 |
| 24 | 2 |
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

Sayıların asal çarpanları üslü biçimde yazılır.

$48 = 2^4 . 3$ ve $60 = 2^2 . 3 . 5$ olur.

Ortak çarpanlardan üssü küçük olan $2^2$ ile 3 alınır ve birbiri ile çarpılır.

$$\begin{aligned} EBOB(48, 60) &= 2^2 . 3 \\ &= 4 . 3 \\ &= 12 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**III. yol:** 48 ve 60'ın asal çarpanlarını birlikte bulalım. Ortak bölenlerini işaretleyelim:

| | | |
|---|---|---|
| 48 | 60 | 2 ★ |
| 24 | 30 | 2 ★ |
| 12 | 15 | 2 |
| 6 | 15 | 2 |
| 3 | 15 | 3 ★ |
| 1 | 5 | 5 |
| | 1 | |

Ortak bölenleri çarptığımızda elde edilen çarpım bize EBOB'u verir.

O hâlde EBOB(48, 60) = 2 . 2 . 3
= 12'dir.

**3.** 80 ve 125 sayılarının EBOB'unu bulalım:

| | | |
|---|---|---|
| 80 | 125 | 2 |
| 40 | 125 | 2 |
| 20 | 125 | 2 |
| 10 | 125 | 2 |
| 5 | 125 | 5 ★ |
| 1 | 25 | 5 |
| | 5 | 5 |
| | 1 | |

EBOB(125, 80) = 5'tir.

**4.** 8 ile 32 sayılarının EBOB ve EKOK'unu bulalım:

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 32 | 2 ★ |
| 4 | 16 | 2 ★ |
| 2 | 8 | 2 ★ |
| 1 | 4 | 2 |
| | 2 | 2 |
| | 1 | |

EBOB(8, 32) = $2^3$
= 8'dir.
EKOK(8, 32) = $2^5$
= 32'dir.

Yukarıda EBOB ve EKOK'unu bulduğumuz sayılardan 32, 8'in katı olan bir sayıdır ve EBOB(8, 32) = 8, EKOK(8, 32) = 32'dir.

Biri diğerinin katı olan pozitif iki tam sayının EBOB'u bu sayılardan küçük olanına, EKOK'u ise büyük olanına eşittir.

**5.** 8 ve 25 sayılarının EBOB'unu bulalım:

8'in bölenleri; 1, 2, 4 ve 8'dir.

25'in bölenleri; 1, 5 ve 25'tir.

8 ve 25'in tek ortak böleni vardır, o da 1'dir.

EBOB(8, 25) = 1 olur.

1'den başka ortak böleni olmayan doğal sayılara **aralarında asal sayılar** denir.

## ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**
- 10 ve 21 sayılarını asal çarpanlarına ayırınız.
- Bu sayıların EBOB ve EKOK'unu bulunuz.
- Bu sayıların aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.
- Bu sayıları birbiri ile çarpınız.
- Bulduğunuz çarpım ile EKOK'u karşılaştırınız.

## Örnekler

**1.** 24 ve 35 sayılarının EBOB ve EKOK'unu bulalım:

24'ün bölenleri; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ve 24'tür.

35'in bölenleri; 1, 5, 7 ve 35'tir.

24 ve 35 sayılarını birlikte bölen sayı sadece 1'dir. Bu nedenle EBOB(24, 35) = 1 olur.
Bu iki sayının 1'den başka ortak böleni olmadığı için 24 ile 35 sayıları aralarında asaldır.

| | | |
|---|---|---|
| 24 | 35 | 2 |
| 12 | 35 | 2 |
| 6 | 35 | 2 |
| 3 | 35 | 3 |
| 1 | 35 | 5 |
| | 7 | 7 |
| | 1 | |

$$\begin{aligned} \text{EKOK}(24, 35) &= 2^3 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 7 \\ &= 8 \,.\, 15 \,.\, 7 \\ &= 120 \,.\, 7 \\ &= 840 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Şimdi de 24 ile 35'i çarpalım. 24 x 35 = 840 olur.
840, aynı zamanda bu iki sayının EKOK'udur.

Aralarında asal olan sayıların EBOB'ları 1, EKOK'ları ise bu sayıların çarpımına eşittir.

**2.** 7 ve 18 sayılarının EBOB ve EKOK'unu bulalım:

7'nin bölenleri; 1 ve 7'dir.

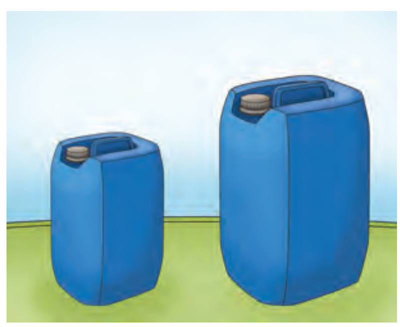
18'in bölenleri; 1, 2, 3, 6, 9 ve 18'dir.

7 ve 18 sayılarını birlikte bölen sayı sadece 1'dir. Buna göre EBOB(7, 18) = 1'dir. Buradan 7 ile 18 sayılarının aralarında asal olduğunu anlarız.

Aralarında asal olan sayıların EKOK'u bu sayıların çarpımına eşit olduğundan,

$$\begin{aligned} \text{EKOK}(7, 18) &= 7 \,.\, 18 \\ &= 126\text{'dır.} \end{aligned}$$

**3.** İki bidondan birinde 8 L, diğerinde 15 L kolonya vardır. Bu bidonlardaki kolonyalar hiç artmayacak şekilde ve birbirine karıştırılmadan en büyük ölçüdeki şişelere doldurulmak isteniyor. Bir şişenin kaç litrelik olması gerektiğini ve kaç şişeye ihtiyaç olduğunu bulalım:



8'in bölenleri; 1, 2, 4 ve 8'dir.

15'in bölenleri; 1, 3, 5 ve 15'tir.

8 ve 15 sayılarını birlikte bölen sayı 1'dir. EBOB(8, 15) = 1 olur.

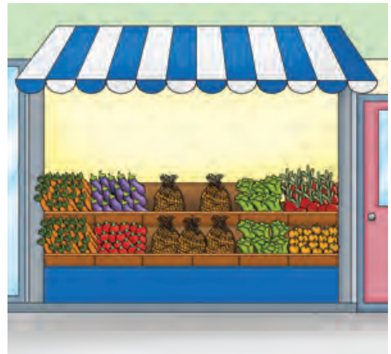
Bidonlardaki kolonyalar 1 L'lik şişelere konulmalıdır. Bu iş için 8 ÷ 1 = 8 ve 15 ÷ 1 = 15 olduğuna göre 8 + 15 = 23 şişeye ihtiyaç vardır.

## Problem Çözme

**Problem:** Bir manav, 320 kg ve 450 kg kütlelerindeki farklı iki cins portakalı birbirine karıştırmadan hiç artmayacak şekilde en büyük ölçüdeki filelere koymuştur. Buna göre,

**a.** Bir fileye kaç kilogram portakal konulmuştur?

**b.** Bu iş için toplam kaç file kullanılmıştır?



### Problemi Anlayalım

**Verilenler:** 320 kg ve 450 kg kütlelerinde farklı iki cins portakal vardı. Bu portakallar birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde en büyük ölçüdeki filelere dolduruldu.

**İstenen:** Filelerin kaçar kilogramlık olduğu ve toplam kaç filenin kullanıldığı

### Çözümü Planlayalım

320 ve 450 sayılarının EBOB'u, bir filenin kaç kilogramlık olacağını verir. 320 ve 450'yi EBOB'a bölerek kullanılan file sayılarını buluruz.

### Problemi Çözelim

| | | |
|---|---|---|
| 320 | 450 | 2 ★ |
| 160 | 225 | 2 |
| 80 | 225 | 2 |
| 40 | 225 | 2 |
| 20 | 225 | 2 |
| 10 | 225 | 2 |
| 5 | 225 | 3 |
| 5 | 75 | 3 |
| 5 | 25 | 5 ★ |
| 1 | 5 | 5 |
| | 1 | |

EBOB(320, 450) = 2 . 5
= 10'dur.

Kullanılan filelerin her birine 10 kg portakal konulmuştur.

Bu iş için;

320 ÷ 10 = 32, 450 ÷ 10 = 45 ve 32 + 45 = 77 file kullanılmıştır.

### Çözümün Doğruluğunu Kontrol Edelim

320 ve 450'nin bölenlerini yazalım:

320'nin bölenleri; 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 32, 40, 64, 80, 160, 320'dir.

450'nin bölenleri; 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 25, 30, 45, 50, 75, 90, 150, 225, 450'dir.

İki sayının ortak bölenleri 1, 2, 5 ve 10'dur. Bu durumda 10 kg portakal alan fileler kullanılmıştır.

Portakalların toplam kütlesi, 320 + 450 = 770 kg'dır ve portakallar için 770 ÷ 10 = 77 file kullanılmıştır. Öyleyse çözümümüz doğrudur.

**Problem:** Bir çiçekçi, dükkânındaki gülleri sekizerli ve onarlı demetler yaptığında her seferinde 5 gül artıyor. Dükkânındaki güllerin sayısı 70 ile 90 arasında olduğuna göre tüm güllerin sayısı kaçtır?

## Problemi Anlayalım

**Verilenler:** Güller sekizerli ve onarlı demet yapılınca her seferinde 5 gül artıyor. Tüm güllerin sayısı 70 ile 90 arasındadır.

**İstenen:** Tüm güllerin sayısı

## Çözümü Planlayalım

Önce 8 ile 10 sayılarının EKOK'unu ve EKOK'un 70 ile 90 sayıları arasındaki katını bulmalıyız. Sonra bulduğumuz sayıya artan güllerin sayısını (5) eklemeliyiz.

## Problemi Çözelim

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 10 | 2 |
| 4 | 5 | 2 |
| 2 | 5 | 2 |
| 1 | 5 | 5 |
| | 1 | |

$\text{EKOK}(8, 10) = 2^3 . 5$

$= 8 . 5$

$= 40$'tır.

40'ın 70 ile 90 arasındaki katı 2 . 40 = 80'dir.

Tüm güllerin sayısı, 80 + 5 = 85'tir.

### Çözümün Doğruluğunu Kontrol Edelim

85'i 8 ve 10'a böldüğümüzde kalanın 5 olması gerekir.

$$\begin{array}{r|l} 85 & 8 \\ \hline -\ 8 & 10 \\ \hline 05 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 85 & 10 \\ \hline -\ 80 & 8 \\ \hline 05 & \end{array}$$

Her iki bölme işleminde de kalan 5 olduğundan çözümümüz doğrudur.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Aşağıda çarpım şeklinde verilen sayıların EBOB'larını bulunuz.

**a.** $3 . 7; 3 . 11$ **b.** $2^2 . 3^4; 2 . 3^3$ **c.** $2^5 . 3^2 . 7^2; 2^4 . 3$

**ç.** $2^3 . 5^3 . 13^2; 2 . 5^2$ **d.** $3^4 . 7^2; 2^6 . 7^3$ **e.** $3^5 . 5 . 19; 2^3 . 5^2 . 19$

**2.** Aşağıda çarpım şeklinde verilen sayıların EKOK'larını bulunuz.

**a.** $2 . 3^3; 3 . 7$ **b.** $3^2 . 7^3; 3 . 5 . 7^2$ **c.** $3^2 . 5; 2^2 . 3 . 5^2$

**ç.** $2^3 . 5^2; 2 . 5 . 11$ **d.** $2 . 3 . 5; 2^2 . 3 . 7$ **e.** $2 . 5^3; 3 . 5^2$

**3.** Aşağıdaki sayıların EBOB'unu bulunuz.

**a.** 18, 32 **b.** 24, 72 **c.** 48, 36

**ç.** 175, 190 **d.** 375, 525 **e.** 46, 138

**4.** Aşağıdaki sayıların EKOK'unu bulunuz.

**a.** 8, 56 **b.** 24, 56 **c.** 96, 148

**ç.** 24, 65 **d.** 23, 69 **e.** 78, 24

**5.** Aşağıdaki sayılardan aralarında asal olanları bulunuz.

**a.** 3, 7 **b.** 48, 72 **c.** 13, 15

**ç.** 54, 145 **d.** 45, 22 **e.** 315, 216

**f.** 15, 21 **g.** 9, 25 **ğ.** 37, 111

**6.** İki sayı aralarında asal ve çarpımları 264'tür. Bu sayılardan biri 8 olduğuna göre diğeri kaçtır?

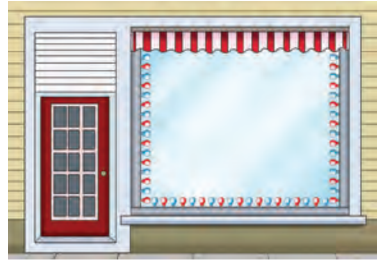
**7.** Bir flüt kursundaki öğrenciler dörder ve beşer sayıldığında hiç öğrenci artmamaktadır. Flüt kursunda en az kaç öğrenci vardır?

**8.** 40, 55 ve 75 litrelik üç bidon, zeytinyağı ile doludur. Bu zeytinyağları, hiç artmayacak biçimde, ayrı ayrı ve eşit ölçüde mümkün olan en büyük kaplara doldurulmak isteniyor. Buna göre;

**a.** Her kaba kaç litre zeytinyağı konulmalıdır?

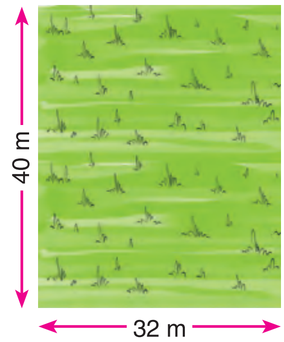
**b.** Bu iş için kaç tane kap gereklidir?

**9.** Bir iş yerinin vitrininde mavi ve kırmızı renkli ampuller yanıp sönmektedir. Mavi ampul her 4 saniyede bir, kırmızı ampul ise her 6 saniyede bir yanmaktadır. Bu iki ampul birlikte yandıktan en az kaç saniye sonra tekrar birlikte yanar?



**10.** Boyları 15 m ve 18 m olan iki tel, hiç parça artmayacak şekilde en büyük boyda parçalara ayrılıyor. Kaç parça tel elde edildiğini bulunuz.

**11.** Bahar Hanım'ın dikdörtgen biçimindeki bahçesinin eni 32 m, boyu 40 m'dir. Bahar Hanım, bahçesini piknik alanı olarak eşit büyüklükte en büyük karesel bölgelere ayıracaktır. Bahçenin alanını tam kullanarak hiç artmayacak şekilde kaç adet piknik alanı elde edileceğini bulunuz.




**12.** Arzu, boya kalemlerini beşer ve altışar saydığında her defasında 2 kalemi artıyor. Arzu'nun en az kaç tane boya kalemi vardır?

**13.** Boyutları 63 m ve 77 m olan dikdörtgen biçimindeki tarlanın çevresine eşit aralıklarla en az sayıda kaç ağaç dikilebilir?

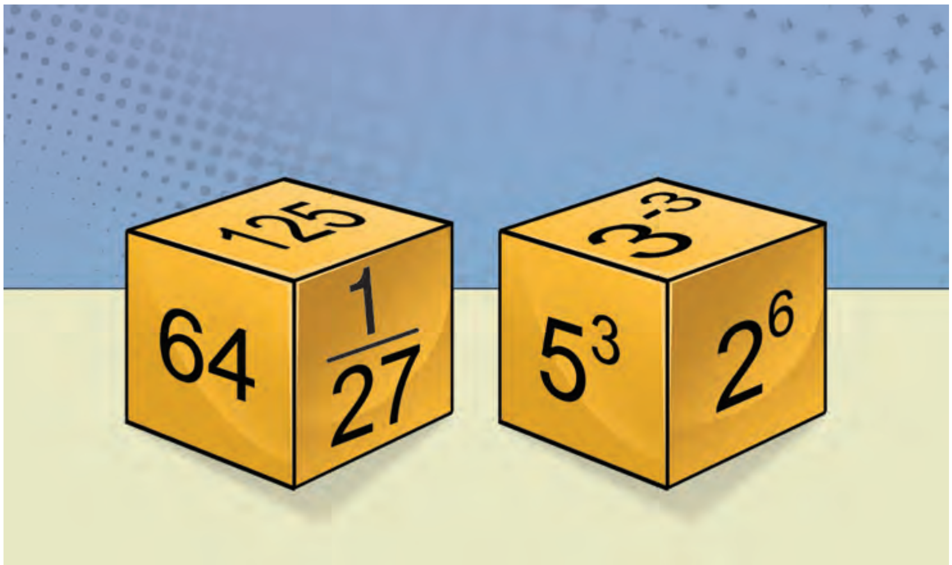
**14.** 56 kg ve 72 kg'lık çuvallarda bulunan farklı iki cins pirinç birbirine karıştırılmadan hiç artmayacak şekilde en büyük ölçüdeki poşetlere doldurulacaktır. Buna göre;

**a.** Bir poşete kaç kilogram pirinç konulacaktır?

**b.** Bu iş için toplam kaç poşet gereklidir?


**15.** Bir kavanozdaki şekerler dokuzarlı ve on ikişerli paketlendiğinde her seferinde 6 şeker artıyor. Kavanozdaki şekerlerin sayısı 110 ile 120 arasında olduğuna göre tüm şekerlerin sayısı kaçtır?

## Tam Sayıların Pozitif ve Negatif Kuvvetleri




Yukarıdaki küplerin üzerinde verilen sayılar arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

### ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**

- Aşağıdaki sayı örüntüsünü inceleyiniz. Örüntüde boş bırakılan noktalı yerlere uygun sayıları yazınız.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 . 5 . 5 | 5 . 5 | . . . | 1 | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}$ |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 125 | . . . | 5 | 1 | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{25}$ | . . . |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| $5^3$ | . . . | $5^1$ | $5^0$ | $5^{-1}$ | $5^{-2}$ | . . . |

÷ 5 ÷ 5 ÷ 5 ÷ 5 ÷ 5 ÷ 5

- 5 sayısının pozitif kuvvetlerinin nasıl alındığını açıklayınız.

## Örnekler

**1.** Aşağıdaki tam sayıların kuvvetlerini hesaplayalım:

$(3)^4 = 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 = 81$

$(2)^5 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 = 32$

$$\begin{aligned}(-2)^5 &= \underbrace{(-2)\,.\,(-2)}_{(+4)}\,.\,\underbrace{(-2)\,.\,(-2)}_{(+4)}\,.\,(-2)\\ &= (+4)\,.\,(+4)\,.\,(-2)\\ &= (+16)\,.\,(-2)\\ &= -32\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2^4 &= 2\,.\,2\,.\,2\,.\,2\\ &= 4\,.\,4\\ &= 16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(-2)^4 &= (-2)\,.\,(-2)\,.\,(-2)\,.\,(-2)\\ &= (+4)\,.\,(+4)\\ &= +16\end{aligned}$$

> Pozitif sayıların bütün pozitif tam sayı kuvvetleri, pozitif bir tam sayıdır.
> Negatif tam sayıların, çift sayı kuvvetleri pozitif, tek sayı kuvvetleri ise negatif bir tam sayıdır.

**2.** Aşağıda tekrarlı çarpımları verilen tam sayıları üslü ifade şeklinde yazalım:

$6 \,.\, 6 \,.\, 6 \,.\, 6 = 6^4$

$(-10)\,.\,(-10)\,.\,(-10)\,.\,(-10)\,.\,(-10) = (-10)^5$

$(-8)\,.\,(-8)\,.\,(-8) = (-8)^3$

$(+15)\,.\,(+15)\,.\,(+15) = (+15)^3$

> **n** bir tam sayı olmak üzere **a** tam sayısının kendisiyle tekrarlı çarpımı üslü ifade olarak $\mathbf{a^n}$ biçiminde yazılır. Burada **a**'ya taban, **n**'ye **üs (kuvvet)** denir.

**3.** Bir üslü sayıda üs (kuvvet) negatif tam sayı olursa bunun hangi sayıları göstereceğini inceleyelim:

| $3^3$ | $3^2$ | $3^1$ | $3^0$ | $3^{-1}$ | $3^{-2}$ | $3^{-3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $3\,.\,3\,.\,3$ | $3\,.\,3$ | $3$ | $1$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3^2}$ | $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3^3}$ |
| $27$ | $9$ | $3$ | $1$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{27}$ |

$$27 \xrightarrow{\div 3} 9 \xrightarrow{\div 3} 3 \xrightarrow{\div 3} 1 \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{3} \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{9} \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{27}$$

Bu sayı örüntüsündeki 3'ün negatif üslü değerlerini incelediğimizde,

$3^{-1} = \frac{1}{3}$, $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ ve $3^{-3} = \frac{1}{3^3}$ olduğunu görürüz.

> $a \neq 0$ ve n bir doğal sayı olmak üzere $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$'dir.

Sayı örüntüsünü incelediğimizde,

$3^1 = 3$ ve $3^0 = 1$ olduğunu görürüz.

> $a \neq 0$ olmak üzere $a^1 = a$ ve $a^0 = 1$'dir.

**4.** Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulalım:

**a.** $10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{10.10} = \dfrac{1}{100}$

**b.** $8^{-3} = \dfrac{1}{8^3} = \dfrac{1}{8.8.8} = \dfrac{1}{512}$

**c.** $16^0 = 1$

**ç.** $(-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^3} = \dfrac{1}{(-2).(-2).(-2)} = -\dfrac{1}{8}$

**d.** $(-6)^{-2} = \dfrac{1}{(-6)^2} = \dfrac{1}{(-6).(-6)} = \dfrac{1}{36}$

**e.** $(-10)^{-4} = \dfrac{1}{(-10)^4} = \dfrac{1}{(-10).(-10).(-10).(-10)}$

$= \dfrac{1}{10\,000}$

**5.** Aşağıda tekrarlı çarpımları verilen rasyonel sayıları üslü ifade şeklinde yazalım:

**a.** $\dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4^3} = 4^{-3}$

**b.** $\dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{1}{10} = \dfrac{1}{10^4} = 10^{-4}$

**c.** $\dfrac{1}{15} \cdot \dfrac{1}{15} = \dfrac{1}{15^2} = 15^{-2}$

**ç.** $\left(-\dfrac{1}{8}\right) \cdot \left(-\dfrac{1}{8}\right) = +\dfrac{1}{8^2} = 8^{-2}$

**d.** $\left(-\dfrac{1}{2}\right) \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{(-2)^3} = (-2)^{-3}$

$a \neq 0$ ve n doğal sayı olmak üzere $\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$ olur.

**6.** $2^3 \cdot 2^4$ işlemini yapalım:

**I. yol:** $2^3 \cdot 2^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$

$= 8 \cdot 16$

$= 128$ olur.

**II. yol:** $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4}$

$= 2^7$

$= 128$ olur.

Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken üsler toplanır. Bulunan toplam ortak tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$, n ve m birer tam sayı olmak üzere, $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ olur.

**7.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $3^5 \cdot 3^2 = 3^{5+2}$

$= 3^7$

**b.** $6^{-2} \cdot 6^4 = 6^{(-2)+(+4)}$

$= 6^2$

**c.** $(-5)^{-5} \cdot (-5)^2 = (-5)^{(-5)+(+2)}$

$= (-5)^{-3}$

$= \dfrac{1}{(-5)^3}$

**ç.** $10^{-7} \cdot 10^6 \cdot 10 = 10^{(-7)+6+1}$

$= 10^{(-7)+7}$

$= 10^0$

$= 1$

**8.** $(4^2)^3$ işlemini yapalım:

**I. yol:** $(4^2)^3 = (4^2) \,.\, (4^2) \,.\, (4^2)$
$= 16 \,.\, 16 \,.\, 16$
$= 4\,096$ olur.

**II. yol:** $(4^2)^3 = 4^{2\,.\,3}$
$= 4^6$
$= 4\,096$ olur.

Bir üslü sayının üssü alınırken üsler çarpılır.
$a \neq 0$, n ve m birer tam sayı olmak üzere, $(a^n)^m = a^{n\,.\,m}$ olur.

**9.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $(5^3)^4 = 5^{3\,.\,4}$
$= 5^{12}$

**b.** $[(-2)^4]^{-3} = (-2)^{4\,.\,(-3)}$
$= (-2)^{-12}$

**c.** $(10^{-2})^6 = 10^{(-2)\,.\,6}$
$= 10^{-12}$
$= \dfrac{1}{10^{12}}$

**ç.** $\left[(-7)^{-1}\right]^{-3} = (-7)^{(-1)\,.\,(-3)}$
$= (-7)^3$

**10.** $5^2 \,.\, 3^2$ işlemini yapalım:

**I. yol:** $5^2 \,.\, 3^2 = 25 \,.\, 9$
$= 225$ olur.

**II. yol:** $5^2 \,.\, 3^2 = (5 \,.\, 3)^2$
$= (15)^2$
$= 225$ olur.

Tabanları farklı, üsleri aynı sayıları çarparken tabanlar çarpılır, ortak üs ise çarpıma üs olarak yazılır.
$a \neq 0$, $b \neq 0$ ve n bir tam sayı olmak üzere $a^n \,.\, b^n = (a \,.\, b)^n$ dir.

**11.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $7^2 \,.\, 3^2 = (7 \,.\, 3)^2$
$= (21)^2$

**b.** $5^3 \,.\, 11^3 = (5 \,.\, 11)^3$
$= (55)^3$

**c.** $2^{-5} \,.\, 7^{-5} = (2 \,.\, 7)^{-5}$
$= (14)^{-5}$
$= \dfrac{1}{14^5}$

**ç.** $(-7)^{-4} \,.\, (3)^{-4} = [(-7).(3)]^{-4}$
$= (-21)^{-4}$
$= \dfrac{1}{(-21)^4}$

**12.** $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3$ işlemini yapalım:

**I. yol:** $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = \left(\dfrac{2}{5}\right) . \left(\dfrac{2}{5}\right) . \left(\dfrac{2}{5}\right)$
$= \dfrac{4}{25} \,.\, \dfrac{2}{5}$
$= \dfrac{8}{125}$ olur.

**II. yol:** $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = \dfrac{2^3}{5^3}$
$= \dfrac{8}{125}$ olur.

$b \neq 0$ ve a ile k birer tam sayı olmak üzere $\left(\dfrac{a}{b}\right)^k = \dfrac{a^k}{b^k}$ biçiminde yazılabilir.

**13.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $\left(\frac{2}{7}\right)^5 = \frac{2^5}{7^5}$ **b.** $\left(\frac{9}{11}\right)^{-4} = \frac{(9)^{-4}}{(11)^{-4}}$ **c.** $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = -\frac{(3)^{-2}}{(4)^{-2}}$

**14.** $\frac{2^5}{2^3}$ işlemini yapalım:

**I. yol:** $\frac{2^5}{2^3} = \frac{\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{2}.2.2}{\cancel{2}.\cancel{2}.\cancel{2}}$

$= 2 . 2$

$= 4$ olur.

**II. yol:** $\frac{2^5}{2^3} = (2)^{5-3}$

$= 2^2$

$= 4$ olur.

Tabanları aynı üslü sayıları bölerken payın üssünden paydanın üssü çıkarılır. Bulunan üs, ortak tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ olur.

**15.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $\frac{3^6}{3^2} = 3^{6-2}$

$= 3^4$

**b.** $\frac{5^{-2}}{5^4} = 5^{-2-4}$

$= 5^{-6}$

**c.** $\frac{(-7)^6}{(-7)^{-4}} = (-7)^{6-(-4)}$

$= (-7)^{6+4}$

$= (-7)^{10}$

**ç.** $\frac{(-11)^{-8}}{(-11)^{-5}} = (-11)^{-8-(-5)}$

$= (-11)^{-8+5}$

$= (-11)^{-3}$

**16.** Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını üslü sayı olarak bulalım:

**a.** $\left(\frac{1}{8}\right)^3 : 2^{-5} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^3 : 2^{-5}$

$= (2^{-3})^3 . \frac{1}{2^{-5}}$

$= 2^{-9} . 2^5$

$= 2^{(-9)+5}$

$= 2^{-4}$ olur.

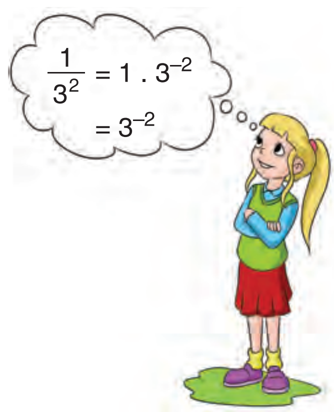
**b.** $\frac{3^2 . 27}{\frac{1}{3^2} . 3^4} = \frac{3^2 . 3^3}{3^{-2} . 3^4}$

$= \frac{3^{2+3}}{3^{(-2)+4}}$

$= \frac{3^5}{3^2}$

$= 3^{5-2}$

$= 3^3$ olur.



**c.** $\dfrac{25.125}{\left(\dfrac{5}{5^3}\right)^2.5^4} = \dfrac{5^2.5^3}{(5.5^{-3})^2.5^4}$

$= \dfrac{5^{2+3}}{(5^{+1-3})^2.5^4}$

$= \dfrac{5^5}{(5^{-2})^2.5^4}$

$= \dfrac{5^5}{5^{-4}.5^4}$

$= \dfrac{5^5}{5^{-4+4}}$

$= \dfrac{5^5}{5^0}$

$= \dfrac{5^5}{1}$

$= 5^5$ olur.

**ç.** $\dfrac{27.\dfrac{1}{81}}{243 \div \dfrac{1}{3^2}} \div 3^{-4}.9 = \dfrac{3^3.\dfrac{1}{3^4}}{3^5.3^2} \cdot \dfrac{1}{3^{-4}.3^2}$

$= \dfrac{3^3.3^{-4}}{3^{5+2}} \cdot \dfrac{1}{3^{-4+2}}$

$= \dfrac{3^{3+(-4)}}{3^7} \cdot \dfrac{1}{3^{-2}}$

$= 3^{-1} . 3^{-7} . 3^2$

$= 3^{-1+(-7)+2}$

$= 3^{-6}$ olur.

**d.** $\dfrac{10^2.2^{-4}.5^3}{2^{-5}.2^{-7}.\dfrac{1}{5^3}} = \dfrac{(2.5)^2.2^{-4}.5^3}{2^{(-5)+(-7)}.5^{-3}}$ [Not: $10^2 = (2 . 5)^2$ dir.]

$= \dfrac{2^2.5^2.2^{-4}.5^3}{2^{-12}.5^{-3}}$

$= \dfrac{2^{2+(-4)}.5^{2+3}}{2^{-12}.5^{-3}}$

$= 2^{-2} . 5^5 . 2^{+12} . 5^3$

$= 2^{(-2)+12} . 5^{5+3}$

$= 2^{10} . 5^8$

$= (2^2 . 2^8) . 5^8$

$= 2^2 . (2 . 5)^8$

$= 2^2 . 10^8$

$= 4 . 10^8$ olur.

**17.** $4^2 . 5^5$ işleminin sonucunda elde edilen sayının kaç basamaklı olduğunu bulalım:

$4^2 . 5^5$ işlemini $a . 10^n$ biçiminde düzenlersek bu işlemin sonucunun kaç basamaklı olduğunu kolayca bulabiliriz.

$4^2 . 5^5 = (2^2)^2 . 5^5$

$= 2^4 . 5^4 . 5^1$

$= (2^4 . 5^4) . 5^1$

$= (2 . 5)^4 . 5^1$

$= 10^4 . 5^1$

$= 5 . 10^4$

$5 . 10^4$ sayısı, 5'in yanına 4 tane 0 yazılacağı anlamına gelir. Öyleyse bu işlemin sonucu 50 000'dir. Bu sayı 5 basamaklı bir sayıdır.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Aşağıda tekrarlı çarpımları verilen tam sayıları üslü ifade biçiminde yazınız.

**a.** $3 \,.\, 3 \,.\, 3$ **b.** $4 \,.\, 4 \,.\, 4 \,.\, 4$

**c.** $(-2) \,.\, (-2) \,.\, (-2) \,.\, (-2) \,.\, (-2)$ **ç.** $(-10) \,.\, (-10) \,.\, (-10) \,.\, (-10)$

**d.** $11 \,.\, 11 \,.\, 11$ **e.** $(-5) \,.\, (-5) \,.\, (-5) \,.\, (-5) \,.\, (-5) \,.\, (-5)$

**2.** Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.

**a.** $2^4$ **b.** $7^3$ **c.** $(-5)^3$ **ç.** $10^{-5}$

**d.** $(-3)^{-3}$ **e.** $(-8)^{-3}$ **f.** $(-10)^{-6}$ **g.** $(-13)^0$

**3.** Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını üslü ifade biçiminde yazınız.

**a.** $2^4 \,.\, 2^5$ **b.** $4^{-3} \,.\, 4^5$ **c.** $7^5 \,.\, 7^{-2} \,.\, 7^1$

**ç.** $(-3)^{-4} \,.\, (-3)^8$ **d.** $(-11)^7 \,.\, (-11)^{-5}$ **e.** $(10)^{-10} \,.\, (-10)^{10}$

**4.** Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını üslü ifade biçiminde yazınız.

**a.** $(3^2)^5$ **b.** $(5^2)^{-3}$ **c.** $\left[(-7)^{-4}\right]^3$

**ç.** $(-10^3)^5$ **d.** $(-4^0)^5$ **e.** $(2^2)^4 \,.\, (2^3)^2$

**f.** $(7^{-3})^2 \,.\, (7^4)^{-2}$ **g.** $(11^2)^{-4} \,.\, (11^0)^{10}$ **ğ.** $\left[(-13)^{-2}\right]^4 \,.\, (-13)^8 \,.\, (-13)^2$

**5.** Aşağıdaki eşitliklerde $\blacksquare$ yerine yazılması gereken tam sayıları bulunuz.

**a.** $10^{\blacksquare} \,.\, 10^{-5} = 10^5$ **b.** $2^9 \,.\, 2^{\blacksquare} = 2^{14}$ **c.** $15^{\blacksquare} \,.\, 15^6 = 1$

**6.** Aşağıdaki işlemlerin sonucunu üslü ifade olarak yazınız.

**a.** $\dfrac{2^3 . 4}{2^5 . 8}$ **b.** $\dfrac{3^{-2} . 81}{(3^3)^{-4} . 27}$ **c.** $\dfrac{2^2 . 10^5}{2^{-3} . 25}$

**ç.** $\left(\dfrac{3^2}{3^5}\right)^{12} . \left(\dfrac{3^5}{9}\right)^{12}$ **d.** $\dfrac{1}{\dfrac{1}{2} . \dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}}$ **e.** $\dfrac{(-1)^{87} . (-1)^{36} . (-1)^{211}}{(-1)^{10} . (10)^2}$

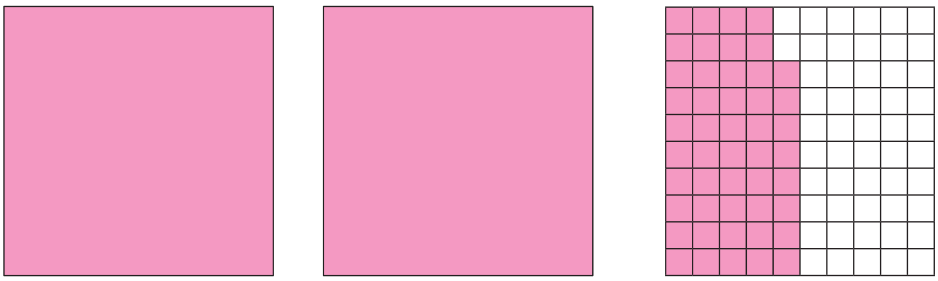
**7.** $\dfrac{2^3 . 10^4}{2 . 5^{-3}}$ işleminin sonucunda elde edilen sayının kaç basamaklı olduğunu bulunuz.

## Ondalık Gösterimleri Çözümleme


Yukarıdaki kazak ve gömleğin fiyatlarını gösteren sayılardaki rakamların basamak değerlerini söyleyiniz.

### Örnekler

**1.** 2,48 ondalık gösterimini modelleyip çözümleyelim:



$2,48 = 2 \times 1 + 4 \times \frac{1}{10} + 8 \times \frac{1}{100}$ olur. Bu çözümlemeyi 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazalım:

$$2,48 = 2 \times 10^0 + 4 \times \frac{1}{10^1} + 8 \times \frac{1}{10^2}$$

$$= 2 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2} \text{ olur.}$$

Bir ondalık gösterimi basamak değerlerinin toplamı biçiminde yazmaya, bu ondalık gösterimi **çözümleme** denir.

**2.** 49,863 ondalık gösterimini, basamak tablosunda gösterip 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyelim:

| | TAM KISIM | | | ONDALIK KISIM | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Onlar basamağı | Birler basamağı | | Onda birler basamağı | Yüzde birler basamağı | Binde birler basamağı |
| **Sayı** | 4 | 9 | , | 8 | 6 | 3 |
| **Basamak değeri** | 40 | 9 | , | $8 \times \frac{1}{10}$ | $6 \times \frac{1}{100}$ | $3 \times \frac{1}{1\,000}$ |

$$49,863 = 4 \times 10 + 9 \times 1 + 8 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100} + 3 \times \frac{1}{1\,000}$$

$$= 4 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 8 \times \frac{1}{10^1} + 6 \times \frac{1}{10^2} + 3 \times \frac{1}{10^3}$$

$$= 4 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3} \text{ olur.}$$

**3.** Aşağıda verilen ondalık gösterimler 10'un tam sayı kuvvetleri kullanılarak çözümlenmiştir. İnceleyelim:

**a.** $0{,}54 = 0 \times 1 + 5 \times \frac{1}{10} + 4 \times \frac{1}{100}$
$= 0 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

**b.** $203{,}07 = 2 \times 100 + 0 \times 10 + 3 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{100}$
$= 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 0 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$

**c.** $960{,}215 = 9 \times 100 + 6 \times 10 + 0 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1\,000}$
$= 9 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 0 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$

**ç.** $2\,048{,}67 = 2 \times 1\,000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 8 \times 1 + 6 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{100}$
$= 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$

**d.** $4\,600{,}203 = 4 \times 1\,000 + 6 \times 100 + 2 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{1\,000}$
$= 4 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 2 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-3}$

Çözümlemede 0 olan basamaklar yazılmayabilir.

**4.** Çözümlenmiş biçimi $7 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 0 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3}$ olan sayıyı bulalım:

$7 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 0 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} = 7 \times 100 + 5 \times 10 + 9 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} +$
$6 \times \frac{1}{100} + 1 \times \frac{1}{1\,000}$
$= 700 + 50 + 9 + 0 + 0{,}06 + 0{,}001$
$= 759{,}061$ olur.

**5.** Çözümlenmiş biçimi $8 \times 10^3 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3}$ olan sayıyı bulalım:

$8 \times 10^3 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3} = 8 \times 1\,000 + 4 \times 10 + 3 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10} +$
$5 \times \frac{1}{100} + 6 \times \frac{1}{1\,000}$
$= 8\,000 + 40 + 3 + 0{,}2 + 0{,}05 + 0{,}006$
$= 8\,043{,}256$ olur.

**6.** Çözümlenmiş biçimi $9 \times 10^3 + 3 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-3}$ olan sayıyı bulalım:

$9 \times 10^3 + 3 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-3} = 9 \times 1\,000 + 3 \times 1 + 8 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{1\,000}$
$= 9\,000 + 3 + 0{,}8 + 0{,}007$
$= 9\,003{,}807$ olur.

## ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**

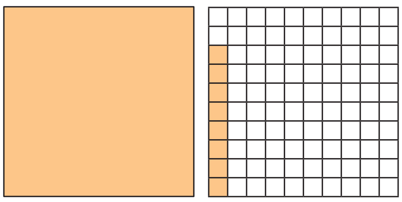
- İki tane yüzlük kart alınız.
- Bu kartlardan birinin tamamını, diğerinin ise istediğiniz kadar birim karesini boyayınız.
- Boyalı bölgelere karşılık gelen ondalık gösterimi yazınız.
- Ondalık gösterimleri, önceki bilgilerinizden yararlanarak çözümleyiniz.
- Çözümlemeyi, 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazınız.
- Yaptığınız çözümlemeyi sınıfa açıklayınız.
- Çözümlemelerin doğruluğuna sınıfça karar veriniz.

**Araç ve Gereç**
- Yüzlük kartlar
- Boya kalemi

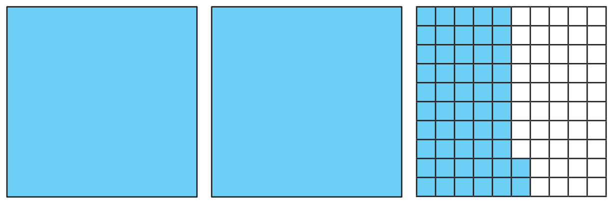
## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Aşağıdaki modellerin boyalı kısımlarına karşılık gelen ondalık gösterimleri yazınız. Bu ondalık gösterimleri 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyiniz.

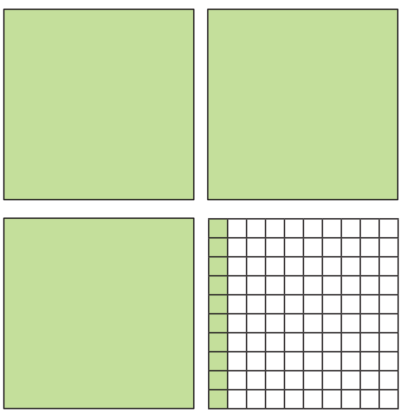
**a.**



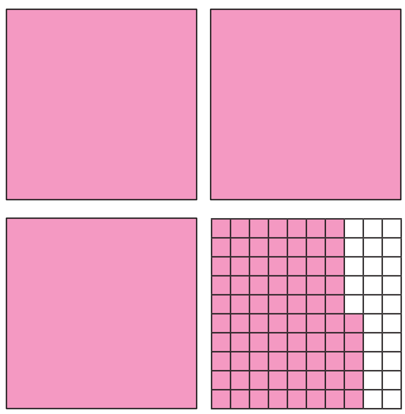
**b.**



**c.**



**ç.**



**2.** Aşağıdaki ondalık gösterimleri 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyiniz.

**a.** 0,62  **b.** 18,09  **c.** 0,201

**ç.** 1,111  **d.** 45,76  **e.** 808,734

**f.** 24,001  **g.** 320,052  **ğ.** 600,006

**3.** Aşağıda çözümlenmiş biçimleri verilen sayıları yazınız.

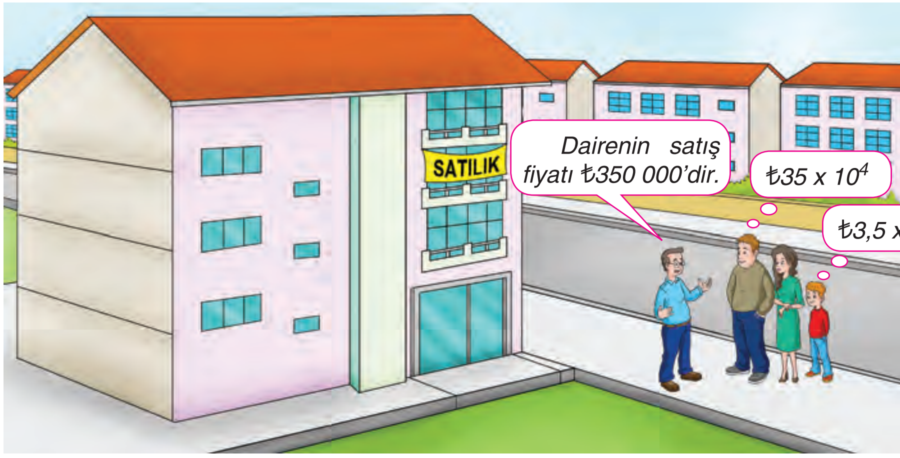
**a.** $8 \times 10^{1} + 3 \times 10^{0} + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$

**b.** $6 \times 10^{2} + 0 \times 10^{1} + 5 \times 10^{0} + 3 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2} + 4 \times 10^{-3}$

**c.** $1 \times 10^{3} + 2 \times 10^{2} + 9 \times 10^{1} + 6 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$

**ç.** $5 \times 10^{3} + 4 \times 10^{2} + 9 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 6 \times 10^{-3}$

# Sayıları 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetlerini Kullanarak Gösterme




Tunç ailesi bir daireyi satın almak istiyor. Satıcı, bu dairenin satış fiyatının 350 000 TL olduğunu söylüyor. Baba ve oğlu dairenin fiyatını farklı şekillerde ifade ediyor.

Farklı şekillerde ifade edilen fiyatlar ile dairenin satış fiyatını karşılaştırınız. Bu konudaki düşüncenizi açıklayınız.

## ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**

- $732 \times 10^4$ sayısını rasyonel sayı biçiminde $\left(\frac{732 \times 10^4}{1}\right)$ yazıp pay ve paydayı $10^2$ ile çarptığınızda bu sayının değerinin değişip değişmeyeceğini söyleyiniz.
- $\left(\frac{732 \times 10^4}{1}\right) \cdot \frac{10^2}{10^2}$ ifadesinin payındaki 732'yi $10^2$ ye bölüp ondalık gösterim biçiminde yazınız.
- $\left(\frac{732 \times 10^4}{1}\right) \cdot \frac{10^2}{10^2}$ ifadesinin payındaki $10^4$ ile $10^2$ nin çarpımını 10'un tam sayı kuvveti biçiminde gösterip bu sayı ile ondalık gösterimi çarpım şeklinde yazınız.
- Elde ettiğiniz sayı ile $732 \times 10^4$ sayısını karşılaştırınız.

## Örnekler

**1.** Yerküre'nin Güneş'e olan uzaklığı 149 600 000 km'dir. Bu uzaklığı 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazalım:

$$\begin{aligned} 149\,\underbrace{600\,000}_{5 \text{ basamak}} \text{ km} &= 1\,496 \times 10^5 \\ &= (149{,}6 \times 10) \times 10^5 \\ &= 149{,}6 \times 10^1 \times 10^5 \\ &= 149{,}6 \times 10^{1+5} \\ &= 149{,}6 \times 10^6 \text{ km olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 149\,600\,000 \text{ km} &= 1\,496 \times 10^5 \\ &= (14{,}96 \times 100) \times 10^5 \\ &= 14{,}96 \times 10^2 \times 10^5 \\ &= 14{,}96 \times 10^{2+5} \\ &= 14{,}96 \times 10^7 \text{ km olur.} \end{aligned}$$

149 600 000 sayısı 10'un farklı tam sayı kuvvetleri kullanılarak $1\,496 \times 10^5$; $149{,}6 \times 10^6$ veya $14{,}96 \times 10^7$ ... biçimlerinde yazılabilir.

**2.** Havanın yoğunluğu yaklaşık olarak 0,0013 g / $cm^3$ tür. Havanın yoğunluğunu 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazalım:

$$\underbrace{0{,}0013}_{4\text{ basamak}} \text{ g / cm}^3 = 13 \times 10^{-4} = (1{,}3 \times 10) \times 10^{-4} = 1{,}3 \times 10^{1} \times 10^{-4} = 1{,}3 \times 10^{-4+1} = 1{,}3 \times 10^{-3} \text{ g / cm}^3 \text{ olur.}$$

$$0{,}0013 \text{ g / cm}^3 = 13 \times 10^{-4} = (0{,}13 \times 100) \times 10^{-4} = 0{,}13 \times 10^{2} \times 10^{-4} = 0{,}13 \times 10^{2+(-4)} = 0{,}13 \times 10^{-2} \text{ g / cm}^3 \text{ olur.}$$

0,0013 sayısı 10'un farklı tam sayı kuvvetleri kullanılarak $13 \times 10^{-4}$; $1{,}3 \times 10^{-3}$ veya $0{,}13 \times 10^{-2}$ ... biçimlerinde yazılabilir.

**3.** $35{,}7 \times 10^9$ sayısını, 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazalım:

$$35{,}7 \times 10^9 = (3{,}57 \times 10) \times 10^9 = 3{,}57 \times 10^1 \times 10^9 = 3{,}57 \times 10^{10}$$

$$35{,}7 \times 10^9 = (357 \times \frac{1}{10}) \times 10^9 = (357 \times 10^{-1}) \times 10^9 = 357 \times 10^{-1+9} = 357 \times 10^8$$

$35{,}7 \times 10^9$ sayısında virgül bir basamak sola kaydırılınca 10'un tam sayı kuvvetinin 1 arttığını, bir basamak sağa kaydırılınca 10'un tam sayı kuvvetinin 1 azaldığını fark ettiniz mi?

**4.** Aşağıdaki sayıların 10'un farklı tam sayı kuvvetleri kullanılarak yazılışlarını inceleyelim:

**a.** $16\,300\,000 = 163 \times 10^5 = 16{,}3 \times 10^6 = 1{,}63 \times 10^7 = 0{,}163 \times 10^8$

**b.** $0{,}0000148 = 148 \times 10^{-7} = 14{,}8 \times 10^{-6} = 1{,}48 \times 10^{-5} = 0{,}148 \times 10^{-4}$

**5.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $\dfrac{2{,}7 \times 10^{17}}{3 \times 10^5} = \dfrac{27 \times 10^{16}}{3 \times 10^5} = \dfrac{27}{3} \times 10^{16-5} = 9 \times 10^{11}$

**b.** $\dfrac{2{,}24 \times 10^{3}}{1{,}4 \times 10^8} = \dfrac{224 \times 10}{14 \times 10^7} = \dfrac{224}{14} \times 10^{1-7} = 16 \times 10^{-6}$

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Aşağıdaki sayıları 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak 3 farklı biçimde yazınız.

**a.** 702 000 **b.** 18 000 000 **c.** 3 945 000 000

**ç.** 0,00001 **d.** 0,000126 **e.** 0,000000306

**2.** Aşağıdaki işlemleri yapınız.

**a.** $\dfrac{2{,}56 \times 10^7}{1{,}6 \times 10^4}$ **b.** $\dfrac{1{,}8 \times 10^2}{0{,}06 \times 10^8}$ **c.** $\dfrac{0{,}65 \times 10^4}{1{,}3 \times 10^{10}}$

## Çok Büyük ve Çok Küçük Sayıların Bilimsel Gösterimi


Merkür gezegeninin Güneş'e olan uzaklığı yaklaşık 57 900 000 km'dir.

Bu uzaklığı, 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak, ondalık gösterim olan çarpanının tam kısmı bir basamaklı olacak şekilde $5{,}79 \times 10^7$ km olarak yazarız. Bu çarpımın nasıl yazıldığını açıklayınız.

### ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**

- Tabloda verilen sayıları, 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak, ondalık gösterim olan çarpanını, tam kısmı bir basamaklı olacak şekilde yazınız.
- Yaptığınız çalışmaları sınıfa açıklayınız.
- Çalışmaların doğruluğuna sınıfça karar veriniz.

| Sayı | Sayıyı 10'un tam sayı kuvveti biçiminde gösterme |
|---|---|
| 3 407 000 | |
| 12 800 000 000 | |
| 0,0000038 | |
| 0,000000263 | |

### Örnekler

**1.** Venüs gezegeninin Güneş'e olan uzaklığı yaklaşık 108 000 000 km'dir. Bu uzaklığı, tam kısmı bir basamaklı olacak şekilde yazalım:

$$\begin{aligned}
108\,000\,000 \text{ km} &= 10\,800\,000 \times 10 \quad (10 = 10^1)\\
&= 1\,080\,000 \times 100 \quad (100 = 10^2)\\
&= 108\,000 \times 1\,000 \quad (1\,000 = 10^3)\\
&= 10\,800 \times 10\,000 \quad (10\,000 = 10^4)\\
&= 1\,080 \times 100\,000 \quad (100\,000 = 10^5)\\
&= 108 \times 1\,000\,000 \quad (1\,000\,000 = 10^6)\\
&= 10{,}8 \times 10\,000\,000 \quad (10\,000\,000 = 10^7)\\
&= 1{,}08 \times 100\,000\,000 \quad (100\,000\,000 = 10^8)\\
&= 1{,}08 \times 10^8 \text{ km olur.}
\end{aligned}$$

Elde edilen bu eşitliği, virgülden sonraki basamak sayısını 10'a üs olarak aşağıdaki gibi kısaca yazabiliriz.

$\underbrace{108\,000\,000}_{\text{8 basamak}} = 1{,}08 \times 10^8$ olur.

**2.** Fen bilimlerinde kullanılan uzunluk ölçü birimi mikrometrenin (kısaca mikron) uzunluğu $\frac{1}{1\,000}$ mm'dir. Bu uzunluğu, 10'un tam sayı kuvveti olarak yazalım:

$$\frac{1}{1\,000}\text{ mm} = 0{,}001\text{ mm'dir.}$$

$$\begin{aligned}0{,}001 &= 0{,}01 \times \frac{1}{10}\\ &= 0{,}1 \times \frac{1}{100}\\ &= 1 \times \frac{1}{1\,000}\\ &= 1 \times \frac{1}{10^3}\\ &= 1 \times 10^{-3}\text{ olur.}\end{aligned}$$

1 ve 2. örneklerdeki sayıların 10'un tam kuvvetlerini kullanarak elde edilen ondalık gösterimlerinin tam kısımları, 1 (1 dâhil) ile 10 arasındadır.

**a**, 1 ile 10 arasında (1 dâhil) bir sayı ve **n** bir tam sayı olmak üzere, bir sayının **a x 10$^{n}$** biçimindeki gösterimine bu sayının **bilimsel gösterimi** denir.

**3.** Ay ile Dünya arasındaki uzaklık yaklaşık 384 400 000 m'dir. Bu uzaklığın bilimsel gösterimini yazalım:

Bu uzaklığı 10'un tam sayı kuvveti olarak,

384 400 000 m = 3 844 x $10^5$ m biçiminde yazarız.

3 844 x $10^5$ m uzaklığı bilimsel gösterim biçiminde yazmak için, bu sayının 10'un kuvveti dışında kalan çarpanını, 1 ile 10 arasında kalacak şekilde işlem yapmalıyız.

$$3\,844 \times 10^5 = \frac{3\,844}{1\,000} \times 1\,000 \times 10^5$$ (Bir sayıyı 1 000 ile hem bölüp hem de çarptığımızda sayının değeri değişmez.)

$$\begin{aligned}&= 3{,}844 \times 10^3 \times 10^5\\ &= 3{,}844 \times 10^{3+5}\\ &= 3{,}844 \times 10^8\text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Bu uzaklığın bilimsel gösterimi 3,844 x $10^8$ m olur.

**4.** Uzunluğu 0,0000004 mm olan bir mikrobun uzunluğunun bilimsel gösterimini yazalım:

$$\begin{aligned}0{,}0000004\text{ mm} &= \frac{4}{10\,000\,000}\\ &= \frac{4}{10^7}\\ &= 4 \times 10^{-7}\text{ mm olur.}\end{aligned}$$

**5.** Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bilimsel gösterimle yazalım:

**a.** $$\begin{aligned}(8{,}5 \times 10^{12}) \times 0{,}2 \times 10^{11} &= (8{,}5 \times 0{,}2) \times (10^{12} \times 10^{11})\\ &= 1{,}7 \times 10^{12+11}\\ &= 1{,}7 \times 10^{23}\text{ olur.}\end{aligned}$$

**b.** $$\begin{aligned}(12 \times 10^{-3}) \div (4 \times 10^{-4}) &= \frac{12}{4} \times 10^{-3-(-4)}\\ &= 3 \times 10^{-3+4}\\ &= 3 \times 10\text{ olur.}\end{aligned}$$

**c.** $(5{,}2 \times 10^6) \times (4 \times 10^{-3}) = (5{,}2 \times 4) \times (10^6 \times 10^{-3})$
$= 20{,}8 \times 10^{6-3}$
$= 20{,}8 \times 10^3$
$= 2{,}08 \times 10^4$ olur.

**ç.** $\dfrac{8 \times 10^5}{40 \times 10^{-8}} = \dfrac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{5}{\cancel{40}}} \times \dfrac{10^5}{10^{-8}}$

$= \dfrac{1}{5} \times 10^5 \times 10^8$
$= 0{,}2 \times 10^{13}$
$= 2 \times 10^{12}$ olur.

**d.** $\dfrac{0{,}00045 \times 10^3}{0{,}015 \times 10^6} \div \dfrac{1{,}2 \times 10^{-7}}{3{,}6 \times 10^5} = \dfrac{45 \times 10^{-5} \times 10^3}{15 \times 10^{-3} \times 10^6} \times \dfrac{3{,}6 \times 10^5}{1{,}2 \times 10^{-7}}$

$= \dfrac{\overset{3}{\cancel{45}}}{\underset{1}{\cancel{15}}} \times \dfrac{10^{-2}}{10^3} \times \dfrac{\overset{3}{\cancel{3{,}6}}}{\underset{1}{\cancel{1{,}2}}} \times 10^5 \times 10^7$

$= 3 \times 10^{-2} \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{12}$
$= (3 \times 3) \times 10^{-2-3+12}$
$= 9 \times 10^7$ olur.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Mars'ın Güneş'e olan uzaklığı yaklaşık 228 000 000 km'dir. Bu uzaklığı bilimsel gösterim biçiminde yazınız.

**2.** Bir virüsün uzunluğu 0,000081 mm'dir. Bu uzunluğu bilimsel gösterim biçiminde yazınız.

**3.** Aşağıdaki sayıların bilimsel gösterimlerini yazınız.

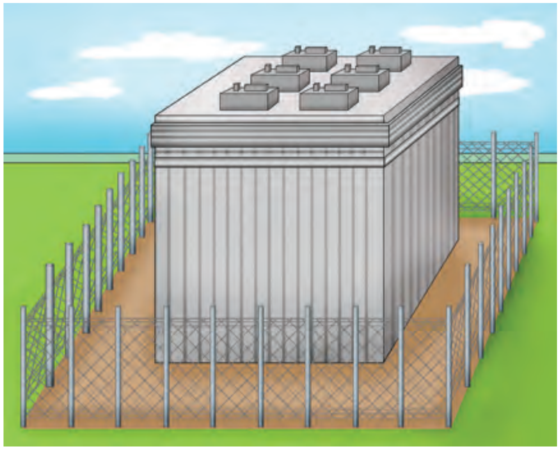
**a.** 1 325 000
**b.** 83 200 000
**c.** 127 000 000 000
**ç.** 0,006
**d.** 0,000024
**e.** 0,000000244

**4.** Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bilimsel gösterimle yazınız.

**a.** $5 \times 10^4 + 12 \times 10^3$
**b.** $48 \times 10^{-7} + 27 \times 10^{-5}$
**c.** $36 \times 10^{-5} - 12 \times 10^{-4}$
**ç.** $3{,}4 \times 10^2 \times 26 \times 10^3$
**d.** $\dfrac{51 \times 10^{14}}{17 \times 10^5}$
**e.** $\dfrac{0{,}000048}{0{,}0016} \div \dfrac{0{,}12 \times 10^{-6}}{10^7}$
**f.** $\dfrac{3{,}6 \times 10^{-3}}{0{,}72 \times 10^5} \div \dfrac{8 \times 10}{24 \times 10^{-6}}$
**g.** $\dfrac{27 \times 10^{-4} - 9 \times 10^{-5}}{81 \times 10^{-6}} \div \dfrac{24{,}3 \times 10^3}{10^{10}}$

## Kareköklü İfadeler

### Tam Kare Doğal Sayılar



Alanı 400 m$^2$ olan karesel bölge biçimindeki arsanın içine bir elektrik trafosu konulduğu için çevresine tel örgü çekiliyor. Arsanın çevresine çekilen tel örgü, 2 m aralıklarla dikilen direklere tutturuluyor.

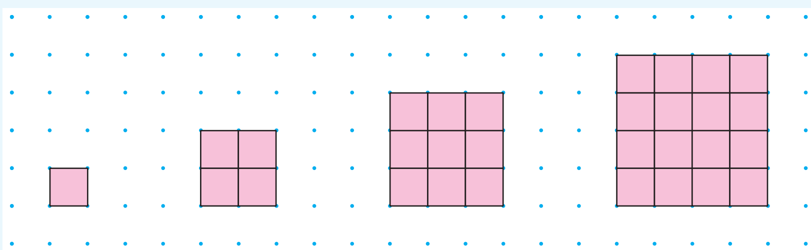
Bu iş için kaç direk kullanıldığını nasıl hesaplayabileceğinizi açıklayınız.

### ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- Noktalı kâğıt

**Uygulama Basamakları**

- Aşağıdaki noktalı kâğıda bir kenarının uzunluğu 1, 2, 3 ve 4 birim olan karesel bölgeler çizilmiştir.



- Aşağıdaki tabloyu inceleyiniz.

| **Karesel bölgenin bir kenar uzunluğu (birim = br)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Karesel bölgenin alanı (br$^2$)** | 1 . 1 = 1 | 2 . 2 = 4 | 3 . 3 = 9 | 4 . 4 = 16 | . . . | . . . |

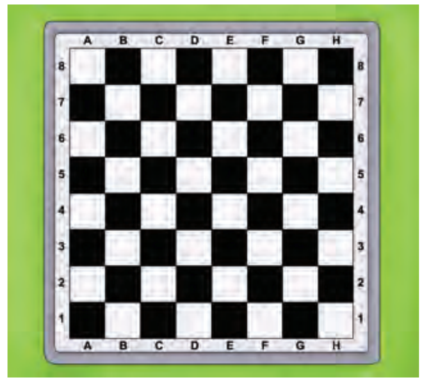
- Tablodan yararlanarak bir kenar uzunluğu 5 ve 6 birim olan karesel bölgelerin alanlarının kaçar birimkare olduğunu bulunuz. Bulduğunuz alanları tabloya yazınız.
- Karesel bölgelerin alanları ile bu karesel bölgelerin birer kenar uzunluğu arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
- Tabloya göre karesel bölgenin bir kenar uzunluğu a ile gösterilirse bu karesel bölgenin alanını cebirsel olarak nasıl ifade edebileceğinizi söyleyiniz.
- Tablodaki örüntü devam ettirildiğinde alanı 49, 64, 81 birimkare olan karesel bölgelerin birer kenarının uzunluğunun kaçar birim olacağını söyleyiniz.

## Örnekler

**1.** Bir parkta karesel bölge biçimindeki alana satranç oyun alanı yapılacaktır. Bu iş için 64 tane karesel bölge biçiminde karo taşı kullanılacaktır. Satranç oyun alanının bir kenarına kaç tane karo taşı döşenmesi gerektiğini bulalım:

Satranç zemini karesel bölge olduğundan bu zeminin her kenarı boyunca eşit sayıda karo taşı kullanılmalıdır. Satranç zemininin bir kenarına kaç tane karo taşı döşendiğini bulmak için 64 sayısının hangi sayının karesi olduğunu bulmamız gerekir.

$64 = 8 \, . \, 8 = 8^2$ olduğundan satranç zeminin bir kenarı boyunca kullanılacak karo taşı sayısı 8'dir.




**2.** Bir çocuk parkında karesel bölge biçimindeki kum havuzunun alanı 36 $m^2$ dir. Bu havuzun bir kenarının uzunluğunu bulalım:

Karesel bölge biçimindeki havuzun alanı bir kenar uzunluğunun karesine eşittir.

$36 \, m^2 = 6 \, m \, . \, 6 \, m = (6 \, m)^2$ dir. Kum havuzunun bir kenarının uzunluğu 6 m'dir.

Bir sayının, hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemine **karekök alma işlemi** denir. Karekök $\sqrt{\phantom{x}}$ sembolü ile gösterilir.

Yukarıda incelediğimiz örneklerde $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$ ve $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$'dır. $\sqrt{64}$ ifadesi "karekök altmış dört", $\sqrt{36}$ ifadesi de "karekök otuz altı" diye okunur.

Karekökleri tam sayı olan 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 ... gibi doğal sayılara **tam kare sayılar** denir.

**3.** Karesel bölge biçimindeki bir arsanın alanı 225 $m^2$ dir. Bu arsanın bir kenarının uzunluğunu bulalım:

Arsanın alanını veren 225 sayısını asal çarpanlarına ayıralım:

$$\begin{array}{r|l}
225 & 3 \\
75 & 3 \\
25 & 5 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l}3\\3\end{array}\right\} 3^2 \\
\left.\begin{array}{l}5\\5\end{array}\right\} 5^2
\end{array}$$

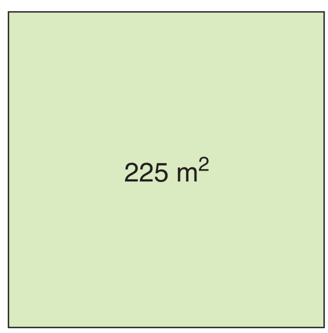
$225 = 3 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, 5$

$225 = 3^2 \, . \, 5^2$

$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 . 5^2}$

$\sqrt{225} = 3 \, . \, 5$

$\sqrt{225} = 15$ bulunur. Arsanın bir kenarının uzunluğu 15 m'dir.



**4.** 144, 324 ve 784 sayılarının kareköklerini bulalım:

$$\begin{array}{r|ll} 144 & 2 & \multirow{2}{*}{$\left.\right\} 2^2$} \\ 72 & 2 & \\ 36 & 2 & \left.\right\} 2^2 \\ 18 & 2 & \\ 9 & 3 & \left.\right\} 3^2 \\ 3 & 3 & \\ 1 & & \end{array}$$

$$144 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3$$
$$144 = 2^2 \,.\, 2^2 \,.\, 3^2$$
$$\sqrt{144} = \sqrt{2^2 . 2^2 . 3^2}$$
$$\sqrt{144} = 2 \,.\, 2 \,.\, 3$$
$$\sqrt{144} = 12 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r|ll} 324 & 2 & \left.\right\} 2^2 \\ 162 & 2 & \\ 81 & 3 & \left.\right\} 3^2 \\ 27 & 3 & \\ 9 & 3 & \left.\right\} 3^2 \\ 3 & 3 & \\ 1 & & \end{array}$$

$$324 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3$$
$$324 = 2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 3^2$$
$$\sqrt{324} = \sqrt{2^2 . 3^2 . 3^2}$$
$$\sqrt{324} = 2 \,.\, 3 \,.\, 3$$
$$\sqrt{324} = 18 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r|ll} 784 & 2 & \left.\right\} 2^2 \\ 392 & 2 & \\ 196 & 2 & \left.\right\} 2^2 \\ 98 & 2 & \\ 49 & 7 & \left.\right\} 7^2 \\ 7 & 7 & \\ 1 & & \end{array}$$

$$784 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 7 \,.\, 7$$
$$784 = 2^2 \,.\, 2^2 \,.\, 7^2$$
$$\sqrt{784} = \sqrt{2^2 . 2^2 . 7^2}$$
$$\sqrt{784} = 2 \,.\, 2 \,.\, 7$$
$$\sqrt{784} = 28 \text{ olur.}$$

Tam kare olan doğal sayıların karekökleri alınırken, verilen sayı, önce asal çarpanlarına ayrılır. Asal çarpanlar, üssü 2 olacak şekilde çarpım biçiminde yazılır. Sonra üsler atılıp tabanlar karekök dışına çıkarılır ve birbiri ile çarpılır.

**5.** Karesi 81 olan sayıları inceleyelim:

$9^2 = 9 \,.\, 9 = 81$ ve

$(-9)^2 = (-9) \,.\, (-9) = 81$ olur.

Kendisi ile çarpıldığında 81 sayısını veren tam sayılar 9 ve –9'dur.

Tam kare bir sayı, mutlak değeri eşit olan iki farklı sayının karesi olarak yazılabilir. Ancak tam kare sayının karekökü bulunurken, her zaman, pozitif olan sayı alınır.

$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = |9| = 9$ ve $\sqrt{81} = \sqrt{(-9)^2} = |-9| = 9$'dur.

Bir sayının karekökü negatif bir sayı olamaz. Bu nedenle $\sqrt{x^2} = |x|$ olur.

**6.** $\sqrt{-49}$ ifadesini inceleyelim:

Hiçbir tam sayı, kendisi ile çarpılınca –49'u vermez. Buradan negatif sayıların kareköklerinin olmadığını anlarız.

**7.** $\sqrt{0}$, $\sqrt{1}$, $\sqrt{121}$ ve $-\sqrt{169}$ sayılarının kareköklerini bulalım:

$\sqrt{0} = \sqrt{0^2} = |0| = 0$'dır.

$\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = |1| = 1$ ve $\sqrt{1} = \sqrt{(-1)^2} = |-1| = 1$ olduğundan $\sqrt{1} = 1$'dir.

$\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = |11| = 11$ ve $\sqrt{121} = \sqrt{(-11)^2} = |-11| = 11$ olduğundan $\sqrt{121} = 11$'dir.

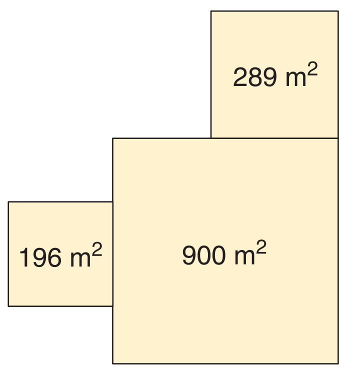
$-\sqrt{169} = -\sqrt{13^2} = -|13| = -13$ ve $-\sqrt{169} = -\sqrt{(-13)^2} = -|-13| = -13$ olduğundan $-\sqrt{169} = -13$'tür.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Ali, alanı 1 600 $m^2$ olan karesel bölge biçimindeki bir parkın etrafında 10 tur koşmuştur. Ali'nin kaç metre koştuğunu bulunuz.

**2.** Küp biçimindeki su tankının tüm yüzey alanı 600 $m^2$ dir. Bu tankın bir ayrıtının uzunluğu kaç metredir?

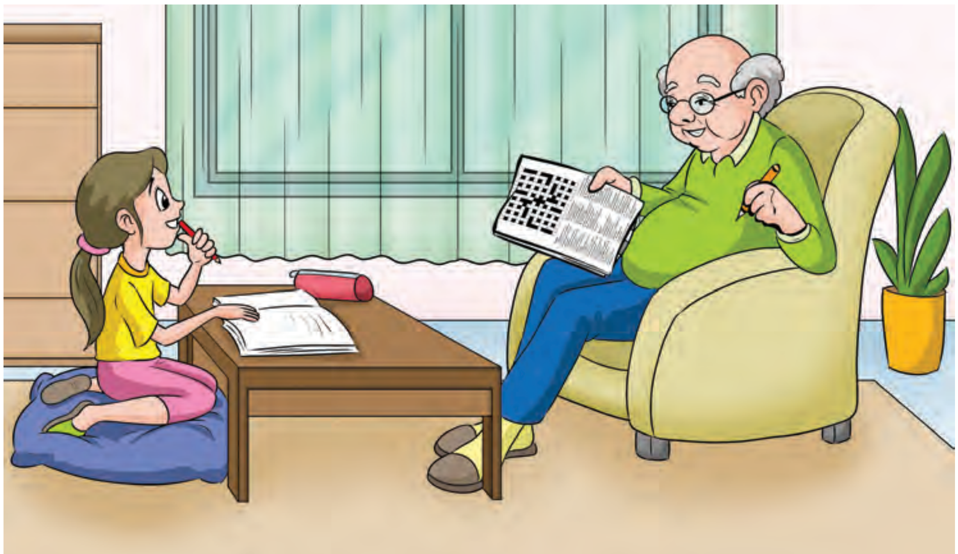
**3.** Bir arsa yandaki şekilde görüldüğü gibi 3 tane karesel bölgeden oluşmaktadır. Bu arsayı oluşturan karesel bölgelerin alanları 196 $m^2$, 900 $m^2$ ve 289 $m^2$ dir. Arsanın çevresi 3 sıra dikenli telle çevrilecektir. Bu iş için kaç metre dikenli tel gereklidir?




**4.** Aşağıdaki sayıların kareköklerini hesaplayınız.

| | | |
|---|---|---|
| **a.** $\sqrt{9}$ | **b.** $\sqrt{16}$ | **c.** $\sqrt{100}$ |
| **ç.** $\sqrt{484}$ | **d.** $\sqrt{1\,369}$ | **e.** $\sqrt{676}$ |

## Tam Kare Olmayan Sayıların Karekökünü Tahmin Etme



Bulmaca çözen Faruk Bey, torunu Ayşe'ye: "Bulmacada $\sqrt{50}$'ye en yakın tam sayı soruluyor, bana yardımcı olur musun?" dedi.

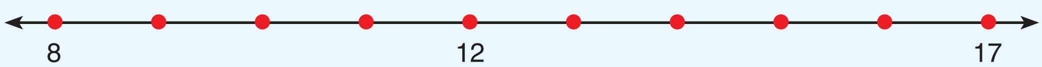
Ayşe'nin yerinde siz olsaydınız Faruk Bey'in sorusunu nasıl cevaplardınız?

### ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- Hesap makinesi

**Uygulama Basamakları**

- 12 sayısının tam kare olup olmadığını söyleyiniz.
- 12'ye en yakın ve bu sayıdan büyük olan tam kare sayıyı söyleyiniz.
- 12'ye en yakın ve bu sayıdan küçük olan tam kare sayıyı söyleyiniz.
- Söylediğiniz tam kare sayıları, aşağıdaki sayı doğrusunda eşleştikleri noktaların altlarına yazınız.

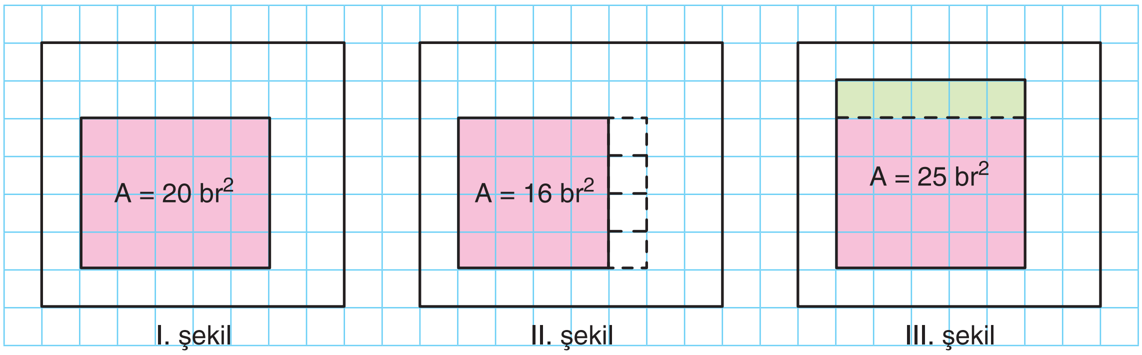



- 12 ile diğer iki tam kare sayıyı küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
- Sıraladığınız sayıları bir de karekök içine alarak aynı şekilde sıralayınız.
- Belirlediğiniz tam kare sayıların kareköklerini alınız. Bulduğunuz sayıları yaptığınız sıralamadaki yerlerine yazınız.
- Oluşan sıralamaya göre $\sqrt{12}$ sayısının hangi iki tam sayı arasında olduğunu söyleyiniz.
- 12 sayısının hangi tam kare sayı değerine daha yakın olduğunu söyleyiniz.
- 12 sayısının karekökünün yaklaşık değeri hakkındaki düşüncenizi açıklayınız.
- Hesap makinesine 12 yazıp $\sqrt{\phantom{0}}$ tuşuna basınız. Ekranda oluşan ondalık gösterimi, kesir kısmı bir basamaklı olacak şekilde okuyunuz.
- Okuduğunuz sayı ile bulduğunuz yaklaşık değeri karşılaştırınız.

## Örnekler

**1.** $\sqrt{20}$'nin yaklaşık değerini tahmin edelim.

Aşağıdaki kareli kâğıtta oluşturulan alanları inceleyelim:




Yukarıdaki şekillerden;

I. şekil alanı, 20 br$^2$ olan bir çokgensel bölgedir.

II. şekil alanı, 20 br$^2$ den daha az birimkareyi içine alan en büyük karesel bölgedir.

III. şekil alanı, 20 br$^2$ den daha fazla birimkareyi içine alan en küçük karesel bölgedir.

Çokgensel bölgelerin alanlarını küçükten büyüğe doğru sıralarsak,

$16 < 20 < 25$

$\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$ olur. Buradan,

$4 < \sqrt{20} < 5$ yazılabilir. Öyleyse $\sqrt{20}$ sayısının değeri 4 ile 5 arasındadır.

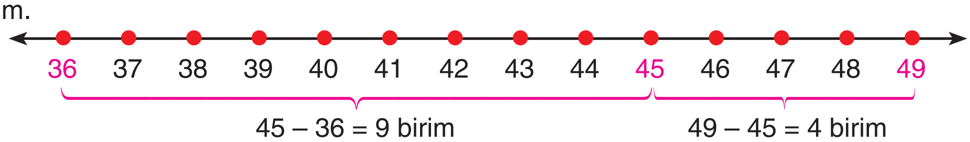
Şimdi 4 ile 5'in ortasındaki sayı olan 4,5 ondalık gösteriminin karesini alalım:

$(4,5)^2 = 20,25$ olur. 20,25 ondalık gösterimi $\sqrt{20}$'ye yakındır.

$(4,4)^2 = 19,36$ olduğundan, $(4,4)^2 < \sqrt{20} < (4,5)^2$ yazılır. Buradan $\sqrt{20}$ sayısının değerini 4,4 veya 4,5 olarak tahmin edebiliriz.

**2.** $\sqrt{45}$'in yaklaşık değerini tahmin edelim:

45 sayısı, tam kare sayılardan 36 ile 49 arasındadır. 36, 45 ve 49 sayılarını sayı doğrusunda gösterelim.




Sayı doğrusunda görüldüğü gibi $36 < 45 < 49$'dur. Buradan, $\sqrt{36} < \sqrt{45} < \sqrt{49}$ ve $6 < \sqrt{45} < 7$ yazılabilir.

Öyleyse $\sqrt{45}$ sayısının değerinin, 6 ile 7 sayıları arasında ve 7'ye daha yakın olduğunu söyleyebiliriz.

$(6,6)^2 = 43,56$; $(6,7)^2 = 44,89$ ve $(6,8)^2 = 46,24$'tür. Bu sayılardan karesi 45'e en yakın olan 6,7 sayısıdır. Buradan, $\sqrt{45}$ sayısının değerini 6,7 olarak tahmin edebiliriz.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Aşağıdaki sayıların hangi iki tam sayı arasında olduğunu bulunuz.

**a.** $\sqrt{13}$ **b.** $\sqrt{50}$ **c.** $\sqrt{92}$

**2.** $\sqrt{87}$ sayısından küçük olan en büyük tam sayıyı bulunuz.

**3.** $\sqrt{75}$ ve $\sqrt{136}$ sayılarının yaklaşık değerlerini en yakın onda birliğe kadar tahmin ediniz.

## Karekök Dışına ve Karekök İçine Alma


Yandaki tablo karesel bölge biçimindedir. Bu tablonun kenarlarından ikisine uzunlukları yazılmıştır. Bu uzunluklar hakkındaki düşüncenizi açıklayınız.

### Örnekler

**1.** Alanı 18 cm$^2$ olan karesel bölge biçimindeki pulun bir kenar uzunluğunu bulalım.


Alanı 18 cm$^2$ olan karesel bölgenin bir kenar uzunluğu $\sqrt{18}$ cm'dir. 18 sayısını asal çarpanlarına ayıralım:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$18 = 2 . 3 . 3$

$= 2 . 3^2$ olur. Buradan, $\sqrt{18} = \sqrt{2.3^2}$

$= \sqrt{2} . \sqrt{3^2}$

$= \sqrt{2} . 3$

$= 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

Alanı 18 cm$^2$ olan karesel bölge biçimindeki pulun bir kenar uzunluğu $3\sqrt{2}$ cm'dir.

**2.** $\sqrt{600}$ sayısını $a\sqrt{b}$ biçiminde yazalım.

600 sayısını, çarpanlarından birini en büyük tam kare olan sayıların çarpımı olarak yazalım:

$600 = 6 . 100$

$= 6 . 10^2$ olur. Buradan, $\sqrt{600} = \sqrt{6.10^2}$

$= \sqrt{6} . \sqrt{10^2}$

$= \sqrt{6} . 10$

$= 10\sqrt{6}$ olur.

Karekök içindeki bir sayıyı $a\sqrt{b}$ biçiminde yazmak için, karekök içindeki sayı, çarpanlarından biri en büyük tam kare olan iki sayının çarpımı olarak yazılır. Tam kare olan sayı, karekökü alınıp karekökün önüne çarpan olarak; diğer çarpan ise karekök içine aynen yazılır. a sayısı 0 veya 0'dan büyük olmak üzere $\sqrt{a^2.b} = a\sqrt{b}$'ye eşittir. Karekök içindeki sayının çarpanlarından her biri, tam kare sayı değilse, karekök dışına çıkarılamaz.

**3.** $\sqrt{75}$ ve $\sqrt{34}$ sayılarını $a\sqrt{b}$ biçiminde yazmaya çalışalım:

$75 = 3 . 25 = 3 . 5^2$ olur.

$\sqrt{75} = \sqrt{3.5^2} = \sqrt{3} . \sqrt{5^2}$

$= \sqrt{3} . 5$

$= 5\sqrt{3}$ olur.

34 = 2 . 17'dir. 34 sayısı, tam kare çarpanı olmadığından $a\sqrt{b}$ biçiminde yazılamaz. 34 sayısının karekökü $\sqrt{34}$ biçiminde yazılır.

**4.** Aşağıdaki ifadeleri $a\sqrt{b}$ biçiminde yazalım (x > 0 ve y > 0'dır.):

**a.** $\sqrt{480}$

| | |
|---|---|
| 480 | 2 |
| 240 | 2 |
| 120 | 2 |
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$480 = 2^5 . 3 . 5$

$\sqrt{480} = \sqrt{2^5.3.5}$

$= \sqrt{(2^2)^2.2.3.5}$

$= 2^2\sqrt{2.3.5}$

$= 4\sqrt{30}$ olur.

**b.** $\sqrt{48x^7.y^4}$

$\sqrt{48x^7.y^4} = \sqrt{3.16.(x^3)^2.x.(y^2)^2}$

$= 4x^3y^2\sqrt{3x}$ olur.

**5.** $3\sqrt{7}$ sayısının katsayısını karekök içine alalım:

$3\sqrt{7} = \sqrt{7.3^2}$

$= \sqrt{7.9}$

$= \sqrt{63}$ olur.

$a\sqrt{b}$ biçimindeki bir ifadede katsayı (a), karekök içine alınırken, katsayının karesi alınarak karekök içindeki sayı ile çarpılır. Çarpım, karekök içine yazılır.

**6.** Aşağıda $a\sqrt{b}$ biçiminde verilen ifadelerin katsayıları karekök içine alınmıştır. İnceleyelim:

**a.** $5\sqrt{3} = \sqrt{3.5^2}$

$= \sqrt{3.25}$

$= \sqrt{75}$ olur.

**b.** $10\sqrt{2} = \sqrt{2.10^2}$

$= \sqrt{2.100}$

$= \sqrt{200}$ olur.

**c.** $-5\sqrt{11} = -\sqrt{11.5^2}$

$= -\sqrt{11.25}$

$= -\sqrt{275}$ olur.

## ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**

- Sınıfı iki gruba ayırınız.
- Gruplardan biri $3\sqrt{5}$ ve $2\sqrt{3}$ ifadelerinin katsayılarını körekök içine alsın.
- Diğer grup $\sqrt{45}$ ve $\sqrt{12}$ ifadelerini $a\sqrt{b}$ biçiminde yazsın.
- Gruplar buldukları sonuçları karşılaştırarak yaptıkları işlemlerin doğruluğuna karar versinler.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Alanı 800 $m^2$ olan karesel bölge biçimindeki arsanın bir kenar uzunluğunu $a\sqrt{b}$ biçiminde yazınız.

**2.** Aşağıdaki sayıları $a\sqrt{b}$ biçiminde yazınız (x > 0 ve y > 0'dır.).

**a.** $\sqrt{72}$ **b.** $\sqrt{175}$ **c.** $\sqrt{1\,500}$

**ç.** $-\sqrt{112}$ **d.** $\sqrt{64x^3y^2}$ **e.** $\sqrt{289x^8y^7}$

**3.** Aşağıdaki sayıların katsayılarını karekök içine alınız.

**a.** $2\sqrt{10}$ **b.** $5\sqrt{6}$ **c.** $10\sqrt{3}$

**ç.** $-6\sqrt{7}$ **d.** $7\sqrt{15}$ **e.** $-2\sqrt{38}$

## Kareköklü İfadelerle Çarpma İşlemi

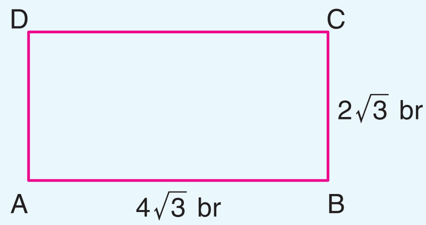
$2\sqrt{2}$ m

$3\sqrt{2}$ m

Yukarıda resmi verilen halı dikdörtgensel bölge biçiminde ve kenar uzunlukları $3\sqrt{2}$ m ve $2\sqrt{2}$ m'dir. Bu halının alanını nasıl bulabileceğinizi açıklayınız.

### ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**




- Yandaki dikdörtgenin alanını bulalım.
- Dikdörtgenin alanı $A = (4\sqrt{3}\ .\ 2\sqrt{3})br^2$ dir.
- $4\sqrt{3}\ .\ 2\sqrt{3}$ işlemini yapmak için her iki çarpanın kök dışındaki çarpanlarını kök içine alınız.
- Karekök içindeki iki sayının çarpımını kök içine yazınız. Bu köklü sayının karekökünü alınız. Elde ettiğiniz sayının dikdörtgenin alanı olup olmadığını söyleyiniz.
- Şimdi de $4\sqrt{3}\ .\ 2\sqrt{3}$ işlemindeki çarpanların kök dışındaki sayıların çarpımını bulunuz. Bu çarpımla hangi sayıyı çarparsanız dikdörtgenin alanını bulabileceğinizi belirleyiniz.
- Belirlediğiniz sayının $\sqrt{3}\ .\ \sqrt{3}$ işleminin sonucu olup olmadığını söyleyiniz.
- Buna göre $\sqrt{3}\ .\ \sqrt{3}$ işleminin nasıl yapılacağına ilişkin bir kural geliştiriniz.

### Örnekler

**1.** $\sqrt{24}$ sayısını $a\sqrt{b}$ biçiminde yazalım:

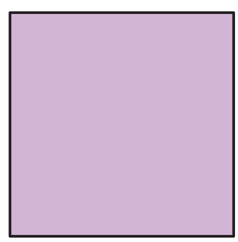
$\sqrt{24} = \sqrt{4.6}$ (24'ü karekök içinde çarpanlarından biri tam kare olacak biçimde yazdık.)

$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ (4'ün karekökü olan 2'yi karekök dışına çarpan olarak yazdık.)

$\sqrt{24} = \sqrt{4}\ .\ \sqrt{6}$ (2'yi karekök içine 4 olarak yazdık.)

$\sqrt{24} = \sqrt{4}\ .\ \sqrt{6}$ eşitliğini $\sqrt{4}\ .\ \sqrt{6} = \sqrt{24}$ biçiminde yazarsak $\sqrt{4}\ .\ \sqrt{6} = \sqrt{4.6} = \sqrt{24}$ sonucunu elde ederiz.

**2.** Yandaki karesel bölgenin alanını bulalım:



$a = 3\sqrt{5}$ cm

$A = a\ .\ a$

$= 3\sqrt{5}\ .\ 3\sqrt{5}$

$= 3\ .\ 3\ .\ \sqrt{5.5}$

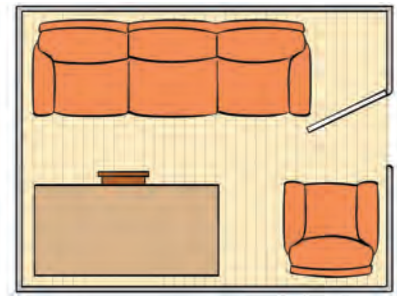
$= 9\ .\ \sqrt{5^2}$

$= 9\ .\ 5$

$= 45\ cm^2$ dir.

**3.** Bir odanın tabanı dikdörtgensel bölge biçimindedir. Odanın tabanının boyu $5\sqrt{2}$ m ve eni $2\sqrt{3}$ m olduğuna göre bu odanın taban alanını bulalım:

Odanın taban alanını bulmak için en ve boy uzunluklarını birbiriyle çarpmalıyız.



**I. yol:** $A = 5\sqrt{2}\ .\ 2\sqrt{3}$

$= \sqrt{5^2.2}\ .\ \sqrt{2^2.3}$

$= \sqrt{25.2}\ .\ \sqrt{4.3}$

$= \sqrt{50}\ .\ \sqrt{12}$

$= \sqrt{50.12}$

$= \sqrt{600}$

$= \sqrt{6.100}$

$= \sqrt{6.10^2}$

$= 10\sqrt{6}$ $m^2$ olur.

**II. yol:** $A = 5\sqrt{2}\ .\ 2\sqrt{3}$

$= (5\ .\ 2)\ .\ \sqrt{2.3}$

$= 10\sqrt{6}$ $m^2$ olur.

Kareköklü sayılarla çarpma işlemi yapılırken, katsayılar kendi aralarında, kareköklü sayılar da ortak bir karekök içinde çarpılır.

$a\sqrt{b}\ .\ c\sqrt{d} = a\ .\ c\sqrt{b.d}$ olur.

**4.** Aşağıdaki çarpma işlemlerini inceleyelim:

**a.** $8\sqrt{3}\ .\ \sqrt{5} = (8\ .\ 1)\sqrt{3.5}$

$= 8\sqrt{15}$

**b.** $7\sqrt{2}\ .\ 9\sqrt{2} = 7\ .\ 9\sqrt{2.2}$

$= 63\ .\ 2$

$= 126$

**c.** $10\sqrt{6}\ .\ 2\sqrt{7} = 10\ .\ 2\sqrt{6.7}$

$= 20\sqrt{42}$

**ç.** $2\sqrt{5}\ .\ 3\sqrt{8} = 2\ .\ 3\sqrt{5.8}$

$= 6\sqrt{40}$

$= 6\sqrt{4.10}$

$= 6\ .\ 2\sqrt{10}$

$= 12\sqrt{10}$

**d.** $\sqrt{32}\ .\ \sqrt{128} = \sqrt{16.2}\ .\ \sqrt{64.2}$

$= 4\sqrt{2}\ .\ 8\sqrt{2}$

$= 4\ .\ 8\sqrt{2.2}$

$= 32\ .\ 2$

$= 64$

**e.** $(-3\sqrt{5})\ .\ \sqrt{75} = (-3\sqrt{5})\ .\ \sqrt{25.3}$

$= (-3\sqrt{5})\ .\ 5\sqrt{3}$

$= (-3)\ .\ 5\sqrt{5.3}$

$= -15\sqrt{15}$

**f.** $3\sqrt{8}\ .\ 4\sqrt{32} = 3\sqrt{4.2}.4\sqrt{16.2} = 3.2.\sqrt{2}.4.4.\sqrt{2}$

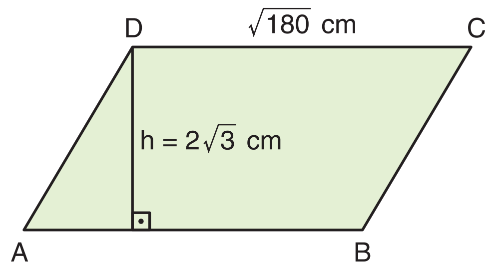
$= 6.16.\sqrt{2}.\sqrt{2}$

$= 96\ .\ 2$

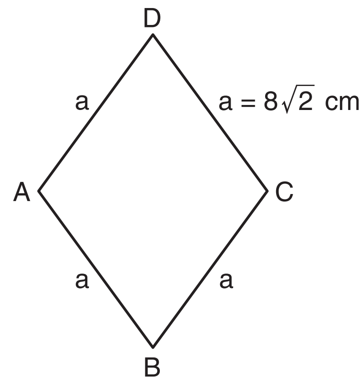
$= 192$

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

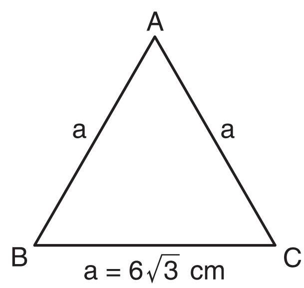
**1.** Yandaki paralelkenarın alanını hesaplayınız.



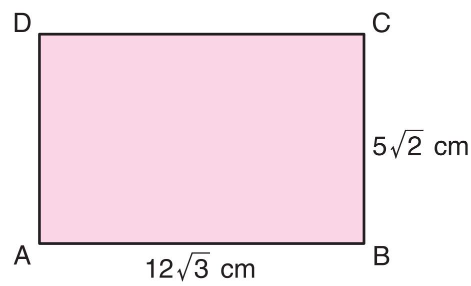

**2.** Yandaki eşkenar dörtgenin çevresinin uzunluğunu hesaplayınız.




**3.** Yandaki eşkenar üçgenin çevresinin uzunluğunu hesaplayınız.




**4.** Yandaki dikdörtgenin alanını hesaplayınız.



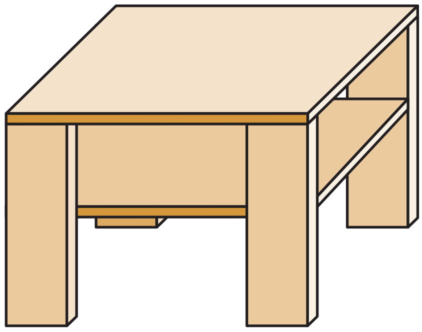

**5.** Aşağıdaki işlemleri yapınız.

**a.** $\sqrt{7} \;.\; 2\sqrt{7}$ **b.** $6\sqrt{10} \;.\; 2\sqrt{10}$ **c.** $4\sqrt{5} \;.\; 3\sqrt{2}$

**ç.** $(-2\sqrt{3}).\; \sqrt{36}$ **d.** $\sqrt{48} \;.\; 5\sqrt{3}$ **e.** $4\sqrt{20} \;.\; 6\sqrt{40}$

**f.** $\sqrt{27} \;.\; \sqrt{24}$ **g.** $3\sqrt{15} \;.\; 2\sqrt{60}$ **ğ.** $\sqrt{300} \;.\; 3\sqrt{500}$

# Kareköklü İfadelerle Bölme İşlemi



Bir sehpanın üst yüzü karesel bölge biçimindedir. Sehpanın üst yüzünün çevre uzunluğu $72\sqrt{2}$ cm'dir. Bu sehpanın üst yüzünün bir kenarının uzunluğunu nasıl bulabileceğinizi açıklayınız.

## ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**

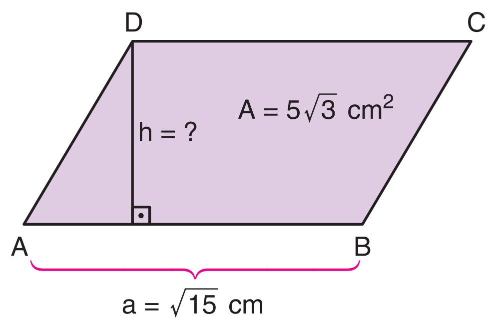
- $5\sqrt{2} \, . \, 3\sqrt{5}$ işlemini yapınız.
- İki çarpanı olan bir çarpma işleminde, çarpım çarpanlardan birine bölündüğünde, bulunan bölümün hangi sayıya eşit olacağını söyleyiniz.
- Söylediğiniz kuraldan yararlanarak bulduğunuz çarpımı çarpanlardan birine bölüm şeklinde yazıp bu işlemin sonucunu bulunuz.
- Yaptığınız bölme işleminden yararlanarak kareköklü ifadelerle bölme işleminin nasıl yapıldığını açıklayınız.

## Örnekler

**1.** Yandaki paralelkenarsal bölgenin alanı $5\sqrt{3}$ cm$^2$ ve $a = \sqrt{15}$ cm'dir. Bu paralelkenarın yüksekliğinin uzunluğunu hesaplayalım:

$A = a \, . \, h$

$5\sqrt{3} = \sqrt{15} \, . \, h$ eşitliğinin her iki tarafını $\sqrt{15}$'e bölersek h uzunluğunu bulunuz.




$$\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{\cancel{\sqrt{15}}^{\,1} . h}{\cancel{\sqrt{15}}_{\,1}}$$

$$h = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}}$$

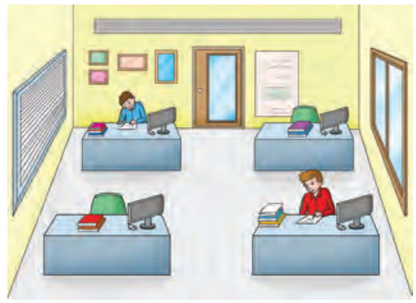
$$= \frac{\sqrt{25 . 3}}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{15}}$$

$$= \sqrt{\frac{75}{15}} \quad \left(\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{15}} = \sqrt{\frac{75}{15}} \text{ yazılabilir.}\right)$$

$$= \sqrt{5} \text{ cm bulunur.}$$

**2.** Bir çalışma ofisinin tabanı dikdörtgensel bölge biçiminde ve alanı $15\sqrt{21}$ m$^2$, eni $3\sqrt{7}$ m'dir. Bu ofisin tabanının boyunu hesaplayalım:



$A = \text{en} \,.\, \text{boy}$

$15\sqrt{21} = 3\sqrt{7}\,.\,x(\text{boy})$ eşitliğinin her iki tarafını $3\sqrt{7}$'ye bölelim:

$$\frac{15\sqrt{21}}{3\sqrt{7}} = \frac{\cancel{3\sqrt{7}}^{1}}{\cancel{3\sqrt{7}}_{1}}\,.\,x$$

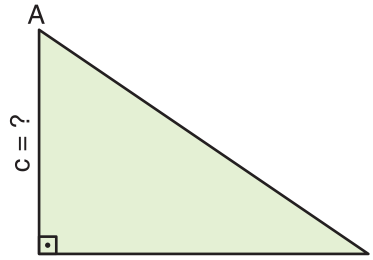
$$x = \frac{15\sqrt{21}}{3\sqrt{7}} = \frac{15}{3}\,.\,\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}$$

$$= 5\,.\,\sqrt{\frac{21}{7}} \quad \left(\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{21}{7}} \text{ yazılabilir.}\right)$$

$= 5\sqrt{3}$ m bulunur.

Kareköklü sayılarla bölme işlemi yaparken, katsayılar kendi aralarında, karekök içindeki sayılar da kendi aralarında bölünür. $b \neq 0$ ve $y \neq 0$ olmak üzere, $\dfrac{a\sqrt{x}}{b\sqrt{y}} = \dfrac{a}{b}\,.\,\sqrt{\dfrac{x}{y}}$'dir.

**3.** Yandaki dik üçgensel bölgenin alanı $3\sqrt{15}$ cm$^2$ dir. Bu üçgenin dik kenarlarından birinin uzunluğu $2\sqrt{3}$ cm olduğuna göre diğer dik kenarın uzunluğunu hesaplayalım:




Bir dik üçgenin alanı, dik kenarların uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

$A = \dfrac{a\,.\,c}{2}$ ve $3\sqrt{15} = \dfrac{2\sqrt{3}\,.\,c}{2}$ olur.

Eşitliğin her iki yanını 2 ile çarpalım:

$$2\,.\,3\sqrt{15} = \frac{2\sqrt{3}\,.\,c}{\cancel{2}^{1}}\,.\,\cancel{2}^{1}$$

$6\sqrt{15} = 2\sqrt{3}\,.\,c$ eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin her iki yanını $2\sqrt{3}$'e bölersek c kenarının uzunluğunu buluruz.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{6}}\sqrt{15}}{\underset{1}{\cancel{2}}\sqrt{3}} = \frac{{}^{1}\cancel{2\sqrt{3}}\,.\,c}{\cancel{2\sqrt{3}}_{1}}$$

$$\frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = c$$

$$c = \frac{3\,.\,\overset{1}{\cancel{\sqrt{3}}}\,.\,\sqrt{5}}{\underset{1}{\cancel{\sqrt{3}}}}$$

$c = 3\sqrt{5}$ cm bulunur.

**4.** Bir yolcu otobüsü, saatte ortalama $56\sqrt{3}$ km hızla $112\sqrt{12}$ km yol aldıktan sonra mola veriyor. Bu otobüsün kaç saat sonra mola verdiğini hesaplayalım:

Yol = Hız . Zaman olduğundan,

$112\sqrt{12} = 56\sqrt{3}$ . t (zaman) eşitliği yazılır. Zamanı bulmak için yol ($112\sqrt{12}$ km), ortalama hıza ($56\sqrt{3}$ km) bölünür.

$$t = \frac{112\sqrt{12}}{56\sqrt{3}} = \frac{\overset{2}{\cancel{112}}}{\underset{1}{\cancel{56}}} \cdot \frac{\sqrt{4.3}}{\sqrt{3}}$$

$$= 2 \cdot \frac{2\overset{1}{\cancel{\sqrt{3}}}}{\underset{1}{\cancel{\sqrt{3}}}}$$

= 4 saat bulunur. Otobüs 4 saat sonra mola vermiştir.

**5.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $$2\sqrt{3} \div \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}.\sqrt{3}.\overset{1}{\cancel{\sqrt{5}}}}{4\underset{1}{\cancel{\sqrt{5}}}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3^2}}{4}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{2}}.3}{\underset{2}{\cancel{4}}}$$

$$= \frac{3}{2}$$

**b.** $$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \div \frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{80}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{16.5}}{3\sqrt{4.2}}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{3}}\overset{1}{\cancel{\sqrt{2}}}.4\overset{1}{\cancel{\sqrt{5}}}}{\underset{1}{\cancel{\sqrt{5}}}.\underset{2}{\cancel{6}}\underset{1}{\cancel{\sqrt{2}}}}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= 2$$

**c.** $$\frac{\sqrt{45}+\sqrt{20}}{2\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{125}}{3\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{9.5}+\sqrt{4.5}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{3\sqrt{4.2}}{\sqrt{25.5}}$$

$$= \frac{3\sqrt{5}+2\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{6\sqrt{2}}{5\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{5}}\cancel{\sqrt{5}}.\overset{3}{\cancel{6}}\overset{1}{\cancel{\sqrt{2}}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\underset{1}{\cancel{\sqrt{2}}}.\cancel{5}\underset{1}{\cancel{\sqrt{5}}}}$$

$$= 3$$

**ç.** $$\frac{8\sqrt{3}-\sqrt{27}}{3\sqrt{7}} \div \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{21}} = \frac{8\sqrt{3}-\sqrt{9.3}}{3\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}.\sqrt{7}}{\sqrt{16.3}}$$

$$= \frac{8\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{3\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}.\sqrt{7}}{4\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}.\overset{1}{\cancel{\sqrt{3}}}.\overset{1}{\cancel{\sqrt{7}}}}{3\underset{1}{\cancel{\sqrt{7}}}.4\underset{1}{\cancel{\sqrt{3}}}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{12}$$

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Aşağıdaki işlemleri yapınız.

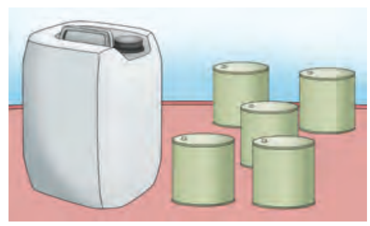
**a.** $\sqrt{12} \div \sqrt{3}$ **b.** $(-\sqrt{75}) \div \sqrt{5}$ **c.** $\sqrt{90} \div \sqrt{3}$

**ç.** $3\sqrt{8} \div \sqrt{2}$ **d.** $\sqrt{160} \div 2\sqrt{10}$ **e.** $18\sqrt{3} \div 2\sqrt{27}$

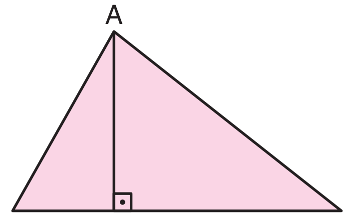
**2.** Bir eşkenar dörtgenin çevresinin uzunluğu $12\sqrt{5}$ cm'dir. Bu dörtgenin bir kenarının uzunluğunu hesaplayınız.

**3.** Alanı $12\sqrt{10}$ $cm^2$ olan bir dikdörtgensel bölgenin kısa kenarının uzunluğu $4\sqrt{2}$ cm'dir. Bu dikdörtgensel bölgenin uzun kenarının uzunluğunu hesaplayınız.

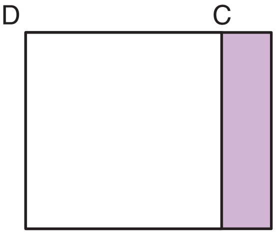
**4.** Bir bidonda $24\sqrt{2}$ L zeytinyağı vardır. Bidondaki zeytinyağının bir kısmı, her biri $2\sqrt{8}$ L zeytinyağı alan 5 tenekeye boşaltıldı. Bidonda kaç litre zeytinyağı kaldığını hesaplayınız.



**5.** Yandaki üçgensel bölgenin alanı $12\sqrt{6}$ $cm^2$ ve yüksekliği $4\sqrt{3}$ cm'dir. Bu üçgenin BC kenarının uzunluğunu hesaplayınız.




**6.** Yandaki şekilde ABCD dörtgeni kare, $|AE| = 8\sqrt{2}$ cm ve $|AB| = 3 \cdot |BE|$'dur. Buna göre BEFC dikdörtgensel bölgesinin alanını hesaplayınız.



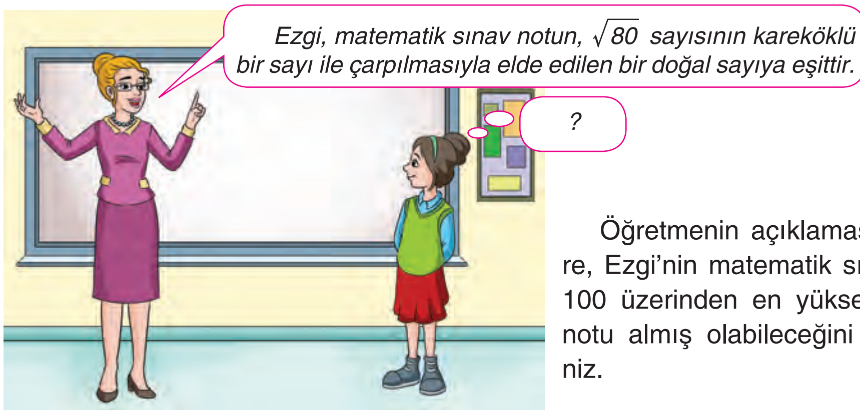

**7.** Aşağıdaki işlemleri yapınız.

**a.** $\dfrac{\sqrt{48} \cdot \sqrt{32} \cdot \sqrt{18}}{2\sqrt{3}}$ **b.** $\dfrac{3\sqrt{32}}{5\sqrt{6}} \div \dfrac{\sqrt{50}}{3\sqrt{12}}$

**c.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{7\sqrt{18}} \div \dfrac{4\sqrt{45}}{8\sqrt{2}}$ **ç.** $\dfrac{2\sqrt{243} - \sqrt{108}}{\sqrt{48}}$

**d.** $\dfrac{\sqrt{80} - \sqrt{20}}{\sqrt{32}} \div \dfrac{\sqrt{45} + 3\sqrt{5}}{\sqrt{128}}$ **e.** $\dfrac{3\sqrt{45} + 5\sqrt{125}}{3\sqrt{3}} \div \dfrac{6\sqrt{5}}{9\sqrt{3}}$

## Kareköklü İfadeyi Doğal Sayı Yapan Çarpanlar




Öğretmenin açıklamasına göre, Ezgi'nin matematik sınavında 100 üzerinden en yüksek hangi notu almış olabileceğini söyleyiniz.

### ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**

- Yandaki tabloda verilen $\sqrt{20}$ sayısını diğer kareköklü sayılarla çarpınız.
- Bulduğunuz çarpımlara göre sonucu doğal sayı yapan çarpanları söyleyiniz.
- Kareköklü bir ifadeyi doğal sayı yapan çarpanlar hakkındaki düşüncenizi açıklayınız.

| x | $\sqrt{1}$ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{5}$ | $3\sqrt{5}$ | $\sqrt{10}$ | $\sqrt{20}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{20}$ | | | | | | |

### Örnekler

**1.** $\sqrt{12}$ sayısını doğal sayı yapan çarpanlardan birkaçını bulalım:

$\sqrt{12}\,.\,\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{12}\,.\,\sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$, $\sqrt{12}\,.\,2\sqrt{3} = 2\sqrt{36} = 12$, $\sqrt{12}\,.\,\sqrt{12} = \sqrt{12^2} = 12$,

$\sqrt{12}\,.\,\sqrt{\dfrac{1}{12}} = \sqrt{\dfrac{12}{12}} = \sqrt{1} = 1$ olur.

$\sqrt{12}$ sayısını doğal sayı yapan kareköklü çarpanlardan biri de $\sqrt{3}$ sayısıdır. $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$ ... gibi karekök içleri aynı, katsayıları farklı sayılar da $\sqrt{12}$ sayısını doğal sayı yapan çarpanlardır.

**2.** $\sqrt{20}$ sayısını doğal sayı yapan çarpanlardan birkaçını bulalım:

$\sqrt{20}\,.\,\sqrt{5} = \sqrt{100} = 10$,

$\sqrt{20}\,.\,3\sqrt{5} = 3\sqrt{20.5} = 3\sqrt{100} = 3\sqrt{10^2} = 3\,.\,10 = 30$,

$\sqrt{20}\,.\,\sqrt{20} = \sqrt{20^2} = 20$,

$\sqrt{20}\,.\,\sqrt{\dfrac{1}{5}} = \sqrt{20.\dfrac{1}{5}} = \sqrt{\dfrac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$'dir.

Siz de $\sqrt{20}$ sayısını doğal sayı yapan başka kareköklü çarpanlar olup olmadığını araştırınız.

### ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

Aşağıdaki sayıları doğal sayı yapan çarpanlar bulunuz.

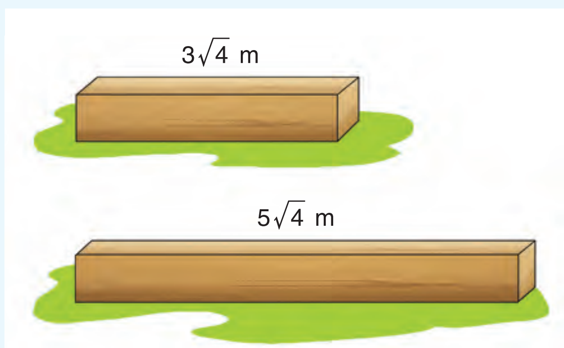
**a.** $\sqrt{8}$ **b.** $\sqrt{18}$ **c.** $\sqrt{27}$ **ç.** $\sqrt{50}$

## Kareköklü Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Elif ile babası uçurtma yapmak için $25\sqrt{3}$ cm boyunda 3 tane çıta kullanıyor. Kullanılan çıtaların toplam uzunluğunu nasıl bulabileceğinizi açıklayınız.

### ETKİNLİK

**Uygulama Basamakları**

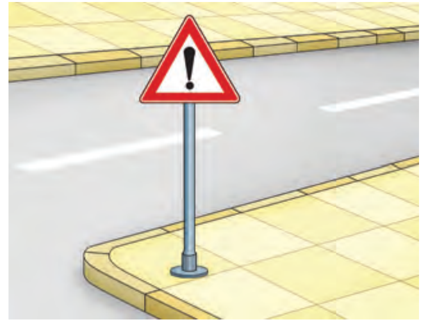



- $3\sqrt{4}$ m ve $5\sqrt{4}$ m uzunluklarının değerlerini bulunuz.
- Bulduğunuz uzunluklardan yararlanarak iki kalasın toplam uzunluğunu bulunuz.
- $8\sqrt{4}$ m'nin değerini hesaplayınız.
- Bulduğunuz değer ile kalasların toplam uzunluğunu karşılaştırınız.
- Kareköklü sayıların toplanması ile ilgili bir kural geliştiriniz.
- Kalasların uzunluk değerlerinin farkını bulunuz.
- $2\sqrt{4}$ m'nin değerini hesaplayınız.
- Bulduğunuz değer ile kalasların uzunlukları farkını karşılaştırınız.
- Kareköklü sayılarla çıkarma işleminin nasıl yapıldığını açıklayınız.

## Örnekler

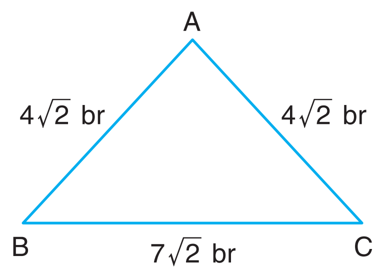
**1.** Yandaki trafik işaret levhası eşkenar üçgen biçiminde ve bir kenarının uzunluğu $5\sqrt{3}$ cm'dir. Bu levhanın çevresinin uzunluğunu hesaplayalım:

$$Ç = 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (5 + 5 + 5) \,.\, \sqrt{3} = 15\sqrt{3} \text{ cm'dir.}$$



**2.** Yandaki ikizkenar üçgenin kenarlarının uzunlukları şekil üzerinde verilmiştir. Bu üçgenin çevresinin uzunluğunu hesaplayalım:

$$\begin{aligned} Ç &= 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \\ &= (4 + 4 + 7) \,.\, \sqrt{2} \\ &= 15\sqrt{2} \text{ br olur.} \end{aligned}$$

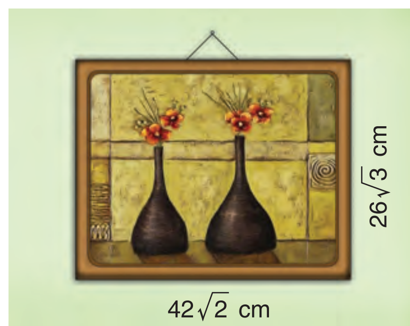



Kareköklü sayılarla toplama işlemi yaparken, kareköklerin içindeki sayılar aynı ise katsayılar toplanır. Bulunan toplam, kareköklü sayı ile çarpım biçiminde yazılır.

$a\sqrt{n} + b\sqrt{n} = (a + b) \,.\, \sqrt{n}$ olur.

**3.** Yanda dikdörtgensel bölge şeklindeki tablonun en ve boy uzunlukları verilmiştir. Bu tablonun çevre uzunluğunu hesaplayalım:

$$\begin{aligned} Ç &= 42\sqrt{2} + 26\sqrt{3} + 42\sqrt{2} + 26\sqrt{3} \\ &= 42\sqrt{2} + 42\sqrt{2} + 26\sqrt{3} + 26\sqrt{3} \\ &= (42 + 42)\sqrt{2} + (26 + 26)\sqrt{3} \\ &= (84\sqrt{2} + 52\sqrt{3}) \text{ cm olur.} \end{aligned}$$




Kareköklü sayılarla toplama işlemi yaparken, toplananlardan karekök içleri aynı olanlar toplanır. Kareköklerin içindeki sayılar, aynı değilse, işlem yapılmadan toplam ifadesi olarak yazılır.

**4.** $3\sqrt{27} + 5\sqrt{3}$ işlemini yapalım:

$$\begin{aligned} 3\sqrt{27} + 5\sqrt{3} &= 3\sqrt{3.9} + 5\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3.3^2} + 5\sqrt{3} \\ &= 3 \,.\, 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

($3\sqrt{27}$ sayısı, karekök içi 3 olacak biçimde yazıldı.)

$$\begin{aligned} &= 9\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ &= (9 + 5)\sqrt{3} \\ &= 14\sqrt{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

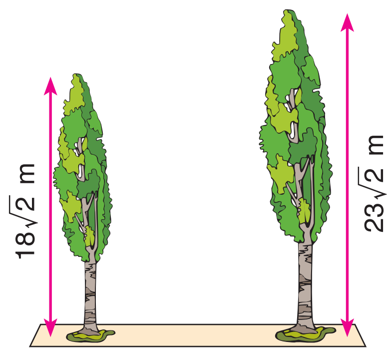
**5.** $2\sqrt{32} + 4\sqrt{125} + 5\sqrt{2} + \sqrt{45}$ işlemini yapalım:

Bu işlemi yapabilmek için, verilen sayıların karekök içlerini aynı olacak şekilde düzenlememiz gerekir.

$$\begin{aligned}2\sqrt{32} + 4\sqrt{125} + 5\sqrt{2} + \sqrt{45} &= 2\sqrt{16.2} + 4\sqrt{25.5} + 5\sqrt{2} + \sqrt{9.5}\\ &= 2 \,.\, 4\sqrt{2} + 4 \,.\, 5\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{5}\\ &= 8\sqrt{2} + 20\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{5}\\ &= (8\sqrt{2} + 5\sqrt{2}) + (20\sqrt{5} + 3\sqrt{5})\\ &= (8 + 5) \,.\, \sqrt{2} + (20 + 3) \,.\, \sqrt{5}\\ &= 13\sqrt{2} + 23\sqrt{5} \text{ olur.}\end{aligned}$$

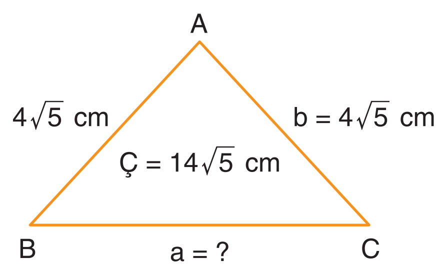
**6.** Yanda iki kavak ağacının boyları verilmiştir. Bu ağaçların boyları arasındaki farkın kaç metre olduğunu hesaplayalım:

$$\begin{aligned}23\sqrt{2} - 18\sqrt{2} &= (23 - 18)\sqrt{2}\\ &= 5\sqrt{2} \text{ m'dir.}\end{aligned}$$




Kareköklü sayılarla çıkarma işlemi yaparken, kareköklerin içlerindeki sayılar aynı ise, katsayılar arasında çıkarma işlemi yapılır. Bulunan fark, kareköklü sayı ile çarpım biçiminde yazılır. $b > 0$ olmak üzere $a\sqrt{b} - c\sqrt{b} = (a - c) \,.\, \sqrt{b}$ olur.

**7.** Yandaki ikizkenar üçgenin çevresinin uzunluğu $14\sqrt{5}$ cm ve ikiz kenarlarından birinin uzunluğu $4\sqrt{5}$ cm'dir. Bu üçgenin tabanının uzunluğunu hesaplayalım.




İkizkenar üçgenin tabanının uzunluğunu bulmak için, ikiz kenarların uzunluklarının toplamını çevre uzunluğundan çıkarmalıyız.

$$\begin{aligned}a &= 14\sqrt{5} - (4\sqrt{5} + 4\sqrt{5})\\ &= 14\sqrt{5} - 8\sqrt{5}\\ &= (14 - 8) \,.\, \sqrt{5}\\ &= 6\sqrt{5} \text{ cm'dir.}\end{aligned}$$

**8.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $$\begin{aligned}3\sqrt{98} - 5\sqrt{2} &= 3\sqrt{49.2} - 5\sqrt{2}\\ &= 3 \,.\, 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2}\\ &= 21\sqrt{2} - 5\sqrt{2}\\ &= (21 - 5) \,.\, \sqrt{2}\\ &= 16\sqrt{2}\end{aligned}$$

($3\sqrt{98}$ sayısı, karekök içi 2 olacak biçimde yazılmıştır.)

**b.** $$\begin{aligned}\sqrt{\frac{3}{4} - \frac{1}{9}} &= \sqrt{\underset{(9)}{\frac{3}{4}} - \underset{(4)}{\frac{1}{9}}}\\ &= \sqrt{\frac{27 - 4}{36}}\\ &= \sqrt{\frac{23}{36}}\\ &= \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{36}}\\ &= \frac{\sqrt{23}}{6}\end{aligned}$$

**9.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $-5\sqrt{11}+3\sqrt{10}+2\sqrt{44}-5\sqrt{40}=-5\sqrt{11}+3\sqrt{10}+2\sqrt{4.11}-5\sqrt{4.10}$

$=-5\sqrt{11}+3\sqrt{10}+2.2\sqrt{11}-5.2\sqrt{10}$

$=-5\sqrt{11}+4\sqrt{11}+3\sqrt{10}-10\sqrt{10}$

$=(-5+4).\sqrt{11}+(3-10).\sqrt{10}$

$=-\sqrt{11}-7\sqrt{10}$

**b.** $\frac{5\sqrt{3}}{4}-2\sqrt{27}+\frac{8\sqrt{3}}{5}=\frac{5\sqrt{3}}{4}-\frac{2\sqrt{9.3}}{1}+\frac{8\sqrt{3}}{5}$

$=\frac{5\sqrt{3}}{4}-\frac{2.3.\sqrt{3}}{1}+\frac{8\sqrt{3}}{5}$

$=\left(\underset{(5)}{\frac{5}{4}}-\underset{(20)}{\frac{6}{1}}+\underset{(4)}{\frac{8}{5}}\right).\sqrt{3}$

$=\left(\frac{25-120+32}{20}\right).\sqrt{3}$

$=-\frac{63}{20}.\sqrt{3}$

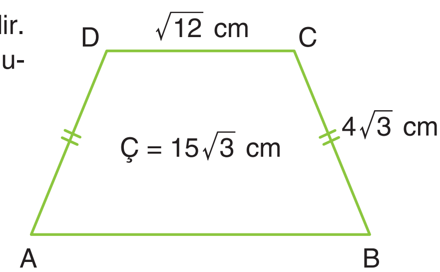
## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Yanda verilen dikdörtgensel bölge şeklindeki radarlı hız uyarı levhasının boyu $170\sqrt{2}$ cm, eni $130\sqrt{2}$ cm'dir. Buna göre uyarı levhasının;

**a.** Çevresinin uzunluğunu,

**b.** Boy ve eninin uzunluklarının farkını bulunuz.


**2.** Yandaki ikizkenar yamuğun çevresinin uzunluğu $15\sqrt{3}$ cm'dir. Şekil üzerinde verilen ölçülere göre |AB|'nun kaç santimetre olduğunu hesaplayınız.




**3.** Aşağıdaki işlemleri yapınız.

**a.** $\sqrt{7}+5\sqrt{7}$ **b.** $8\sqrt{11}+4\sqrt{11}$ **c.** $3\sqrt{11}+4\sqrt{11}-5\sqrt{11}$

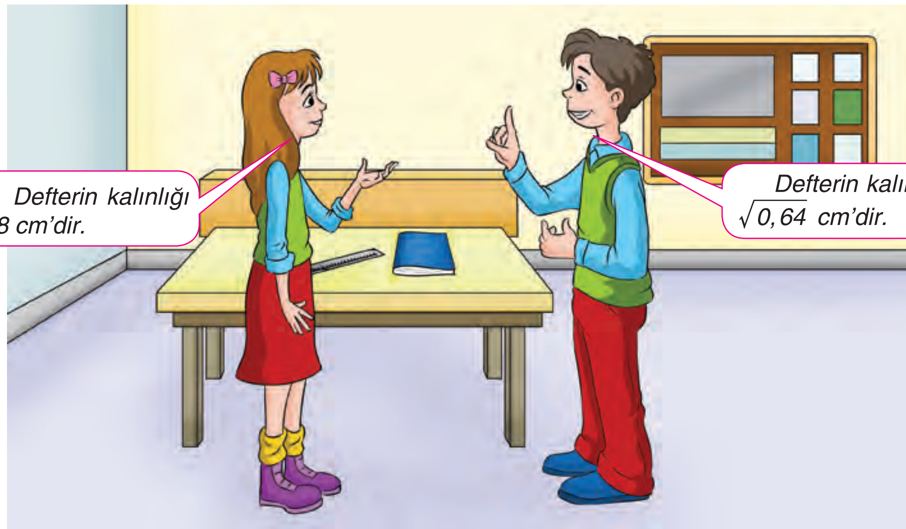
**ç.** $\sqrt{\frac{5}{16}+\frac{3}{8}}$ **d.** $3\sqrt{98}+5\sqrt{8}+\sqrt{72}$ **e.** $12\sqrt{7}-3\sqrt{28}$

**f.** $5\sqrt{6}-\sqrt{24}+2\sqrt{600}$ **g.** $\frac{1}{3}\sqrt{48}+\frac{3}{4}\sqrt{108}$ **ğ.** $\frac{2}{5}\sqrt{75}-\frac{1}{6}\sqrt{12}$

**4.** Aşağıdaki verilen eşitliklerde ■ yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

**a.** ■ $+8\sqrt{6}=2\sqrt{24}$ **b.** ■ $+\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ **c.** $\sqrt{180}-$ ■ $=2\sqrt{5}$

## Ondalık Gösterimlerin Karekökleri




Emine ile Hüseyin, defterlerinin kalınlıklarını cetvel ile ölçüyorlar. Emine defterinin kalınlığını 0,8 cm, Hüseyin ise $\sqrt{0,64}$ cm olarak söylüyor.

Emine ile Hüseyin'in söylediği uzunlukları karşılaştırınız. Bu uzunluklar hakkındaki düşüncenizi açıklayınız.

### ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- Yüzlük kart
- Boya kalemi

**Uygulama Basamakları**

- Yüzlük karttan 36 birimkareyi boyayınız.
- Boyalı bölgeyi gösteren ondalık gösterimi yazınız.
- Bu ondalık gösterimi rasyonel sayı olarak yazınız.
- Yazdığınız sayıyı karekök içinde yazınız. Kareköklü sayıyı karekök dışına çıkarınız.
- Karekök dışına çıkardığınız sayıyı ondalık gösterim biçiminde yazınız.
- Yazdığınız ondalık gösterimin, boyalı bölgeyi gösteren ondalık gösterimin nesi olduğunu söyleyiniz.

### Örnekler

**1.** $\sqrt{0,49}$, $\sqrt{0,0025}$ ve $\sqrt{3,24}$ sayılarının değerini bulalım:

$$\sqrt{0,49} = \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{7^2}}{\sqrt{10^2}} = \frac{7}{10} = 0,7 \text{ olur.}$$

$$\sqrt{0,0025} = \sqrt{\frac{25}{10\ 000}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{10\ 000}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{100^2}} = \frac{5}{100} = 0,05 \text{ olur.}$$

$$\sqrt{3,24} = \sqrt{\frac{324}{100}} = \frac{\sqrt{324}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{18^2}}{\sqrt{10^2}} = \frac{18}{10} = 1,8 \text{ olur.}$$

**2.** Aşağıdaki işlemleri inceleyelim:

**a.** $\dfrac{\sqrt{0,16}}{\sqrt{0,25}} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{16}{100}}}{\sqrt{\dfrac{25}{100}}} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{4^2}{10^2}}}{\sqrt{\dfrac{5^2}{10^2}}} = \dfrac{\dfrac{4}{10}}{\dfrac{5}{10}} = \dfrac{4}{\cancel{10}_{1}} \cdot \dfrac{\cancel{10}^{1}}{5}$

$= \dfrac{4}{\underset{(2)}{5}}$

$= \dfrac{8}{10}$

$= 0,8$

**b.** $(\sqrt{0,3}\ .\ \sqrt{2,7}) + \sqrt{0,0064} = \sqrt{0,3.2,7} + \sqrt{\dfrac{64}{10\ 000}}$

$= \sqrt{0,81} + \sqrt{\dfrac{8^2}{100^2}}$

$= \sqrt{\dfrac{81}{100}} + \dfrac{8}{100}$

$= \dfrac{9}{\underset{(10)}{10}} + \dfrac{8}{100}$

$= \dfrac{90}{100} + \dfrac{8}{100}$

$= \dfrac{98}{100}$

$= 0,98$

**c.** $\dfrac{\sqrt{1,44} + \sqrt{2,56}}{\sqrt{0,81}} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{144}{100}} + \sqrt{\dfrac{256}{100}}}{\sqrt{\dfrac{81}{100}}} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{12^2}{10^2}} + \sqrt{\dfrac{16^2}{10^2}}}{\sqrt{\dfrac{9^2}{10^2}}}$

$= \dfrac{\dfrac{12}{10} + \dfrac{16}{10}}{\dfrac{9}{10}}$

$= \dfrac{28}{\cancel{10}_{1}} \cdot \dfrac{\cancel{10}^{1}}{9}$

$= \dfrac{28}{9}$

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Aşağıdaki sayıların değerini bulunuz.

**a.** $\sqrt{0,36}$ **b.** $\sqrt{0,25}$ **c.** $\sqrt{1,21}$

**ç.** $\sqrt{0,04}$ **d.** $\sqrt{7,84}$ **e.** $\sqrt{20,25}$

**2.** Aşağıdaki işlemleri yapınız.

**a.** $\sqrt{3,61} + \sqrt{5,76}$

**b.** $\dfrac{\sqrt{1,69} - \sqrt{0,49}}{\sqrt{2,25}}$

**c.** $\sqrt{\dfrac{5}{10} + \dfrac{14}{100}} - \dfrac{\sqrt{0,09}}{0,3}$

**ç.** $(\sqrt{0,16} + \sqrt{0,04})\ .\ (\sqrt{0,36}\ .\ \sqrt{0,09})$

Bir bisikletin tekerinin çevresinin uzunluğunu Ç = 2 . $\pi$ . r formülünden yararlanarak hesaplamayı öğrendik. Bu formüldeki $\pi$ sayısını yaklaşık 3, 3,14 veya $\frac{22}{7}$ olarak kabul ederek işlemleri yaptık. $\pi$ sayısının bir rasyonel sayı olarak yazılıp yazılmayacağını araştırınız. Bu konudaki düşüncenizi açıklayınız.

## ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- Hesap makinesi

**Uygulama Basamakları**

- $0{,}3$; $1{,}25$; $0{,}\overline{27}$ sayılarını rasyonel sayı biçiminde yazınız.
- $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{5}$ sayılarının değerlerini hesap makinesinden yararlanarak bulunuz. Elde ettiğiniz ondalık açılımları rasyonel sayı biçiminde yazıp yazamayacağınız söyleyiniz.
- Yaptığınız çalışmalara göre çıkardığınız sonucu söyleyiniz.

## Örnekler

**1.** Aşağıda verilen ondalık gösterimlerin rasyonel sayı $\left(\frac{a}{b}\right)$ biçiminde yazılıp yazılamayacağını inceleyelim:

**a.** $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{25 \div 25}{100 \div 25} = \frac{1}{4}$ olur.

**b.** $0{,}008 = \frac{8}{1\,000} = \frac{8 \div 8}{1\,000 \div 8} = \frac{1}{125}$ olur.

**c.** $16{,}68 = 16\frac{68}{100} = 16\frac{68 \div 4}{100 \div 4} = 16\frac{17}{25}$ olur.

Her ondalık gösterime karşılık gelen bir rasyonel sayı vardır.

**2.** Aşağıda verilen devirli ondalık açılımların rasyonel sayı biçiminde yazılıp yazılamayacağını inceleyelim:

**a.** $3{,}2\overline{5}$ sayısına x dersek $x = 3{,}2\overline{5}$ olur.

$$\begin{array}{rl} 100x &= 325{,}5... \\ -\quad 10x &= 32{,}5... \\ \hline 90x &= 293 \end{array}$$

$x = \frac{293}{90}$ bulunur.

Şimdi $3,2\overline{5}$ devirli ondalık açılımına karşılık gelen rasyonel sayıyı başka bir yolla bulalım:

$$3,2\overline{5} = \frac{325-32}{90}$$
$$= \frac{293}{90}$$ bulunur.

Bir devirli ondalık gösterimi rasyonel sayı biçiminde yazarken; rasyonel sayının payına, sayının tamamından devretmeyen kısım çıkarılarak bulunan sonuç yazılır. Paydaya ise virgülden sonraki devreden basamak sayısı kadar 9, devretmeyen basamak sayısı kadar 0 yazılır.

**b.** $12,3\overline{52} = \frac{12\ 352-123}{990}$
$$= \frac{12\ 229}{990}$$ bulunur.

Her devirli ondalık açılıma karşılık gelen bir rasyonel sayı vardır.

**3.** $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{7}$ sayılarının rasyonel sayı biçiminde yazılıp yazılamayacağını inceleyelim:

$\sqrt{2}$ ve $\sqrt{7}$ sayılarının değerlerini hesap makinesi ile bulduğumuzda,

$\sqrt{2} = 1,41421356237...$ ve

$\sqrt{7} = 2,64575131106...$ açılımlarını elde ederiz. Buna göre $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{7}$ sayılarının devirli ondalık açılımlarının olmadığını görürüz. Bu nedenle $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{7}$ sayılarını rasyonel sayı $\left(\frac{a}{b}\right)$ biçiminde yazamayız.

a, b iki tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir.

$\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara **irrasyonel sayılar** denir.

Rasyonel ve irrasyonel sayılardan oluşan sayılara **gerçek sayılar** denir.

Yukarıda incelediğimiz tam kare olmayan 2 ve 7 sayılarının kareköklerinin rasyonel sayı olarak yazılamadığını, yani bu sayıların birer irrasyonel sayı olduğunu anlarız.

**4.** $\pi$ sayısının nasıl bir sayı olduğunu inceleyelim:

$\pi = 3,1415926535...$ sayısının ondalık kısmında devreden sayı yoktur. Bu nedenle $\pi$ sayısı rasyonel sayı $\left(\frac{a}{b}\right)$ olarak yazılamaz. Öyleyse $\pi$ sayısı bir irrasyonel sayıdır.

**5.** 0,6; 2,161616... ve $\sqrt{5}$ sayılarından hangisinin irrasyonel olduğunu bulalım:

$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; $2,161616... = 2,\overline{16}$ ve $2,\overline{16} = \frac{216-2}{99} = \frac{214}{99}$; $\sqrt{5} = 2,236067...$'dir. Verilen sayılardan 0,6 ile $2,\overline{16}$ sayıları rasyonel sayı olarak yazılabilmiştir. $\sqrt{5}$ sayısının ondalık kısmında devreden sayı yoktur. Bu nedenle $\sqrt{5}$ sayısı bir irrasyonel sayıdır.

İncelediğimiz örneklerden şu sonucu çıkarabiliriz: $-5$, 0, 3, $\frac{3}{5}$, $-\frac{2}{7}$ ve $\sqrt{5}$ gibi sayılar aynı zamanda birer gerçek sayıdır.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

Aşağıdaki sayılardan hangilerinin rasyonel, hangilerinin irrasyonel sayı olduğunu belirleyiniz.

0,44; $12,\overline{3}$; $\sqrt{11}$; $\sqrt{9}$; 0,35; $14,2\overline{35}$; 0,181818...

# 1. ÜNİTE SONU DEĞERLENDİRME

**1.** Asal çarpanlarının çarpımı $2 . 3^4$ olan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 156 **B.** 162 **C.** 172 **D.** 196

**2.** 200 sayısı aşağıdakilerin hangisinde asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazılmıştır?

**A.** $2^3 . 5^2$ **B.** $2^3 . 5^3$ **C.** $2^2 . 5^2$ **D.** $2^3 . 5$

**3.** $x = 2$ ve $y = 3$ için $y^x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 16 **B.** 12 **C.** 9 **D.** 8

**4.** 50 ve 68 sayılarının EKOK'u aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 2 **B.** 340 **C.** 425 **D.** 1 700

**5.** 27 ve 84 sayılarının EBOB'u aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 756

**6.** Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına **D**, yanlış olanların yanına **Y** harfi yazınız.

(...) 1'den başka ortak böleni olmayan sayılara "aralarında asal sayılar" denir.
(...) Aralarında asal olan sayıların EBOB'ları bu sayıların çarpımına eşittir.
(...) Aralarında asal olan sayıların EKOK'ları 1'e eşittir.
(...) Biri diğerinin katı olan pozitif iki sayının EKOK'u büyük olan sayıya eşittir.

**7.** 14 sayısı aşağıdaki sayılardan hangisi ile aralarında asaldır?

**A.** 12 **B.** 27 **C.** 38 **D.** 90

**8.** Bir sepetteki yumurtalar altışar ve sekizer sayıldığında her seferinde 3 yumurta artmaktadır. Yumurtaların sayısı 20 ile 30 arasında olduğuna göre tüm yumurtaların sayısı kaçtır?

**A.** 28 **B.** 27 **C.** 24 **D.** 21

**9.** İki çuvaldan birinde 48 kg, diğerinde 63 kg nohut vardır. Bu çuvallardaki nohutlar hiç artmayacak şekilde eşit hacimli ve en büyük poşetlere konulacaktır. Bu iş için kaç poşet gereklidir?

**A.** 24 **B.** 32 **C.** 35 **D.** 37

**10.** $7 . 7 . 7 . 7 . 7 . 7$ tekrarlı çarpımının üslü ifade biçiminde yazılmış hâli aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $7^6$ **B.** $6^7$ **C.** $6 . 7^6$ **D.** $7^2$

**11.** $\dfrac{5^2 . 50}{125}$ ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 5 **B.** 10 **C.** 25 **D.** 125

**12.** $[(-3)^{-2}] . 81$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $3^0$ **B.** 3 **C.** $3^2$ **D.** $3^3$

13. $\dfrac{8.10^6}{(16)^{-2}.10^3}$ işleminin sonucu kaç basamaklı bir doğal sayıdır?

**A.** 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8

14. $\left[(27)^{-2}\right]^0 . 3^4$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 1 **B.** 9 **C.** 27 **D.** 81

15. 30,14 sayısının çözümlenmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $3 \times 10^1 + 0 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^1$ **B.** $3 \times 10^1 + 0 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

**C.** $3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$ **D.** $3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 4 \times 10^{-2}$

16. Aşağıdakilerden hangisi $23,4 \times 10^{-5}$ sayısına eşit **değildir**?

**A.** $2,34 \times 10^{-6}$ **B.** $2,34 \times 10^{-4}$

**C.** $234 \times 10^{-6}$ **D.** $0,234 \times 10^{-3}$

17. 302 000 000 000 sayısının bilimsel gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $302 \times 10^9$ **B.** $0,302 \times 10^{12}$

**C.** $30,2 \times 10^{10}$ **D.** $3,02 \times 10^{11}$

18. $\dfrac{3,6 \times 10^7}{0,18 \times 10^2}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $2 \times 10^{-7}$ **B.** $2 \times 10^{-6}$ **C.** $2 \times 10^6$ **D.** $20 \times 10^7$

19. Aşağıdakilerden hangisi bir tam kare doğal sayıdır?

**A.** 120 **B.** 144 **C.** 168 **D.** 224

20. Bir karesel bölgenin alanı 121 $cm^2$ dir. Bu karesel bölgenin bir kenarının uzunluğu kaç santimetredir?

**A.** 10 **B.** 11 **C.** 12 **D.** 13

21. 3 844 sayısının karekökü aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 54 **B.** 56 **C.** 58 **D.** 62

22. Aşağıdaki cümlelerde noktalı yerlere uygun ifadeleri yazınız.

- İki veya daha fazla sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne .................................... denir.
- EBOB'u bulunacak sayılardan biri diğerinin katı ise EBOB ................ olan sayıya eşittir.
- Aralarında asal olan sayıların EBOB'ları ................ eşittir.
- Her ondalık gösterim bir ............................ sayı olarak yazılabilir.

**23.** $\sqrt{124}$ sayısının yaklaşık değeri aşağıdaki doğal sayılardan hangisine daha yakındır?

**A.** 11 **B.** 12 **C.** 13 **D.** 14

**24.** $\sqrt{3}$'ün yaklaşık değeri 1,7'dir. $\sqrt{12}$'nin yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 2,8 **B.** 3,2 **C.** 3,4 **D.** 5,1

**25.** Aşağıdaki sayılardan hangisi bir irrasyonel sayıdır?

**A.** 5,6565... **B.** $\frac{3}{10}$ **C.** $12,07\overline{5}$ **D.** 4,123105625617...

**26.** $2,0\overline{4}$ devirli ondalık gösterimine karşılık gelen rasyonel sayı aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $\frac{45}{92}$ **B.** $\frac{92}{45}$ **C.** $\frac{92}{90}$ **D.** $\frac{82}{45}$

**27.** $\sqrt{162}$ sayısının $a\sqrt{b}$ biçimindeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $5\sqrt{2}$ **D.** $9\sqrt{2}$

**28.** $9\sqrt{5}$'in katsayısının karekök içine alınmış hâli aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $\sqrt{405}$ **B.** $\sqrt{40}$ **C.** $\sqrt{45}$ **D.** $\sqrt{15}$

**29.** $\sqrt{45} + \sqrt{80} + \sqrt{180}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $10\sqrt{5}$ **B.** $10\sqrt{3}$ **C.** $13\sqrt{5}$ **D.** $13\sqrt{3}$

**30.** $\frac{3\sqrt{8}}{4} + \frac{\sqrt{32}}{2} - \frac{\sqrt{50}}{8}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $\frac{21\sqrt{2}}{8}$ **B.** $\frac{23\sqrt{2}}{8}$ **C.** $\frac{25\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\frac{33\sqrt{2}}{8}$

**31.** $\sqrt{180} - \sqrt{20}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $2\sqrt{5}$ **B.** $3\sqrt{5}$ **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $5\sqrt{5}$

**32.** $\blacksquare + \sqrt{252} = 11\sqrt{7}$ işleminde $\blacksquare$ yerine yazılması gereken sayı aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $5\sqrt{7}$ **B.** $6\sqrt{7}$ **C.** $8\sqrt{7}$ **D.** $9\sqrt{7}$

**33.** $\sqrt{300} - \blacksquare = \sqrt{75}$ işleminde $\blacksquare$ yerine yazılması gereken sayı aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $4\sqrt{3}$ **B.** $5\sqrt{3}$ **C.** $6\sqrt{3}$ **D.** $7\sqrt{3}$

**34.** Bir dikdörtgensel bölgenin boyu $4\sqrt{3}$ br, eni $3\sqrt{2}$ br'dir. Bu dikdörtgensel bölgenin alanı kaç birimkaredir?

**A.** $12\sqrt{2}$ **B.** $12\sqrt{3}$ **C.** $12\sqrt{5}$ **D.** $12\sqrt{6}$

**35.** Aşağıdaki işlemlerin sonuçları kutularda verilmiştir. Bu işlemlerin sonuçlarını siz ayrıca bulunuz. Kendi sonuçlarınızla kutulardaki sonuçları eşleyiniz.

$\sqrt{18}+\sqrt{50}$ $6\sqrt{7}-\sqrt{28}$

$\boxed{12}$ $\boxed{8\sqrt{2}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\frac{1}{12}}$ $\boxed{4\sqrt{7}}$

$15\sqrt{3} \div \sqrt{75}$ $\frac{1}{7\sqrt{8}} \cdot \frac{14}{\sqrt{72}}$

**36.** $\frac{\sqrt{200}}{2\sqrt{7}} \cdot \frac{-\sqrt{32}}{\sqrt{63}}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $-\frac{21}{40}$ **B.** $\frac{21}{40}$ **C.** $-\frac{40}{21}$ **D.** $\frac{40}{21}$

**37.** $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{96}} \div \frac{8\sqrt{6}}{\sqrt{80}}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $\frac{1}{16}$ **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** $\frac{3}{16}$ **D.** $\frac{5}{16}$

**38.** $\frac{\sqrt{180}-\sqrt{20}}{6\sqrt{6}} \div \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{54}}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 1 **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{2}{4}$ **D.** $\frac{3}{4}$

**39.** $\sqrt{56}$ sayısını doğal sayı yapan çarpan aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $\sqrt{28}$ **B.** $\sqrt{8}$ **C.** $\sqrt{\frac{1}{14}}$ **D.** $\sqrt{\frac{1}{28}}$

**40.** $\sqrt{0,0016}$ sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $\frac{2}{25}$ **B.** $\frac{1}{25}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{2}{5}$

**41.** $\sqrt{1,21} + \sqrt{0,81} - \sqrt{0,25}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** 1 **B.** 1,5 **C.** 2,25 **D.** 2,5

**42.** $\left(\frac{9}{100}+\frac{4}{10}\right)-\sqrt{0,04}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A.** $\frac{9}{100}$ **B.** $\frac{19}{100}$ **C.** $\frac{29}{100}$ **D.** $\frac{69}{100}$

## KENDİMİ DEĞERLENDİRİYORUM

Aşağıda, 1. ünitede işlenen konulara ait olarak sizden beklenen beceri ifadeleri bulunmaktadır. Tablonun her bir satırındaki ifadeyi okuyunuz. İfadenin karşısına, değerlendirme derecelerinden size en uygun olan puanı yazınız. Puanlarınızı toplayınız. Elde ettiğiniz puanı, tablonun altındaki puan aralığından bularak ünite başarı düzeyinizi belirleyiniz. Öğretmeninizin görüş ve önerilerini de alarak yapmanız gerekenleri planlayınız.

| **ÇARPANLAR VE KATLAR - ÜSLÜ İFADELER - KAREKÖKLÜ İFADELER** | **Evet (3)** | **Bazen (2)** | **Henüz değil (1)** |
|---|---|---|---|
| **1.** Verilen pozitif tam sayıların çarpanlarını bulup pozitif tam sayıları üslü ifade ya da üslü ifadelerin çarpımı biçiminde yazabilirim. | | | |
| **2.** İki doğal sayının EBOB'unu ve EKOK'unu hesaplayabilir, ilgili problemleri çözebilirim. | | | |
| **3.** Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirleyebilirim. | | | |
| **4.** Tam sayıların tam sayı kuvvetlerini hesaplayabilir, üslü ifade şeklinde yazabilirim. | | | |
| **5.** Sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyebilirim. | | | |
| **6.** Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturabilirim. | | | |
| **7.** Sayıları 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade edebilirim. | | | |
| **8.** Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade edebilir ve karşılaştırabilirim. | | | |
| **9.** Tam kare doğal sayıları tanıyabilirim. | | | |
| **10.** Tam kare doğal sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirleyebilirim. | | | |
| **11.** Tam kare olmayan sayıların karekök değerlerinin hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirleyebilirim. | | | |
| **12.** Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirebilirim. | | | |
| **13.** Kareköklü ifadelerle çarpma ve bölme işlemlerini yapabilirim. | | | |
| **14.** Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alabilirim. | | | |
| **15.** Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnekler verebilirim. | | | |
| **16.** Kareköklü ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilirim. | | | |
| **17.** Ondalık ifadelerin kareköklerini belirleyebilirim. | | | |
| **TOPLAM PUANIM** | | | |

**17 - 25 puan aralığı** : Ünite başarı düzeyi çok düşük. Ünite konuları tekrar edilmeli. Ek önlemler alınmalı. Geçmiş konulara ait eksikler giderilmeli.

**26 - 34 puan aralığı** : Ünite başarı düzeyi yeterli değil. Derse ait çalışma süresi artırılmalı. Derse daha aktif katılım olmalı. Yetersizliklerin nedenleri belirlenmeli, alıştırmalara ağırlık verilmeli.

**35 - 43 puan aralığı** : Ünite başarı düzeyi iyi. Ancak bazı konular tam öğrenilmemiş. Bu konularla ilgili ek çalışmalar yapılarak eksikler kısa sürede giderilmeli.

**44 - 51 puan aralığı** : Ünite başarı düzeyi çok iyi. Planlı ve düzenli çalışmaya devam edilmeli.

# 2. ÜNİTE

## OLASILIK
BASİT OLAYLARIN OLMA OLASILIĞI

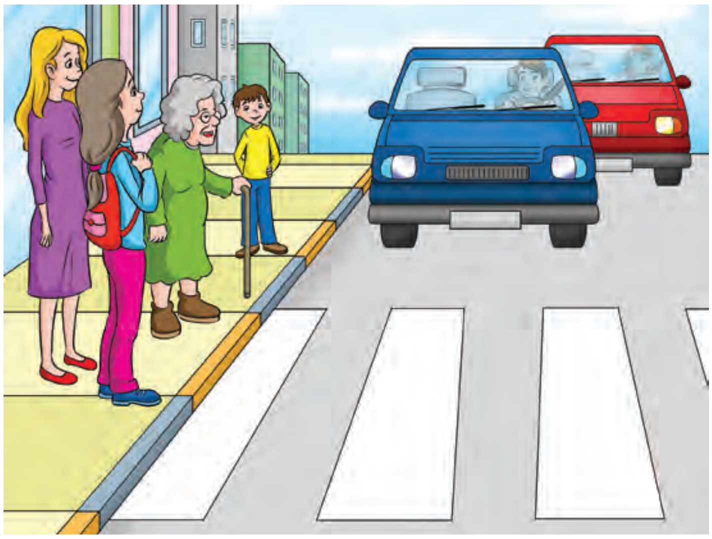
## GEOMETRİ VE ÖLÇME
ÜÇGENLER

## GEOMETRİ VE ÖLÇME
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

# OLASILIK

## Basit Olayların Olma Olasılığı

### Bir Olaya Ait Olası Durumlar



Yukarıdaki resimde, yaşlı kadın ile başka yayalar yolun karşı tarafına geçmek için bekliyorlar.

Yaşlı kadın, yanındaki yayalardan birinin kendisini karşıya geçirmesi için yardım istiyor. Yaşlı kadına yardım edecek kişinin kadın olma olasılığı ile erkek olma olasılığından hangisinin daha fazla olduğunu açıklayınız.

Günlük yaşamımızda "Sınıf başkanlığı seçimini Aysel kazanabilir.", "Okul futbol takımımız il birincisi olabilir." gibi sonucundan kesin olarak emin olmadığımız ifadelerle karşılaşırız. Böyle olayların sonuçları matematikte **olasılık** adı altında incelenir.

### ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- Karton
- Makas
- Boya kalemleri
- İçi görünmeyen torba

**Uygulama Basamakları**

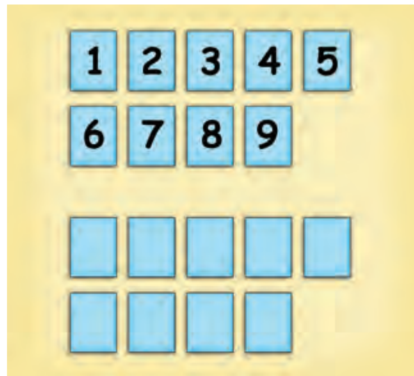
- Kartondan, birbirine eş 6 tane karesel bölge kesiniz (Makası dikkatli kullanınız.).
- Karesel bölgeleri kırmızı, mavi, yeşil, sarı, pembe ve siyah renkli boya kalemleri ile boyayınız.
- Kartları içi görünmeyen torbanın içine atınız.
- Bir arkadaşınız torbadan rastgele bir kart çektiğinde gelen kartın hangi renklerden biri olabileceğini söyleyiniz.
- Çekilen kartın sayısının, tüm kartların sayısına oranını söyleyiniz.
- Bu oranın diğer renkteki kartlar için de aynı olup olmadığını söyleyiniz.

## Örnekler

**1.** Ucu açılmamış eş büyüklükteki mavi ve kırmızı renkte 2 kalem, içi görünmeyen bir torbaya konuluyor. Torbadan rastgele çekilen bir kalemin rengi ile ilgili olası durumları inceleyelim:

Torbadan kalem çekme işlemine **deney**, bu deneyde elde edilecek sonuçlara **çıktı**, çıktıların her birine de **olay** denir. Torbadan kalem çekme deneyindeki çıktılar, mavi ve kırmızıdır. Rastgele çekilen kalemin kırmızı ve mavi renkli gelme olasılıkları da birer olaydır. Torbadaki mavi ve kırmızı renkteki kalemlerin sayıları birbirine eşit olduğundan, çekilen kalemin mavi ve kırmızı olma olasılıkları eşittir.

**2.** Eş büyüklükteki kartların üzerine 1'den 9'a kadar sayılar yazılıyor. Bu kartlar ters çevrilip karıştırılarak bir masanın üzerine konuluyor. Kartlardan rastgele seçilen birinin üzerinde hangi sayının olabileceğini inceleyelim:




Rastgele çekilen bir kartın üzerinde yazılı sayı 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 sayılarından biri olacaktır. Bu sayılar kart çekme deneyinin çıktılarıdır. Çıktıların her biri de birer olaydır.

Şimdi de rastgele çekilen bir kartın üzerinde yazılı sayının çift sayı olma ile tek sayı olma durumlarını inceleyelim:

Çift sayılar: 2, 4, 6, 8 $\rightarrow$ 4 tane

Tek sayılar: 1, 3, 5, 7, 9 $\rightarrow$ 5 tane

Kartlarda yazılı sayılardan tek olanlar çift olanlardan fazladır. Öyleyse rastgele çekilen bir kartın üzerinde yazılı sayının tek sayı olma olasılığı, çift sayı olma olasılığından fazladır.

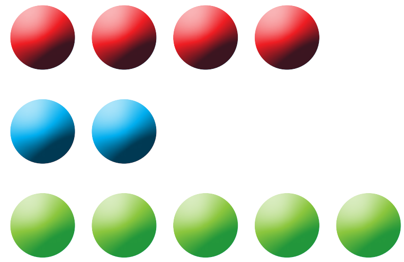
**3.** 8 A sınıfından 8 öğrenci halk oyunları çalışmalarına katılmaktadır. Bu sınıftan halk oyunları çalışmalarına katılan öğrencilerden rastgele seçilen biri okulun halk oyunları ekibine katılacaktır. Seçilen öğrencinin kız olma olasılığı ile erkek olma olasılığını inceleyelim:

Can Elif Efe Ayla Mert Sude Ali Emine

Resmi incelediğimizde bu deneyin çıktıları; Can, Elif, Efe, Ayla, Mert, Sude, Ali ve Emine'dir.

8 A sınıfından halk oyunları çalışmasına katılan öğrencilerin 4'ü kız, 4'ü erkektir. Buradan, okulun halk oyunları ekibine seçilecek öğrencinin kız olma olasılığı ile erkek olma olasılığının eşit olduğunu anlarız.

**4.** Bir torbaya eş büyüklükteki 4'ü kırmızı, 2'si mavi ve 5'i yeşil 11 renkli top konuluyor. Torbadan rastgele çekilen topun hangi renklerde olabileceğini inceleyelim.



Kırmızı renkli topları **k**, mavi renkli topları **m**, yeşil renkli topları **y** ile gösterelim. Bu durumda torbadan rastgele çekilen bir topun rengi ile ilgili olası durumlar, yani bu deneyin çıktıları; $k_1$, $k_2$, $k_3$, $k_4$, $m_1$, $m_2$, $y_1$, $y_2$, $y_3$, $y_4$ ve $y_5$'tir.

Torbadaki topların sayılarına göre, rastgele çekilen bir topun yeşil renkli olma olasılığı, kırmızı ve mavi renkli olma olasılığından daha fazladır.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

**1.** Eş büyüklükteki kartlara mevsimlerin adları yazılıp bir torbaya konuluyor. Torbadan rastgele bir kart çekme deneyi sonucunda elde edilebilecek olası durumları belirleyiniz.

| | |
|---|---|
| Sonbahar | Kış |
| İlkbahar | Yaz |

**2.** Bir tavla zarı atıldığında bu zarın üst yüzünde olabilecek sayıları belirleyiniz.

**3.** Bir turist kafilesinde 12 kadın, 9 erkek vardır. Turistlerin adları eş büyüklükteki kartlara yazılarak bir torbaya konuluyor. Torbadan rastgele çekilecek kartta adı yazan kişiye ücretsiz tatil yapacağı söyleniyor. Rastgele çekilen kartta yazılı olan ismin kadın ve erkek olma olasılıklarından hangisinin daha az olduğunu belirleyiniz.

**4.** Bir kümeste 6 tavuk ve 6 civciv vardır. Kümesin kapısı açıldığında dışarıya çıkacak ilk hayvanın tavuk ve civciv olma olasılıklarını karşılaştırınız.

**5.** Bir torbada 7'si mavi, 5'i kırmızı ve 3'ü sarı renkte 15 bilye vardır. Torbadan rastgele çekilen bir bilyenin hangi renkte olma olasılığının daha çok olduğunu belirleyiniz.

# Bir Olayın Olma Olasılığı

8 C sınıfının Türkçe dersi öğretmeni Ahmet Bey, sınıftaki öğrencilerin isimlerini eş büyüklükteki kartlara yazıp bir torbaya koyuyor. Torbadan rastgele çekeceği kartta ismi yazılı öğrenciye bir öykü kitabı armağan edeceğini söylüyor.

8 C sınıfında 24 öğrenci vardır. Öykü kitabının herhangi bir öğrenciye çıkma olasılığının ne olacağı hakkındaki düşüncenizi açıklayınız.

## ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- Dosya kâğıdı
- Makas
- Torba

**Uygulama Basamakları**

- Dosya kâğıdınızdan birbirine eş 20 tane karesel bölge kesiniz (Makası dikkatli kullanınız.).
- Kestiğiniz kâğıtlara sınıf listesinden yararlanarak 10 kız, 10 erkek öğrencinin numaralarını yazınız.
- Numaraları yazdığınız bu kâğıtları torbaya koyunuz.
- Torbadan kâğıt çekme deneyindeki çıktıları söyleyiniz.
- Torbadan rastgele bir kâğıt çekildiğinde, torbada numarası bulunan öğrencilerin her birinin çıkma şansının eşit olup olmadığını söyleyiniz.
- Torbadan kâğıt çekme deneyinde her bir öğrencinin numarasının çıkma olasılığının oranını söyleyiniz.

## Örnekler

**1.** Bir tavla zarı atıldığında zarın üst yüzünde 4 sayısının gelme olasılığını inceleyelim:

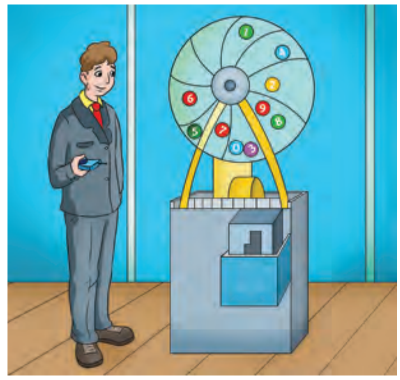
Zar atma deneyinin çıktıları; 1, 2, 3, 4, 5 ve 6'dır. Bu çıktıların her biri de bir olaydır. Bu deneyde 6 tane olası durum söz konusudur.

Zarın üst yüzünde 4'ün olması, 6 olası durumdan 1 tanesidir. Yani zar atma deneyindeki olayların her biri eşit şansa sahiptir. Öyleyse zarın üst yüzünde 4 sayısının gelmesi olayının olasılığı $\frac{1}{6}$'dır.

Eşit şansa sahip olaylardaki her bir çıktı eş olasılıklıdır. Bu olasılığın değeri $\frac{1}{n}$'dir. n, olası durum sayısını gösterir.

Olasılık, bir olayın olma şansına (olabilirliğine) ilişkin bir ölçmedir.

**2.** Millî piyango çekilişleri, cam küre içindeki topların karıştırılıp butona basılarak bir tanesinin düşürülmesi ile yapılmaktadır. Cam küre içindeki topların üzerinde 0'dan 9'a kadar (0 ile 9 dâhil) olan rakamlar yazılıdır. Yapılan ilk çekiliş, biletin birler basamağındaki rakamı belirleyecektir. Çıkacak rakamın 8 olma olasılığını inceleyelim:




Numara çekme deneyinin çıktıları; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 olmak üzere 10 tanedir. Yani bu deneyde 10 tane olası durum söz konusudur. n = 10'dur.

Numara çekme deneyindeki olayların her biri eşit şansa sahiptir. Bu durumda 8 numaralı topun çıkma olayının olasılığı $\frac{1}{10}$'dur.

**3.** Bir torbada 5'i mavi, 4'ü sarı renkli bilye vardır. Bu torbadan rastgele çekilen bir bilyenin;

- Mavi bilye gelme olasılığını,
- Sarı bilye gelme olasılığını inceleyelim:

Mavi bilyeleri $m_1$, $m_2$, $m_3$, $m_4$, $m_5$ ve sarı bilyeleri $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$ ile gösterirsek bu deneyin çıktıları $m_1$, $m_2$, $m_3$, $m_4$, $m_5$, $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$ olur.

Buradan, bilye çekme deneyinde 9 tane olası durum olduğunu anlarız. Yani n = 9'dur.

Mavi bilye gelme olayının sayısı 5, sarı bilye gelme olayının sayısı ise 4'tür.

Mavi bilye gelme olasılığı $\frac{5}{9}$,

Sarı bilye gelme olasılığı $\frac{4}{9}$'dur.

Torbadaki mavi ve sarı bilyelerin sayıları eşit olmadığından, çekilen bilyenin mavi ile sarı bilye olma olasılıkları da eş olasılıklı değildir.

**4.** İçi görünmeyen bir şekerlikte eş büyüklükte 15'i limonlu, 18'i naneli, 15'i kahveli şekerler vardır. Şekerlikten rastgele bir şeker alındığında bu şekerin;

- Limonlu olması olasılığını,
- Naneli olması olasılığını,
- Kahveli olması olasılığını inceleyelim:

Şekerlikte toplam 15 + 18 + 15 = 48 şeker vardır. Yani olası durum sayısı n = 48'dir.

Rastgele alınan bir şekerin;

limonlu olması olasılığı $\frac{\cancelto{5}{15}}{\cancelto{16}{48}} = \frac{5}{16}$'dır.

naneli olması olasılığı $\frac{\cancelto{3}{18}}{\cancelto{8}{48}} = \frac{3}{8}$'dir.

kahveli olması olasılığı $\frac{\cancelto{5}{15}}{\cancelto{16}{48}} = \frac{5}{16}$'dır.

Şekerlikteki şekerlerden limonlu ve kahveli olanların sayıları eşittir. Bu nedenle, alınan bir şekerin limonlu veya kahveli olması olayları eşit şansa sahiptir. Öyleyse eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktı eş olasılıklıdır.

## ETKİNLİK

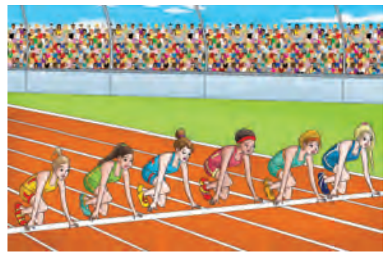
**Uygulama Basamakları**

- Bir arkadaşınız ucu açılmamış 4 tane kurşun kalemi alsın.
- Başka bir arkadaşınız, kalemlerden rastgele birini alsın.
- Alınan kalemin kurşun kalem olma olayının olasılığını söyleyiniz.
- Alınan kalemin tükenmez kalem olma olayının olasılığını söyleyiniz.

**Araç ve Gereç**
- Ucu açılmamış 4 tane kurşun kalem

## Örnekler

**1.** Kadınlar 100 m'lik koşu yarışına 6 kadın yarışmacı katılmıştır. Bu yarışı,



- Bir kadının kazanma olasılığını,
- Bir erkeğin kazanma olasılığını inceleyelim:

Yarışmada 6 tane olası durum olduğundan n = 6'dır.

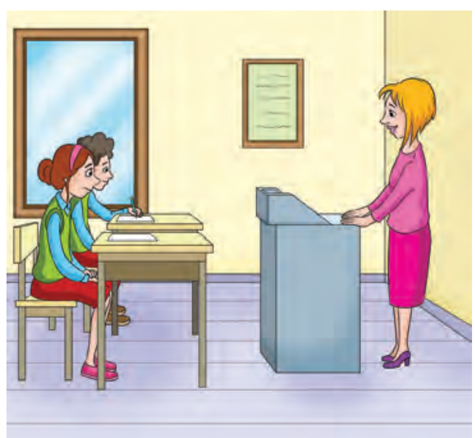
Yarışmayı kadın yarışmacının kazanma olayının sayısı 6 ve bu olayın olasılığı $\frac{6}{6} = 1$'dir.

Olasılığı 1 olan olaya **kesin olay** denir.

Yarışmayı erkek yarışmacının kazanma olayının sayısı 0 ve bu olayın olasılığı $\frac{0}{6} = 0$'dır.

Olasılığı 0 olan olaya **imkânsız olay** denir.
Buna göre bir olayın olasılığı 0 ile 1 arasında (0 ile 1 dâhil) bir değerdir.

**2.** Bir sınıfta 10'u erkek, 12'si kız olmak üzere 22 öğrenci vardır. Bu sınıfın öğrenci listesinden rastgele seçilen bir kişinin;



- Bu sınıftan bir öğrenci olma olayının olasılığını,
- Kız öğrenci olma olayının olasılığını,
- Erkek öğrenci olma olayının olasılığını,
- Öğretmen olma olayının olasılığını inceleyelim:

Bu sınıftan bir öğrenci olma olayının olasılığı $\frac{22}{22} = 1$'dir.

Kız öğrenci olma olayının olasılığı $\frac{12}{22} = \frac{6}{11}$'dir.

Erkek öğrenci olma olayının olasılığı $\frac{10}{22} = \frac{5}{11}$'dir.

Öğretmen olma olayının olasılığı $\frac{0}{22} = 0$'dır.

İncelediğimiz bu olasılık hesaplarına göre, seçilen kişinin bu sınıftan bir öğrenci olma olayı, olasılığı 1 olduğundan kesin olaydır. Öğretmen olma olayı, olasılığı 0 olduğu için imkânsız olaydır.

**3.** Eş büyüklükteki kartlara 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ve 13 sayıları yazılarak kartlar bir torbaya konuluyor. Torbadan rastgele çekilen kartta yazılı sayının;

- Asal sayı gelme olayının olasılığını,
- Çift sayı gelme olayının olasılığını,
- Asal veya çift sayı gelme olayının olasılığını inceleyelim:

Torbadan kart çekme deneyinin çıktıları 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ve 13 olmak üzere 8 tanedir. Yani bu deneyde 8 tane olası durum söz konusudur. n = 8'dir.

Torbadan rastgele çekilen kartın;

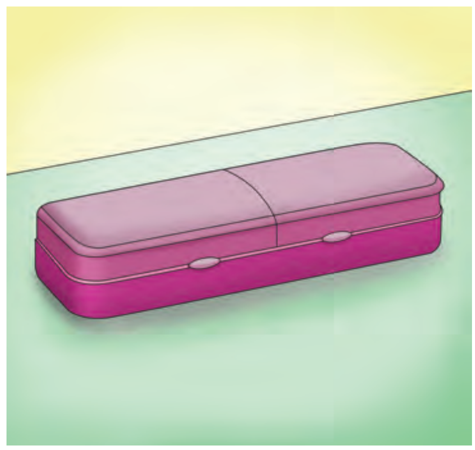
- Asal sayı gelme olayı 3, 5 ve 13 olmak üzere 3 tanedir. Asal sayı gelme olasılığı $\frac{3}{8}$'dir.
- Çift sayı gelme olayı 4, 6 ve 8 olmak üzere 3 tanedir. Çift sayı gelme olayının olasılığı $\frac{3}{8}$'dir.
- Asal veya çift sayı gelme olayı 3, 5, 13, 4, 6 ve 8 olmak üzere 6 tanedir. Asal veya çift sayı gelme olayının olasılığı $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$'tür.

Şimdi de asal sayı gelme olayının olasılığı ile çift sayı gelme olayının olasılığını toplayalım:

$\frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{3+3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ bulunur.

Buna göre asal sayı veya çift sayı gelme olasılığının, asal sayı gelme olayının olasılığı ile çift sayı gelme olayının olasılığının toplamına eşit olduğunu anlarız.

**4.** Kapalı bir kutuda eş büyüklükte 2 kırmızı, 4 yeşil ve 3 mavi boya kalemi vardır. Kutudan rastgele çekilen bir kalemin;



- Kırmızı kalem olma olayının olasılığını,
- Yeşil kalem olma olayının olasılığını,
- Mavi kalem olma olayının olasılığını,
- Kırmızı veya yeşil kalem olma olayının olasılığını inceleyelim:

Kutuda 2 + 4 + 3 = 9 kalem vardır. Öyleyse kalem çekme deneyinde 9 olası durum söz konusudur.

Kutudan rastgele çekilen kalemin;

- Kırmızı kalem gelme olayı $k_1$, $k_2$ olmak üzere 2 tanedir. Bu olayın olma olasılığı $\frac{2}{9}$'dur.
- Yeşil kalem gelme olayı $y_1$, $y_2$, $y_3$, $y_4$ olmak üzere 4 tanedir. Bu olayın olma olasılığı $\frac{4}{9}$'dur.
- Mavi kalem gelme olayı $m_1$, $m_2$, $m_3$ olmak üzere 3 tanedir. Bu olayın olma olasılığı $\frac{3}{9}$'dur.
- Kırmızı veya yeşil gelme olayı $k_1$, $k_2$, $y_1$, $y_2$, $y_3$, $y_4$ olmak üzere 6 tanedir. Bu olayın olma olasılığı $\frac{6}{9}$'dur.

Şimdi de kırmızı ve yeşil kalem olma olaylarının olasılıkları toplamını bulalım:

$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9}$ bulunur.

Bulduğumuz toplam, kırmızı veya yeşil kalem olma olayının olasılığına eşittir.

Bu eşitliğin anlamı, çekilen kalemin kırmızı olması olayındaki çıktılar ($k_1$, $k_2$) ile yeşil olması olayındaki çıktılarda ($y_1$, $y_2$, $y_3$, $y_4$) ortak bir çıktının olmamasıdır.

**5.** Ayların kaçar gün olduğu aşağıdaki tabloda verilmiştir. Ayların adları ve gün sayıları eş büyüklükteki kartlara yazılarak bir torbaya konuluyor. Torbadan rastgele çekilen bir kartta yazılı ayın;

| **Ayın adı** | Ocak | Şubat | Mart | Nisan | Mayıs | Haziran | Temmuz | Ağustos | Eylül | Ekim | Kasım | Aralık |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Gün sayısı** | 31 | 28 veya 29 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 |

- 30 gün çeken bir ay,
- 31 gün çeken bir ay,
- 30 gün çeken bir ay veya 31 gün çeken bir ay olması olayının olasılığını inceleyelim:

Torbadan kart çekme deneyinin çıktılarının sayısı, bir yılda 12 ay olduğundan 12'dir. Bu deneyde 12 olası durum vardır.

- Torbadan çekilen kartta 30 gün çeken bir ayın adının yazılı olması olayı nisan, haziran, eylül ve kasım olmak üzere 4 tanedir. Bu olayın olma olasılığı $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$'tür.
- Torbadan çekilen kartta 31 gün çeken bir ayın adının yazılı olması olayı ocak, mart, mayıs, temmuz, ağustos, ekim ve aralık olmak üzere 7 tanedir. Bu olayın olma olasılığı $\frac{7}{12}$'dir.
- 30 veya 31 gün çeken aylar şubat ayının dışındaki aylardır. Bu ayların sayısı 11'dir. Çekilen kartta 30 veya 31 gün çeken bir ay olma olasılığı $\frac{11}{12}$'dir.

Şimdi de 30 gün ve 31 gün çeken bir ay olma olaylarının olasılıklarını toplayalım:

$\underset{(4)}{\frac{1}{3}} + \frac{7}{12} = \frac{4}{12} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$ bulunur.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

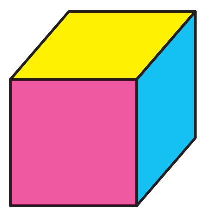
**1.** "MEHMET" ismindeki harfler eş büyüklükteki kartlara yazılarak bir torbaya konuluyor. Torbadan rastgele bir kart çekildiğinde;

**a.** Kartta yazılı her bir harfin gelme olasılığını bulunuz.

**b.** Hangi olayların eş olasılıklı olduğunu belirleyiniz.

| | | |
|---|---|---|
| M | E | T |
| E | H | M |

**2.** Bir küpün yüzleri, karşılıklı yüzleri aynı renkte olmak üzere mavi, sarı ve pembe renklere boyanıyor. Bu küp atıldığında üste gelen yüzün;

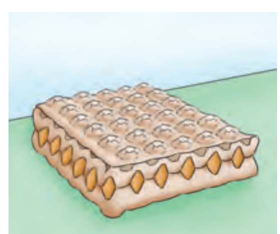


**a.** Mavi,

**b.** Sarı,

**c.** Pembe renkte olma olayının olasılığını hesaplayınız. Bu olayların eş olasılıklı olup olmadığını belirtiniz.

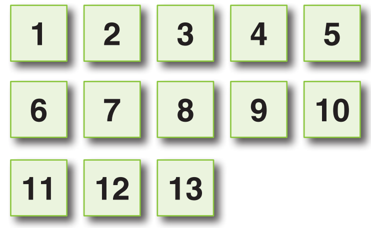
**3.** Bir yumurta kolisinde 30 yumurta vardır. Yumurtalardan 4 tanesi kırıktır. Koliden rastgele alınan bir yumurtanın;



**a.** Sağlam olma olayının,

**b.** Kırık olma olayının olasılığını hesaplayınız.

**4.** Eş büyüklükteki 13 karta 1'den 13'e kadar sayılar yazılıp bir torbaya konuluyor. Torbadan rastgele bir kart çekildiğinde kartta yazılı sayının;




**a.** Tek sayı olma olayının,

**b.** Çift sayı olma olayının,

**c.** Asal sayı olma olayının,

**ç.** İki basamaklı bir sayı olma olayının,

**d.** 7'den küçük olma olayının,

**e.** 7'den küçük veya asal sayı olma olayının olasılığını hesaplayınız.

**5.** İçi görünmeyen bir poşette siyah, lacivert ve gri renklerde birer çift çorap vardır. Bu poşetten rastgele çekilen bir çift çorabın;

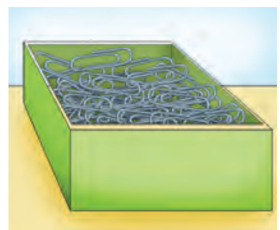
**a.** Siyah renkli olması olayının,

**b.** Lacivert renkli olması olayının,

**c.** Gri renkli olması olayının,

**ç.** Beyaz renkli olması olayının olasılığını hesaplayınız.

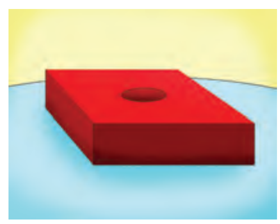
**6.** Bir kutuda 60 tane ataş vardır. Bu kutudan rastgele çekilen bir ataşın;



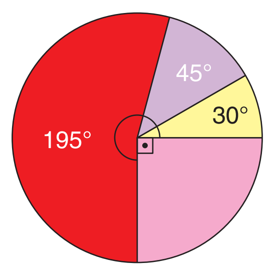
**a.** Ataş olma olayının,

**b.** Toplu iğne olma olayının olasılığını hesaplayınız.

**7.** Yanda verilen kutu dikdörtgenler prizması biçimindedir. Bu kutunun üst yüzünde çember şeklinde bir delik açılmıştır. Kutunun üst yüzünün eni 30 cm, boyu 40 cm ve çemberin yarıçap uzunluğu 10 cm olduğuna göre bu kutunun üzerine yukarıdan bırakılan pinpon topunun açılan deliğe düşme olasılığını hesaplayınız ($\pi = 3$ alınız.).



**8.** Çapının uzunluğu 36 cm olan daire biçimindeki bir kartonun boyalı bölgelerinin alanlarına ait merkez açıların ölçüleri yanda verilmiştir. Bu kartona atılacak bir okun her bir alana gelme olasılığını hesaplayınız ($\pi = 3$ alınız.).




**9.** Bir belediyenin düzenlediği etkinlikler ve bu etkinliklere katılan kadın ve erkek sayıları yandaki tabloda verilmiştir. Etkinliğe katılanlardan rastgele seçilen birinin;

*Tablo: Etkinliklere Katılanlar*

| Etkinlikler / Katılanlar | Satranç | Halk oyunları | Resim |
|---|---|---|---|
| Erkek sayısı | 8 | 18 | 4 |
| Kadın sayısı | 6 | 15 | 9 |

**a.** Erkek olma,

**b.** Kadın olma,

**c.** Halk oyunlarına katılanlardan biri olma,

**ç.** Erkek olma veya satranç etkinliğine katılan olma olayının olasılığını hesaplayınız.

# GEOMETRİ VE ÖLÇME

## Üçgenler

### Üçgende Kenarortay, Açıortay ve Yükseklik

İstanbul'da bulunan Dikilitaş, M.S. 390 yılında Mısır'dan getirilmiştir.

Dikilitaş'ın yerden yüksekliği yaklaşık 25 m'dir.

Yüksekliğin nasıl belirlendiği hakkındaki düşüncenizi açıklayınız.

**ETKİNLİK**

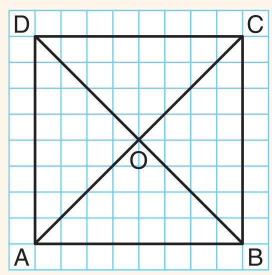
**Araç ve Gereç**
- Kareli kâğıt
- Cetvel
- Makas

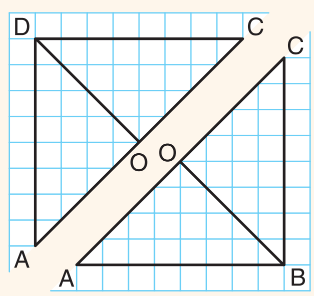
**Uygulama Basamakları**

- Kareli kâğıdınıza bir kenarının uzunluğu 8 birim olan bir kare ve bu karenin köşegenlerini çiziniz.
- Kareyi köşegenlerinden biri boyunca makasla kesiniz (Makası dikkatli kullanınız.).
- Oluşan düzlemsel şekillerin adlarını söyleyiniz.
- Oluşan düzlemsel şekillerden DAC üçgenini inceleyiniz. Bu üçgendeki [DO]'nın;

  – AC kenarına ait yükseklik olup olmadığını,

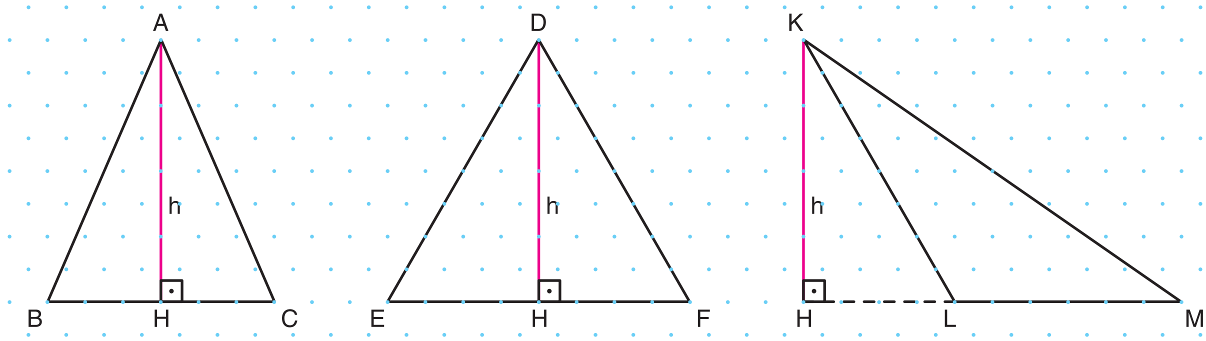
  – D açısını iki eş parçaya ayırıp ayırmadığını karenin köşegen özelliklerinden yararlanarak belirleyiniz. Bu doğru parçasının, DAC üçgeninin D açısının nesi olduğunu söyleyiniz.
- AC kenarı üzerindeki O noktasının bu kenarın orta noktası olup olmadığını karenin köşegen özelliklerinden yararlanarak söyleyiniz.
- DAC üçgenindeki [DO]'nın, AC kenarının nesi olabileceğini söyleyiniz.



Örnekler

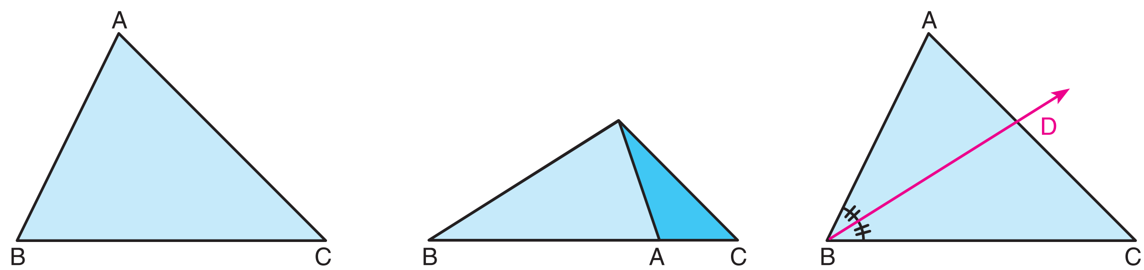
**1.** Aşağıdaki izometrik kâğıda ikizkenar, eşkenar ve çeşitkenar üçgenler çizilmiştir. İzometrik kâğıttaki birim aralıklardan yararlanarak bu üçgenlerin birer köşesinden karşısındaki kenara (veya uzantısına) dikmeler çizelim:




Bir üçgenin herhangi bir köşesinden karşısındaki kenara veya uzantısına çizilen dikmenin, kenarı ya da uzantısını kestiği nokta ile bu köşeyi birleştiren doğru parçasına, o kenara ait **yükseklik** denir.

ABC üçgeninin BC kenarına ait yükseklik [AH],
DEF üçgeninin EF kenarına ait yükseklik [DH] ve
KLM üçgeninin LM kenarına ait yükseklik [KH]'dır.

**2.** Aşağıdaki ABC üçgenini, AB ve BC kenarları çakışacak şekilde katlayalım. Oluşan kat çizgisini cetvelimiz yardımıyla çizelim:

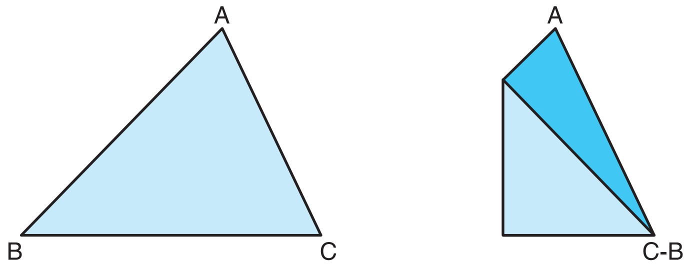



Üçgenin AB ve BC kenarlarını üst üste çakıştırarak elde ettiğimiz doğru parçası ([BD]), B köşesindeki açıyı iki eş parçaya ayırmıştır.

Bir üçgende bir iç açıyı iki eş parçaya ayıran ışının, köşe ile karşı kenar arasında kalan parçasına, üçgenin o açıya ait **açıortayı** denir.

ABC üçgeninin B açısına ait açıortayı [BD]'dır.

**3.** Aşağıdaki ABC üçgenini, B ve C köşelerini çakışacak şekilde katlayarak BC kenarının orta noktasını bulalım. Bu noktayı A köşesi ile birleştiren doğru parçasını çizelim:

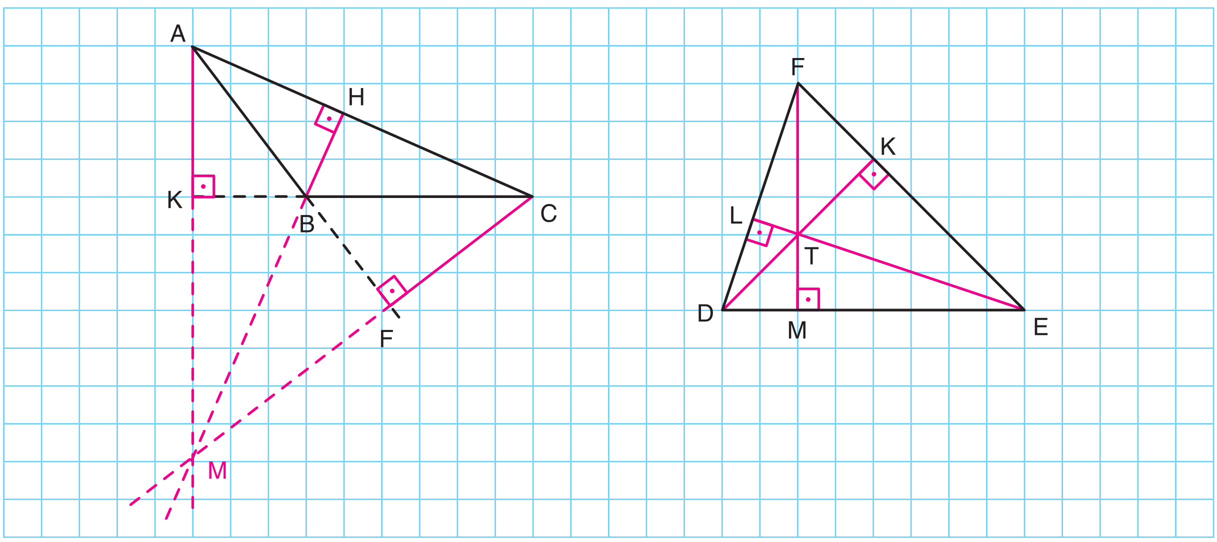



Üçgenin B ve C köşelerini çakıştırarak elde ettiğimiz D noktası BC doğru parçasının orta noktasıdır.

Bir üçgenin bir kenarının orta noktasını, bu kenarın karşısındaki köşeye birleştiren doğru parçasına o kenara ait **kenarortay** denir.

ABC üçgeninin BC kenarına ait kenarortay [AD]'dır.

**4.** Aşağıda verilen üçgenlerin yüksekliklerini inceleyelim:



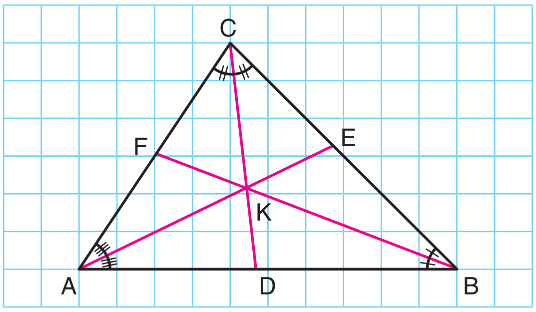

Yukarıdaki üçgenlerden ABC üçgeni geniş açılı, FDE üçgeni ise dar açılı bir üçgendir.

ABC üçgeninin AC kenarına ait yükseklik [BH], BC kenarına ait yükseklik [AK], AB kenarına ait yükseklik ise [CF]'dır. Bu yüksekliklerden [AK] ile [CF], ait oldukları kenarların uzantılarını kesmiştir. Üçgene ait yükseklikler üçgenin dışındaki M noktasında kesişmişlerdir.

FDE üçgenindeki yükseklikler [DK], [EL] ve [FM]'dır. Bu yükseklikler üçgenin içinde bir noktada kesişmişlerdir.

Geniş açılı bir üçgende dar açılı köşelere ait yükseklikler bu üçgenin dışında kalır. Bu nedenle yükseklikler üçgenin dışında ve bir noktada kesişirler. Dar açılı bir üçgenin üç kenarına ait yükseklikler bu üçgenin içinde yer alır ve yine üçgenin içindeki bir noktada kesişirler.

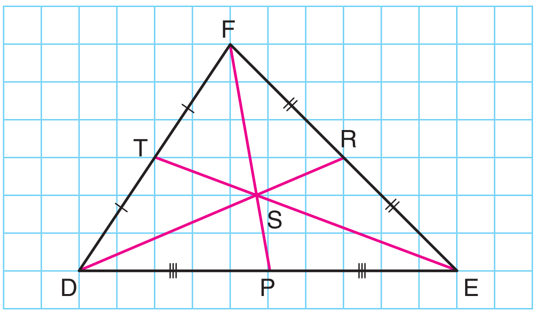
**5.** Aşağıda verilen üçgenin açıortaylarını inceleyelim:




CAB üçgeninin C açısına ait açıortay [CD], A açısına ait açıortay [AE] ve B açısına ait açıortay ise [BF]'dır. Bu açıortaylar K noktasında kesişmişlerdir.

Bir üçgende üç açıya ait açıortaylar, bu üçgenin içinde ve bir noktada kesişirler.

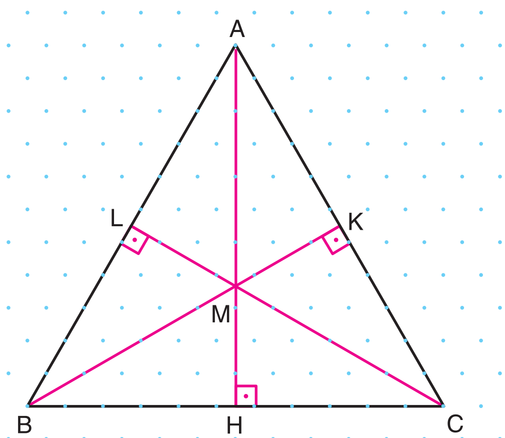
**6.** Aşağıda verilen üçgenin kenarortaylarını inceleyelim:




DEF üçgeninin DE kenarına ait kenarortay [FP], FE kenarına ait kenarortay [DR] ve FD kenarına ait kenarortay [ET]'dır. Bu kenarortaylar S noktasında kesişmişlerdir.

Bir üçgende üç kenara ait kenarortaylar, bu üçgenin içinde ve bir noktada kesişirler.

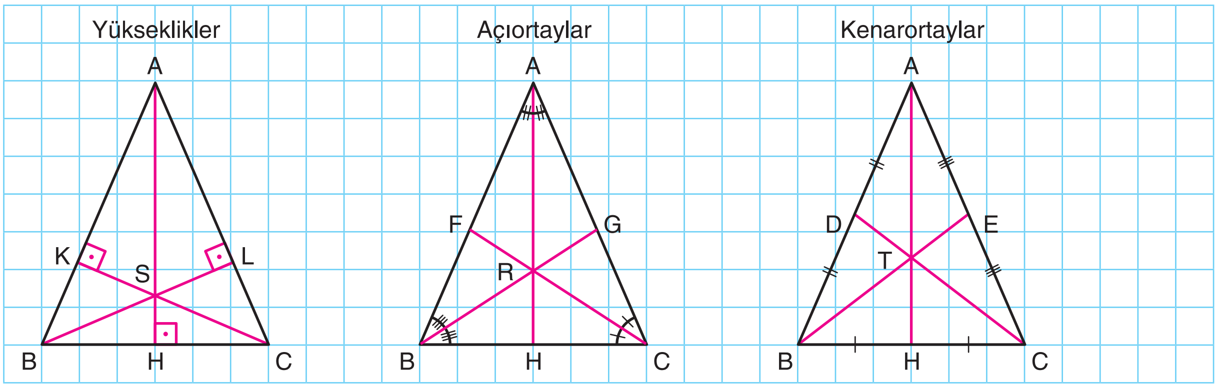
**7.** Aşağıdaki ABC üçgeni bir eşkenar üçgendir. Bu üçgenin yüksekliklerini, açıortaylarını ve kenarortaylarını inceleyelim:




ABC eşkenar üçgeninin AC kenarına ait yükseklik [BK], AB kenarına ait yükseklik [CL] ve BC kenarına ait yükseklik ise [AH]'dır.

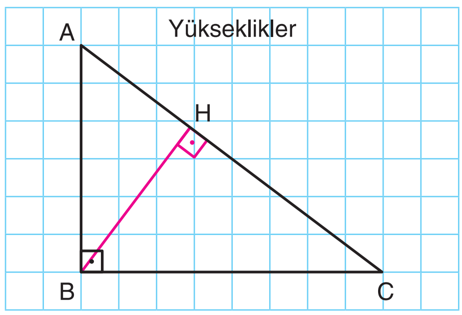
Bir eşkenar üçgenin, kenarlarının uzunlukları birbirine eşittir ve iç açılarının her birinin ölçüsü 60° dir. Buna göre bir eşkenar üçgenin yükseklikleri, aynı zamanda bu üçgenin açıortayları ve kenarortaylarıdır.

**8.** Aşağıda birbirine eş olan ABC ikizkenar üçgenlerinin yükseklikleri, açıortayları ve kenarortayları çizilmiştir. İnceleyelim:




Birbirine eş olan ABC ikizkenar üçgenlerine ait yükseklik, açıortay ve kenarortayları incelediğimizde bu üçgenin tabanı olan BC kenarına ait yüksekliğin ([AH]), aynı zamanda üçgenin A açısının açıortayı ve BC kenarının kenarortayı olduğunu görürüz.

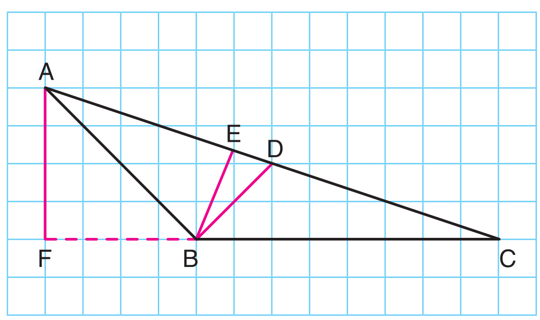
**9.** Aşağıdaki ABC dik üçgeninin yükseklikleri çizilmiştir. İnceleyelim:



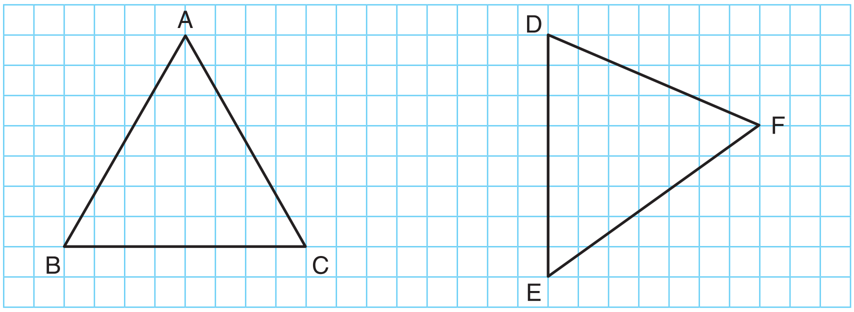

ABC dik üçgeninin BC kenarına ait yükseklik AB kenarı, AB kenarına ait yükseklik BC kenarıdır. AC kenarına ait yükseklik ise [BH]'dır.

## ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAYALIM

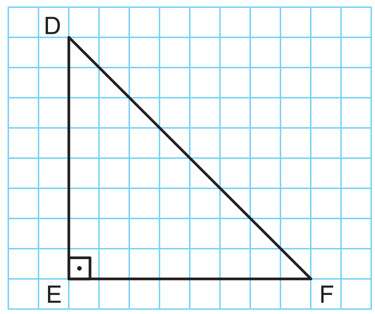
**1.** Yandaki şekilde çizilmiş kırmızı renkteki doğru parçalarının ABC üçgeninin hangi elemanları olduğunu belirleyiniz.



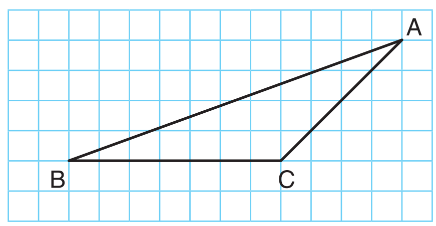
**2.** Aşağıda kareli kâğıda çizilmiş üçgenlerin kenarlarına göre hangi tür üçgenler olduğunu belirleyiniz. Birimkarelerden yararlanarak ABC üçgeninin BC kenarına ait yüksekliğini, DEF üçgeninin DE kenarına ait kenarortayını çiziniz. Çizdiğiniz yüksekliğin, aynı zamanda açıortay ve kenarortay olup olmadığını açıklayınız.




**3.** Yandaki DEF dik üçgeninin DF kenarının kenarortayını birimkarelerden yararlanarak çiziniz. Çizdiğiniz doğru parçasının E açısına ait açıortay ve DF kenarına ait yükseklik olup olmadığını açıklayınız.




**4.** Yandaki ABC üçgeninin BC kenarına ait yüksekliğini ve C açısına ait açıortayını çiziniz. Çizimi nasıl yaptığınızı açıklayınız.




**5.** Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına **D**, yanlış olanların yanına **Y** yazınız.

(...) Dar açılı bir üçgenin üç kenarına ait yükseklik, bu üçgenin içinde ve bir noktada kesişir.

(...) Geniş açılı bir üçgende dar açılı köşelere ait yükseklikler bu üçgenin içinde kalır.

(...) Bir üçgenin bir kenarının orta noktasını bu kenarın karşısındaki köşeye birleştiren doğru parçasına, o kenara ait yükseklik denir.

(...) Bir eşkenar üçgenin yükseklikleri, bu üçgenin aynı zamanda kenarortayları ve açıortaylarıdır.

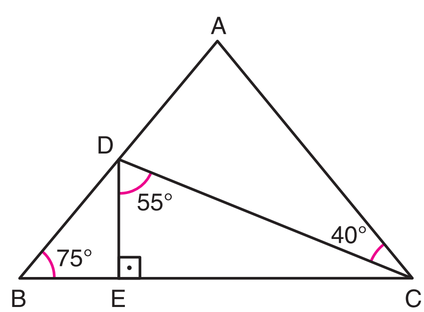
**6.** Yanda verilen şekle göre aşağıdaki ifadelerden doğru olanların yanına **D**, yanlış olanların yanına **Y** yazınız.

(...) [DE], DBC üçgeninin BC kenarına ait yüksekliğidir.

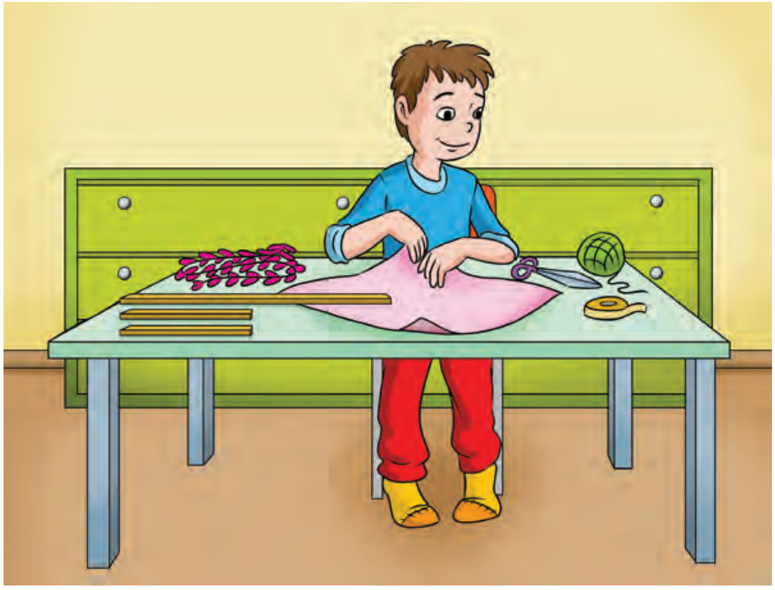
(...) ABC üçgeni eşkenar üçgendir.

(...) [CD] doğru parçası ABC üçgeninin $\widehat{C}$'nın açıortayıdır.

(...) ABC üçgeni ikizkenar üçgendir.



## Üçgenlerin Kenarlarının Uzunlukları Arasındaki İlişkiler



Uğur, çıtaları kullanarak üçgen biçiminde bir uçurtma yapmak istiyor. Elindeki çıtaların uzunlukları 25 cm, 25 cm ve 50 cm'dir.

Uğur, üçgeni bu çıtalar ile bir türlü oluşturamıyor. Bunun nedeni hakkındaki düşüncenizi açıklayınız.

### ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**

- Beyaz ve siyah renkli ipler
- Cetvel
- Makas

**Uygulama Basamakları**

- Beyaz renkli ipten uzunlukları 15 cm, 20 cm ve 30 cm olan parçalar kesiniz (Makası dikkatli kullanınız.).
- Siyah renkli ipten uzunlukları 10 cm, 20 cm ve 30 cm olan parçalar kesiniz.
- Beyaz renkli ipten kestiğiniz parçaları gergin tutarak bir üçgen oluşturmaya çalışınız.
- Siyah renkli ipten kestiğiniz parçaları gergin tutarak bir üçgen oluşturmaya çalışınız.
- Hangi renkteki iplerle bir üçgen oluşturabildiğinizi söyleyiniz.
- Beyaz ve siyah renkteki ipleri uzunluklarına göre sıralayınız.
- Aşağıdaki işlemleri beyaz ve siyah renkli ipler için ayrı ayrı yapınız.

– Sıraladığınız iplerden birinci ile ikincinin uzunluklarını toplayınız. Bulduğunuz toplam ile üçüncü ipin uzunluğunu karşılaştırınız.

– Sıraladığınız iplerden ikinci ile üçüncünün uzunluklarını toplayınız. Bulduğunuz toplam ile birinci ipin uzunluğunu karşılaştırınız.

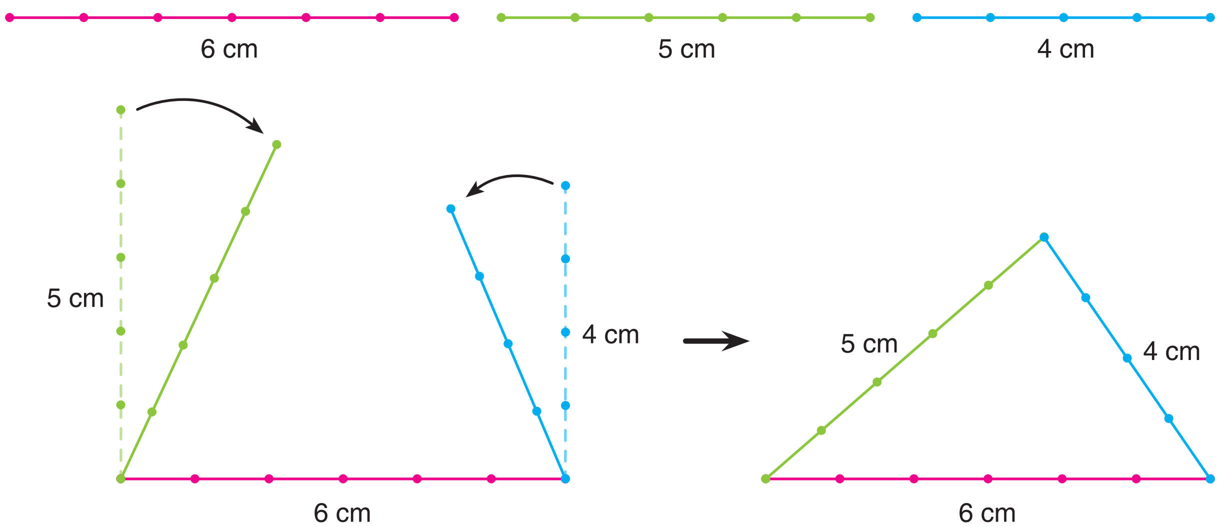
– Sıraladığınız iplerden birinci ile üçüncünün uzunluklarını toplayınız. Bulduğunuz toplam ile ikinci ipin uzunluğunu karşılaştırınız.

- Yaptığınız karşılaştırmalardan yararlanarak üçgen oluşturan iplerin uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

## Örnekler

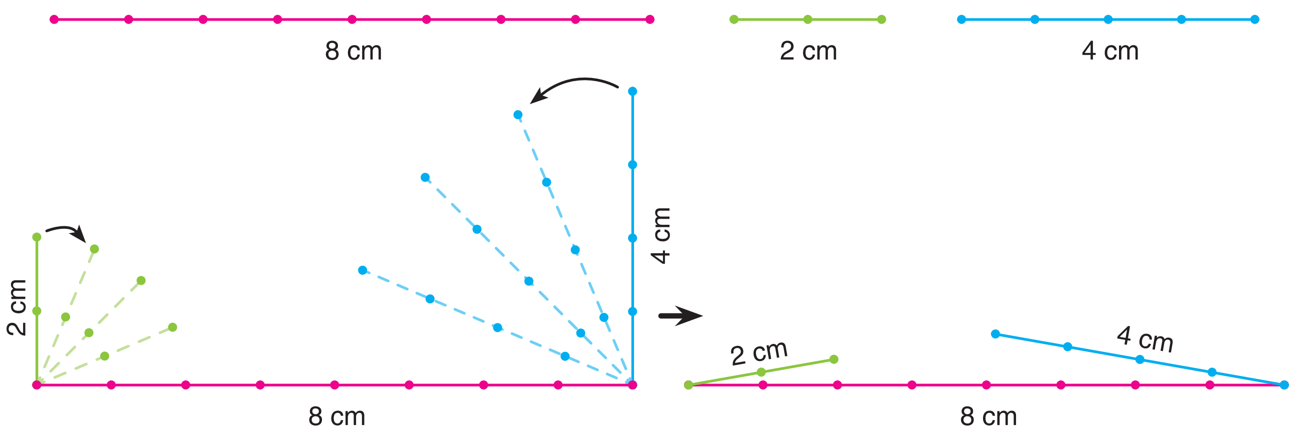
**1.** Aşağıda uzunlukları verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşturmaya çalışalım:

**a.**




Verilen doğru parçalarının uç noktalarını yukarıdaki gibi yan yana getirdiğimizde bir üçgen oluşmuştur.

**b.**




Verilen doğru parçalarının uç noktalarını yukarıdaki gibi yan yana getirdiğimizde, 2 cm ve 4 cm'lik doğru parçalarının bir noktada kesişmediğini, yani bir üçgen oluşmadığını görürüz.

Şimdi de yukarıda üçgen oluşturan ve oluşturmayan doğru parçalarından herhangi ikisinin, uzunlukları toplamı ile diğer kenarın uzunluğu arasındaki ilişkileri inceleyelim:

**Üçgen oluşturan doğru parçaları**

6 cm + 5 cm > 4 cm,

6 cm + 4 cm > 5 cm ve

5 cm + 4 cm > 6 cm'dir.

Yapılan karşılaştırmalara göre herhangi iki kenarın uzunlukları toplamının, diğer kenarın uzunluğundan büyük olduğunu görürüz.

**Üçgen oluşturmayan doğru parçaları**

8 cm + 2 cm > 4 cm,

8 cm + 4 cm > 2 cm ve

4 cm + 2 cm < 8 cm'dir.

Yapılan karşılaştırmalara göre, herhangi iki doğru parçasının uzunlukları toplamının, daima diğer doğru parçasının uzunluğundan büyük olmadığını görürüz.

**2.** Yandaki ABC üçgeninin herhangi iki kenarının uzunlukları farkının mutlak değeri ile diğer kenarın uzunluğunu karşılaştıralım:

$|a - b| < c \rightarrow |7 - 5| < 6$

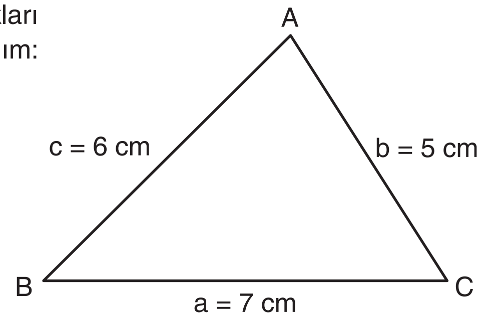
$2 < 6$,

$|a - c| < b \rightarrow |7 - 6| < 5$

$1 < 5$ ve

$|b - c| < a \rightarrow |5 - 6| < 7$

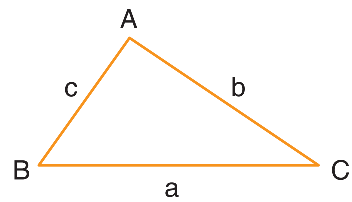
$1 < 7$ olur.




Bir üçgende iki kenarın uzunlukları toplamı, üçüncü kenarın uzunluğundan büyüktür.

Kenar uzunlukları a, b, c olan bir üçgende;

$a + b > c$, $a + c > b$ ve $b + c > a$'dır.




Bir üçgende herhangi iki kenarın uzunluklarının farkının mutlak değeri, üçüncü kenarın uzunluğundan küçük, uzunluklarının toplamı ise üçüncü kenarın uzunluğundan büyüktür.

Kenar uzunlukları a, b ve c olan üçgen için;

$|a - b| < c < a + b$,

$|a - c| < b < a + c$ ve

$|b - c| < a < b + c$ olur. Bu eşitsizliklere **üçgen eşitsizliği** denir.

**3.** Aşağıda uzunlukları verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulup oluşturulamayacağını bulalım:

**a.** a = 5 cm
b = 4 cm
c = 3 cm

**b.** d = 5,2 cm
e = 12,3 cm
f = 6,6 cm

**a.** Verilen doğru parçalarından herhangi ikisinin uzunlukları toplamı ile farkını diğer kenarın uzunluğunu karşılaştıralım:

| | | |
|---|---|---|
| $a + b > c$ | $a + c > b$ | $b + c > a$ |
| $5 + 4 > 3$ | $5 + 3 > 4$ | $4 + 3 > 5$ |
| $9 > 3$ | $8 > 4$ | $7 > 5$ ve |
| $\|a - b\| < c$ | $\|a - c\| < b$ | $\|b - c\| < a$ |
| $\|5 - 4\| < 3$ | $\|5 - 3\| < 4$ | $\|4 - 3\| < 5$ |
| $1 < 3$ | $2 < 4$ | $1 < 5$'tir. |

Buna göre a = 5 cm, b = 4 cm ve c = 3 cm olan doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulabilir.

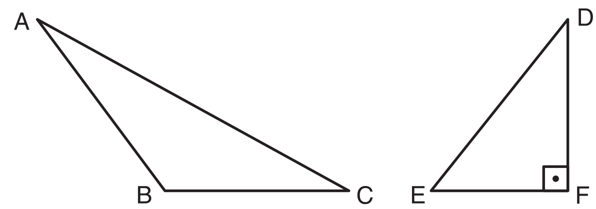
**b.** Verilen doğru parçalarından herhangi ikisinin uzunlukları arasındaki farkın mutlak değeri ile diğer kenarın uzunluğunu karşılaştıralım:

| | | |
|---|---|---|
| $\lvert d - f\rvert < e$ | $\lvert e - f\rvert < d$ | $\lvert d - e\rvert < f$ |
| $\lvert 5{,}2 - 6{,}6\rvert < 12{,}3$ | $\lvert 12{,}3 - 6{,}6\rvert < 5{,}2$ | $\lvert 5{,}2 - 12{,}3\rvert < 6{,}6$ |
| $\lvert -1{,}4\rvert < 12{,}3$ | $\lvert 5{,}7\rvert < 5{,}2$ | $\lvert -7{,}1\rvert < 6{,}6$ |
| $1{,}4 < 12{,}3$ | $5{,}7 > 5{,}2$ | $7{,}1 > 6{,}6$ olur. |

Yaptığımız işlemlere göre 7,1 < 6,6 ve 5,7 < 5,2 olmadığından verilen doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulamaz.

Siz de verilen doğru parçalarından herhangi ikisinin uzunluklarının toplamı ile diğer kenarın uzunluğunu karşılaştırarak bu doğru parçaları ile bir üçgen oluşturup oluşturamayacağınızı belirleyiniz.

## Üçgenin Kenarlarının Uzunlukları ile Açıları Arasındaki İlişkiler




Yukarıdaki üçgenleri inceleyiniz. Bu üçgenlerin en uzun kenarlarını gösteriniz. En uzun kenarların karşısındaki açıların bu üçgenlerdeki ölçüsü en büyük açılar olup olmadığını söyleyiniz.

### ETKİNLİK

**Araç ve Gereç**
- Geometri şeritleri
- Açıölçer

**Uygulama Basamakları**

- Geometri şeritlerini kullanarak bir çeşitkenar üçgen oluşturunuz. Bu üçgeni ABC üçgeni olarak adlandırınız.
- Oluşturduğunuz üçgenin her bir kenarının uzunluğunun kaç birim olduğunu söyleyiniz.
- Üçgenin kenarlarını, uzunluklarına göre a, b ve c sembollerini kullanarak büyükten küçüğe doğru sıralayınız.
- Üçgenin iç açılarını açıölçerinizi kullanarak belirleyiniz.

  Açıların ölçülerini $m(\widehat{A})$ = ..., $m(\widehat{B})$ = ... ve $m(\widehat{C})$ = ... biçiminde yazınız.
- Bulduğunuz açı ölçülerini $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$ sembollerini kullanarak büyükten küçüğe doğru sıralayınız.
- Yaptığınız sıralamalardan yararlanarak, bir üçgenin açılarının ölçülerinin büyüklükleri ile bu açıların karşısındaki kenarların uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

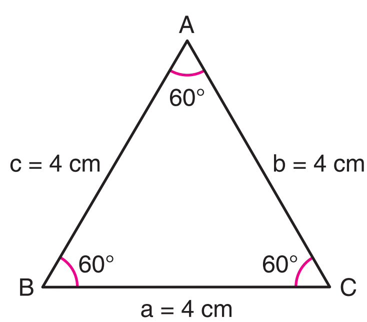
### Örnekler

**1.** Yanda verilen ABC eşkenar üçgeninin kenarlarının uzunluklarını ve açılarının ölçülerini inceleyelim:

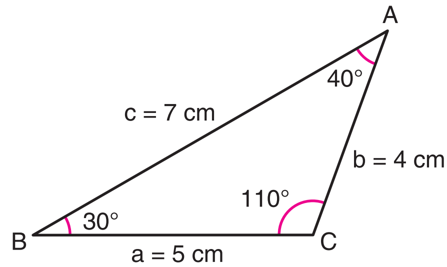
Bir eşkenar üçgende kenarların uzunlukları ve iç açıların ölçüleri kendi aralarında birbirine eşittir. Buna göre;

a = b = c = 4 cm ve

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60^\circ$ dir.



**2.** Yanda verilen ABC üçgeni geniş açılı bir üçgendir. Bu üçgenin, kenarlarının uzunluklarını ve açılarının ölçülerini inceleyelim:




ABC üçgeninin kenarlarının uzunluklarını ve açılarının ölçülerini büyükten küçüğe doğru sıralayalım:

$c > a > b$, $m(\widehat{C}) > m(\widehat{A}) > m(\widehat{B})$ ve

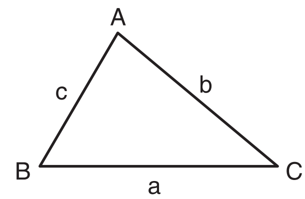
7 cm > 5 cm > 4 cm, 110° > 40° > 30° olur.

Buradan kenarların uzunluklarının sıralaması ile bu kenarların karşısında bulunan açıların ölçülerinin sıralamasının aynı olduğunu görürüz.

Bir üçgende, ölçüsü en büyük olan açının karşısındaki kenar bu üçgenin en uzun kenarı olur. Ölçüsü en küçük olan açının karşısındaki kenar ise bu üçgenin en kısa kenarı olur.

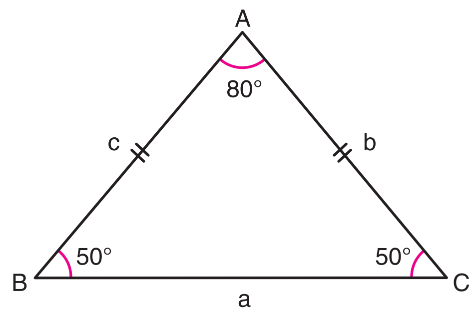
ABC üçgeninde;

$m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ ise $a > b > c$ olur.




**3.** Yanda açılarının ölçüleri verilen ikizkenar üçgenin açılarını ve kenarlarını büyüklüklerine göre sıralayalım:

ABC ikizkenar üçgeninin açılarını büyüklüklerine göre $m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$ biçiminde sıralarız. Bir üçgende en büyük açının karşısında en büyük kenar olduğundan, bu üçgenin kenarlarını $a > b = c$ biçiminde sıralarız.



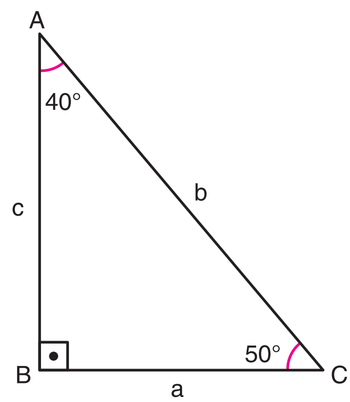

**4.** Yandaki ABC dik üçgeninin açılarının ve kenarlarının ölçüleri arasındaki ilişkiyi inceleyelim:

ABC dik üçgeninin iç açılarını ölçülerine göre büyükten küçüğe doğru sıralayalım:

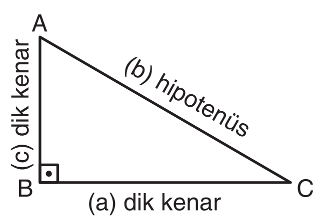
$m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) > m(\widehat{A})$ ve

90° > 50° > 40° olur. Bu sıralamaya göre üçgenin kenarlarının uzunluklarını büyükten küçüğe doğru, $b > c > a$ biçiminde sıralarız.

ABC dik üçgeninde en büyük açı dik açı olan $\widehat{B}$'dır. Dik açı karşısındaki kenar da (b) en uzun kenardır. Bu üçgenin dik kenarları [BC] ve [AB]'dır.

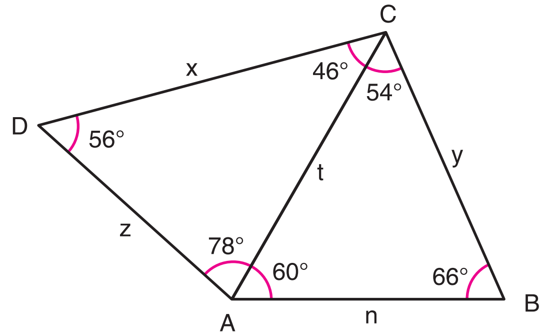



Bir dik üçgende dik açının karşısındaki kenara **hipotenüs** denir. Hipotenüs, dik kenarların her birinden büyüktür.




ABC dik üçgeninde; |AC| = b = hipotenüs ve |AC| > |BC| > |AB|'dur.

**5.** Yanda verilen dörtgenin, açılarının ölçülerinden yararlanarak en uzun kenarının hangisi olduğunu bulalım:

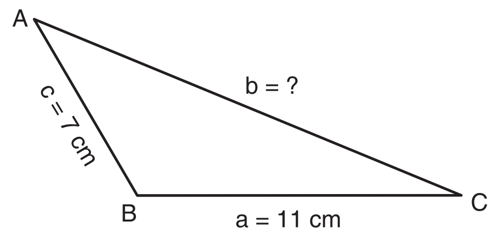



ABC üçgeninde $m(\widehat{B}) > m(\widehat{CAB}) > m(\widehat{ACB})$ olduğundan t > y > n'dir.

ACD üçgeninde $m(\widehat{CAD}) > m(\widehat{D}) > m(\widehat{DCA})$ olduğundan x > t > z'dir. Buradan şekildeki kenarları,

x > t > y > n > z biçiminde sıralarız. Öyleyse dörtgenin en uzun kenarı x([DC]) kenarıdır.

**6.** Yandaki ABC üçgeninde b kenarının uzunluğu bir tam sayıdır. Verilenlere göre b kenarının uzunluğunun alabileceği değerleri bulalım:



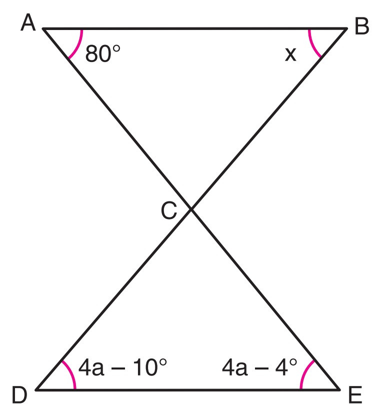

b kenarının uzunluğu a + c > b ve |a – c| < b olmalıdır. Buradan,

$a + c > b$ ve $|a - c| < b$

$11 + 7 > b$ $|11 - 7| < b$

$18 > b$ $4 < b$ olmalıdır. Öyleyse b kenarının uzunluğu $4 < b < 18$ olur. b kenarının alabileceği değerler 4 cm'den büyük ve 18 cm'den küçük olmalıdır. Bu değerler 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 ve 17 santimetreden herhangi birisi olabilir.

**7.** Yandaki şekilde [AB] // [DE]'dır. Verilenlere göre $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{CDE}$'nin en uzun kenarlarını bulalım:




En uzun kenarları bulmak için bu üçgenlerin iç açılarının ölçülerini bulmamız gerekir.

$\widehat{CAB}$ ile $\widehat{CED}$ iç ters açılar olduğundan ölçüleri birbirine eşittir.

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{E}) = 80°$ dir.

$4a - 4° = 80°$ ve $4a = 80° + 4°$

$a = 21°$ bulunur.

Buna göre $m(\widehat{D}) = 4a - 10°$

$= 4 \,.\, 21° - 10°$

$= 74°$ dir.

Öyleyse $m(\widehat{D}) = m(\widehat{B}) = 74°$ dir. (İç ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.)

$\widehat{CDE}$'ninde $m(\widehat{DCE}) = 180° - [m(\widehat{D}) + m(\widehat{E})]$

$= 180° - [74° + 80°]$

$= 26°$ dir.

$m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{ACB}) = 26°$ dir. (Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.)

$\widehat{ABC}$ ile $\widehat{CDE}$ üçgenlerinin iç açılarının ölçüleri 80°, 74°, 26° dir. Buradan 80°lik açıların karşılarında olan BC ve DC kenarlarının bu üçgenlerin en uzun kenarları olduğunu anlarız.