

3. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Aşağıdaki orantılarda bilinmeyenlerin değerlerini altta verilen doğru cevapları ile eşleştiriniz.

a. $\frac{4}{5} = \frac{8}{x}$

b. $\frac{x}{3} = \frac{12}{15}$

c. $\frac{30}{42} = \frac{x}{7}$

ç. $\frac{18}{x} = \frac{27}{6}$

I. $x = 5$

II. $x = 10$

III. $x = 4$

IV. $x = \frac{12}{5}$

2. $(x + 2)$ ile $(y - 1)$ doğru orantılıdır. $x = 6$ iken $y = 3$ ise $x = 10$ iken y 'nin değeri kaçtır?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

3. Bir ağaç dikildiğinde boyu 40 cm'dir. Bu ağacın boyu her yıl 6 cm uzamaktadır. Buna göre ağacın 11 yıl sonunda boyu kaç cm'dir?

A) 84

B) 98

C) 102

D) 106

4. Bir fabrikada 15 günde aynı marka aynı model 4 araba üretilebiliyorsa 60 araba üretimi için kaç gün geçmesi gerekir?

A) 210

B) 225

C) 240

D) 255

5. Eşit miktarda su akıtan musluklardan 3 tanesi aynı anda açıldığında bir küvet 21 dakikada dolmaktadır. Musluklardan biri aynı küveti tek başına kaç dakikada doldurur?

A) 7

B) 21

C) 24

D) 63

6. A, B ve C maddelerinden oluşan 1360 gramlık karışımda maddelerin birbirlerine oranları $\frac{A}{B} = \frac{3}{4}$ ve $\frac{B}{C} = \frac{2}{5}$ olarak veriliyor. Buna göre karışımda A maddesi kaç gramdır?

A) 360

B) 320

C) 240

D) 180

7. İki kardeşin yaşları oranı $\frac{2}{5}$ 'tir. Kardeşlerin yaşları toplamı 35 olduğuna göre küçük kardeş kaç yaşındadır?

A) 10

B) 12

C) 15

D) 20

8. Bir halıyı aynı güçteki 8 işçi 7 günde dokuduğuna göre aynı güçteki 7 işçi aynı halıyı kaç günde dokur?

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

9. 700 TL'ye alınan bir mal %25 zararla kaç TL'ye satılır?

A) 625

B) 600

C) 525

D) 425

10. %20 kârla satılırken satış fiyatı üzerinden %20 indirim yapılan bir kitabın satışından yüzde kaç zarar edilir?

A) 4

B) 8

C) 10

D) 12

11. Bir sayıyı 0,88 ile çarpmak bu sayıyı yüzde kaç azaltmaktadır?
A) 15 B) 12 C) 9 D) 7
12. Bir mal, %20 zararla satılırken satış fiyatı 3200 TL arttırılınca %20 kârla satılmış oluyor. Buna göre, malın alış fiyatı kaç TL'dir?
A) 6400 B) 7200 C) 8000 D) 9000
13. %30 kârla 1300 TL'ye satılan dizüstü bilgisayarın maliyeti kaç TL'dir?
A) 700 B) 1000 C) 1170 D) 1690
14. Fiyatı 90 TL olan gömlek 54 TL'ye satılırsa yapılan indirim yüzde kaç olur?
A) 40 B) 45 C) 48 D) 54
15. %20 zararla satılan bir tişörtün satış fiyatına yüzde kaç zam yapılırsa ilk alış fiyatından %20 kâr edilir?
A) 20 B) 32 C) 40 D) 50
16. Maliyeti 22 TL olan bir pantolon, 33 TL'ye satılırsa, bu satıştan % kaç kâr edilir?
A) 12 B) 22 C) 33 D) 50
17. Bir miktar para yıllık %40 faiz oranı üzerinden 1 yıllığına bankaya yatırılmıştır. Yıl sonunda 240 TL faiz alındığına göre yatırılan para kaç TL'dir?
A) 360 B) 480 C) 600 D) 720
18. Bir miktar para yıllık %20 faiz oranı ile 2 yıllığına bankaya yatırılmıştır. Yatırılan para bankadan 2 yıl sonunda 2800 TL olarak çekildiğine göre yatırılan para kaç TL'dir?
A) 1400 B) 1800 C) 2000 D) 2200
19. Bankaya yatırılan bir miktar para, 8 ay sonunda beşte biri kadar faiz getiriyor. Buna göre bankanın uyguladığı yıllık faiz oranı yüzde kaçtır?
A) 30 B) 24 C) 20 D) 18
20. Gerçekte 12 km olan bir uzunluk $\frac{1}{4000}$ oranında küçültülerek çizilen plan üzerinde kaç cm'dir?
A) 250 B) 300 C) 350 D) 400

4.Ünite

DOĞRULAR VE AÇILAR

Bir Açıya Eş Bir Açı Çizme

Bir Açının Açıortayı

İki Paralel Doğruyla Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar

ÇEMBER VE DAİRE

Çemberde Merkez Açısı

Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu

Dairenin ve Daire Diliminin Alanı

ARAŞTIRMA SORULARI ÜRETME, VERİ TOPLAMA, DÜZENLEME, DEĞERLENDİRME VE YORUMLAMA

Bir Veri Grubuna Ait Daire Grafiği

Verilere İlişkin Çizgi Grafiği

Bir Veri Grubuna Ait Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer

Verilerin Uygunluğuna Göre Grafik Çeşitleri

DOĞRULAR VE AÇILAR

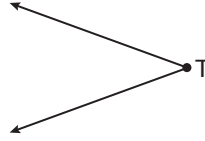
Bir Açıya Eş Bir Açı Çizme



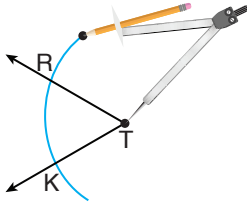
Açı ölçüleri eşit olan açılara; **eş açılar** denir. $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$ ise $\widehat{A} \cong \widehat{B}$ şeklinde gösterilir. Burada \cong eşlik sembolüdür ve A açısı B açısına eştir diye okunur.

1. ÖRNEK

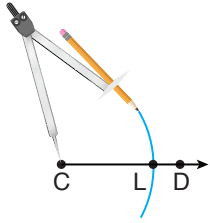
Yandaki T açısına eş bir açı çizelim.



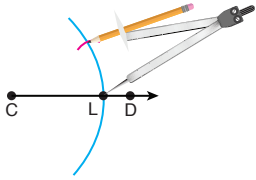
ÇÖZÜM



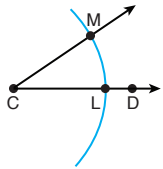
Pergelin ucunu T noktasına yerleştirelim ve T açısının kenarlarını kesen bir yay çizelim. Kesim noktalarını R ve K harfleriyle isimlendirelim.



Bir CD ışını çizelim. Pergelin açıklığı aynı kalacak şekilde ucunu C noktasına koyarak CD ışını kesen bir yay çizelim. CD ışını ile yayın kesim noktasını L harfi ile isimlendirelim.



Pergeli RK uzunluğu kadar açalım. Açıklığı koruyarak pergelin ucunu L noktasına koyalım. CD ışınında çizdiğimiz yayı kesen yeni bir yay çizelim ve bu iki yayın kesim noktasını M ile isimlendirelim.

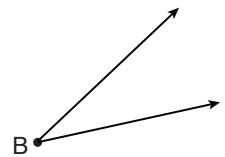


CM ışını çizelim ve açığı oluşturalım.

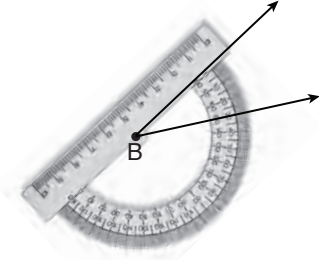
T açısı ile C açısı eş açılardır.

2. ÖRNEK

Yanda verilen B açısını açıölçer yardımıyla ölçelim ve bu açıya eş bir açı çizelim.

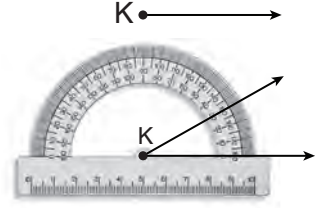


ÇÖZÜM

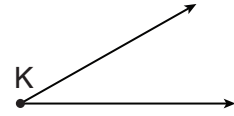


Açıölçeri açının kenarlarından birinin üzerine, açıölçerin orta noktasını açının köşesine gelecek biçimde yerleştirerek B açısının ölçüsünü belirleyelim.

Buna göre $m(\widehat{B}) = 30^\circ$ dir.



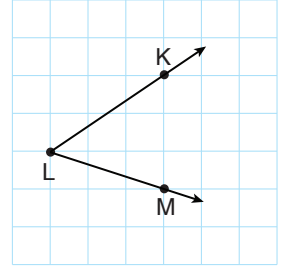
Kalemimizle bir nokta belirleyelim. Bu noktayı K ile isimlendirelim. Başlangıç noktası bu nokta olan bir ışın çizelim. Açıölçerin ortasındaki işaretli yere K noktasının üzerine yandaki gibi yerleştirip ok yönünde 30° lik açığa karşılık gelen noktayı işaretleyelim. İşaretlediğimiz noktayı K noktası ile birleştirip B açısına eş bir açı oluşturalım.



K açısı ile B açısının ölçüleri birbirine eşit olduğundan, eş açılardır.

3. ÖRNEK

Yandaki kareli kâğıtta verilen \widehat{KLM} 'na eş bir açı çizelim.

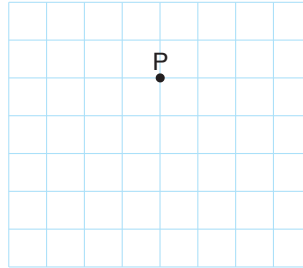


ÇÖZÜM

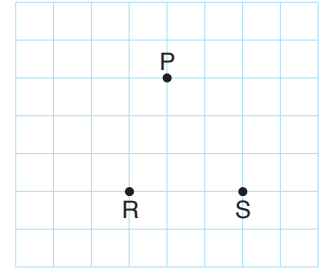
\widehat{KLM} 'nin köşesi olan L noktasının 3 birim sağının 2 birim yukarısında K noktası, 3 birim sağının 1 birim aşağısında M noktası yer almaktadır.

Kareli kâğıtta bir P noktası belirleyelim (1. Şekil).

P noktasının 3 birim aşağısının 2 birim sağında bir S noktası, 3 birim aşağısının 1 birim solunda bir R noktası belirleyelim (2. Şekil).

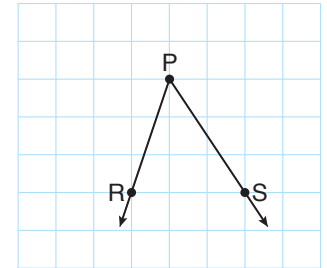


1. şekil



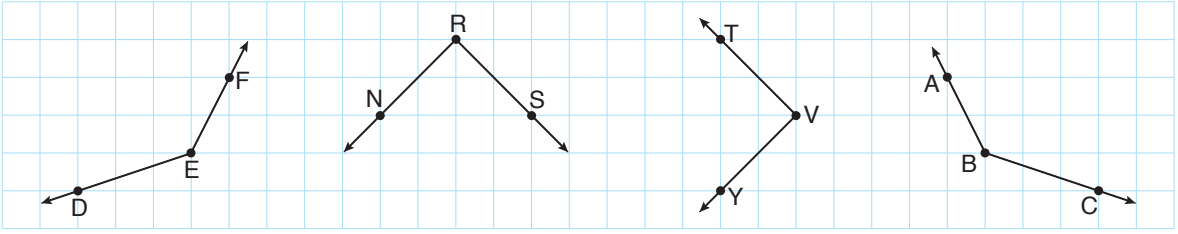
2. şekil

PS ve PR ışınlarını çizdiğimizde, oluşan RPS açısının ölçüsü, KLM açısının ölçüsüne eşit olur. Bu durumda $m(\widehat{KLM}) = m(\widehat{RPS})$ olduğundan KLM açısı ile RSP açısı eş açılardır.



4. ÖRNEK

Aşağıdaki kareli kâğıda çizilen açılardan eş olanları belirleyelim.



ÇÖZÜM

\widehat{DEF} 'nda F noktası, E noktasının 1 birim sağına 2 birim yukarısında; D noktası, E noktasının 1 birim aşağısının 3 birim solundadır.

\widehat{ABC} 'nda A noktası B noktasının 1 birim solunun 2 birim yukarısında; C noktası, B noktasının 1 birim aşağısının 3 birim sağındadır.

O hâlde \widehat{DEF} ve \widehat{ABC} 'nin ölçüleri birbirine eşittir. Yani bu açılar eştir.

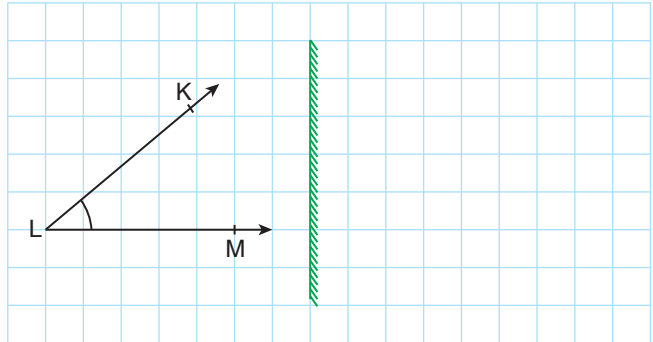
\widehat{NRS} 'nda $[RN]$ ve $[RS]$ kareli kâğıttaki karelerin köşegenleri üzerindedir.

\widehat{TVY} 'nda $[VT]$ ve $[VY]$ kareli kâğıttaki karelerin köşegenleri üzerindedir.

O hâlde \widehat{NRS} ve \widehat{TVY} 'nin ölçüleri birbirine eşittir. Yani bu açılar eştir.

5. ÖRNEK

Yanda verilen 40° lik KLM açısına eş bir açıyı ayna kullanarak elde edelim.

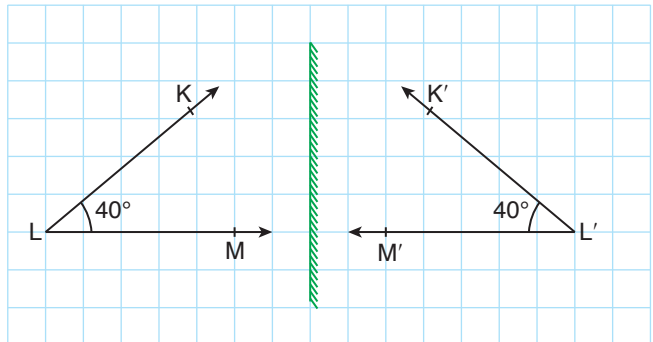


ÇÖZÜM

Bir cismin aynadaki görüntüsü kendisiyle aynı büyüklükte ve ters yöndedir.

Buradan $m(\widehat{KLM}) = m(\widehat{K'L'M'})$ olup

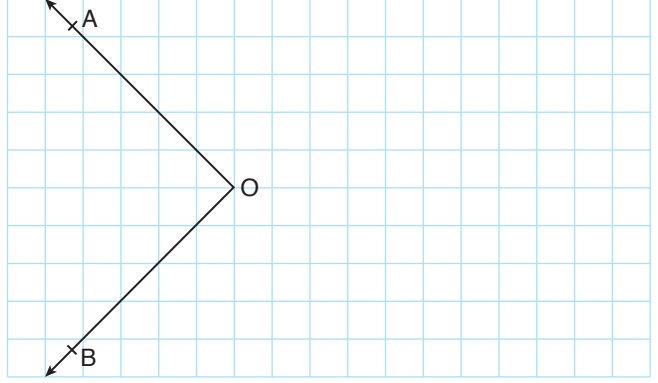
$$KLM \cong K'L'M'$$



ALİŞTIRMALAR

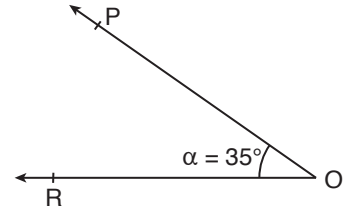
1. Yandaki kareli kâğıda AOB açısı çizilmiştir.

AOB açısına eş bir açı çiziniz.



2. $\alpha = 35^\circ$ lik POR açısına eşit bir KOM açısını,

- Pergel yardımıyla,
- Açıölçer yardımıyla çiziniz.



3. $\alpha = 40^\circ$ lik açiya eşit bir açiyı,

- Pergel yardımıyla,
- Açıölçer yardımıyla çiziniz.

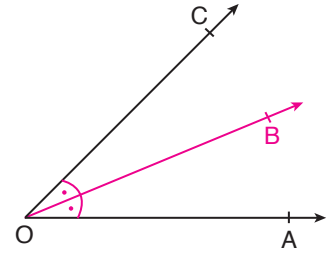
Bir Açının Açıortayı



Bir açiyı iki eş parçaya ayıran ışına bu açının, **açıortayı** denir.

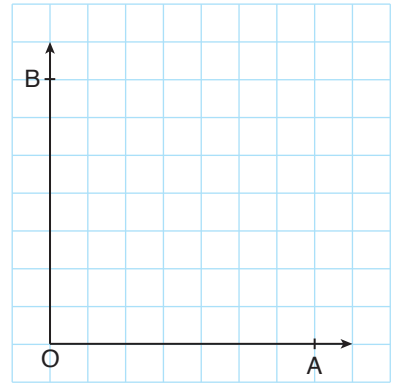
AOC açısının açıortayı [OB'dir.

$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC})$ ise, $\widehat{AOB} \cong \widehat{BOC}$ olur.



1. ÖRNEK

Yanda kareli kâğıtta verilen açının açıortayını çizelim.

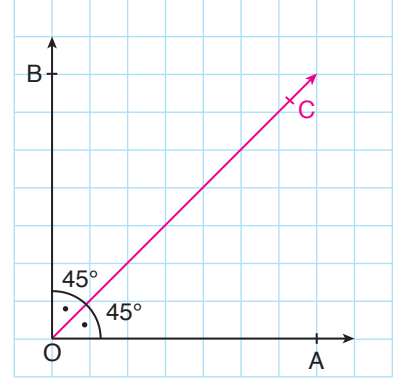


ÇÖZÜM

Kareli kâğıtta görüldüğü gibi,

$$m(\widehat{AOB}) = 90^\circ \text{ dir.}$$

O noktasındaki karelerin köşegenlerini birleştirdiğimizde, [OC, bu açının açıortayı olur.

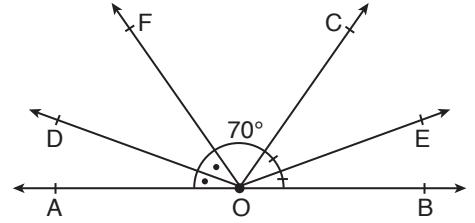


2. ÖRNEK

Yandaki şekilde A, O, B doğrusal noktaldır.

[OD ve [OE, sırasıyla \widehat{AOF} ile \widehat{COB} açılarının açıortaylarıdır.

Buna göre $m(\widehat{EOD})$ 'nin kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

[OD ve [OE açıortaylardır.

$$m(\widehat{AOD}) = m(\widehat{DOF}) = a,$$

$$m(\widehat{BOE}) = m(\widehat{EOC}) = b \text{ olsun.}$$

A, O, B doğrusal olduğundan,

$$a + a + 70^\circ + b + b = 180^\circ \text{ dir.}$$

$$2a + 2b = 180^\circ - 70^\circ$$

$$2a + 2b = 110^\circ$$

$$\frac{2a}{2} + \frac{2b}{2} = \frac{110}{2} \text{ (Eşitliğin her iki tarafını 2 ile bölelim.)}$$

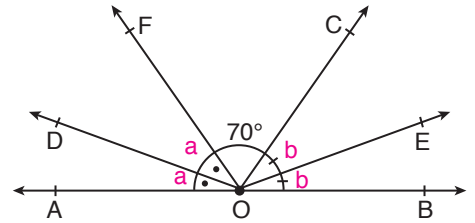
$$a + b = 55^\circ \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{EOD}) = a + 70^\circ + b$$

$$= a + b + 70^\circ$$

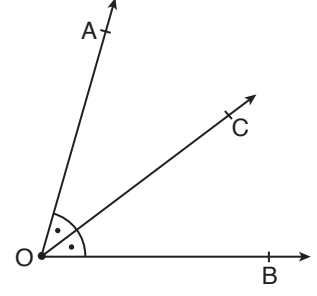
$$= 55^\circ + 70^\circ$$

$$m(\widehat{EOD}) = 125^\circ \text{ bulunur.}$$



3. ÖRNEK

Yandaki şekilde, [OC açıortay ve $m(\widehat{BOA}) = 74^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{COA})$ kaç derecedir? Bulalım.



ÇÖZÜM

[OC açıortay ve $m(\widehat{BOA}) = 74^\circ$ olduğundan,

$$m(\widehat{COA}) = \frac{m(\widehat{BOA})}{2}$$

$$m(\widehat{COA}) = \frac{74^\circ}{2}$$

$$m(\widehat{COA}) = 37^\circ \text{ bulunur.}$$

4. ÖRNEK

Bilgisiyarda "GeoGebra" programını kullanarak bir açının açıortayını çizelim.

ÇÖZÜM

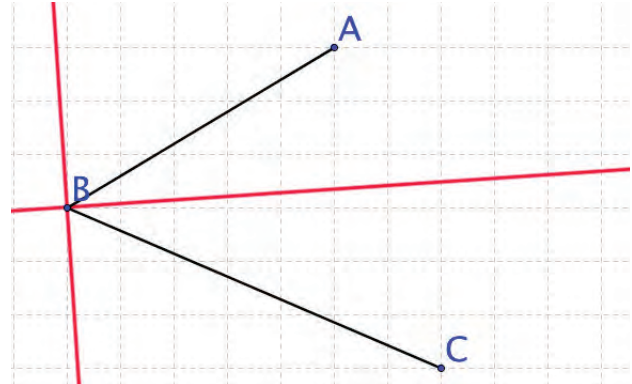
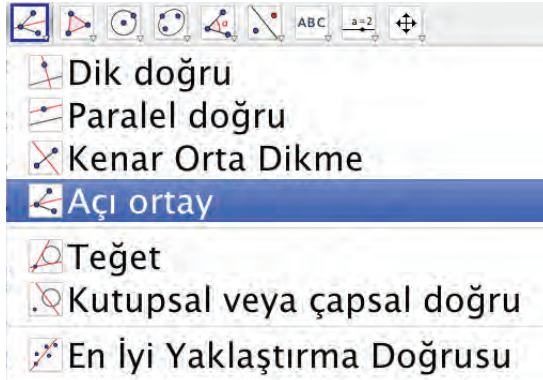
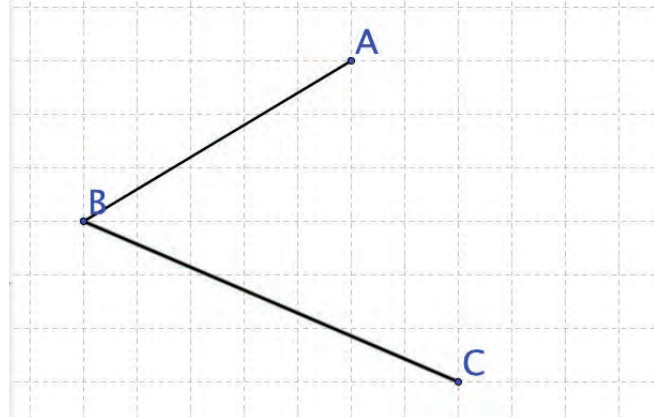
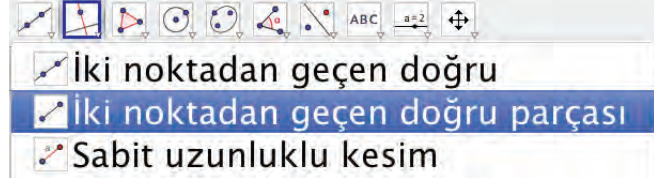
GeoGebra programını çalıştırıp yandaki gibi **İki noktadan geçen doğru parçası** menüsünü seçelim.

Kareli zeminde A ve B noktalarını işaretleyerek bir doğru parçası çizelim.

Tekrar **İki noktadan geçen doğru parçası** menüsünü seçelim.

Kareli zeminde B noktası ortak olacak şekilde B ve C noktalarını seçerek bir doğru parçası daha çizelim.

Aşağıdaki menüden **Açıortay** seçeneğini seçerek çizilen açının kollarını seçtiğimizde aşağıdaki gibi açının açıortayı çizilmiş olur.



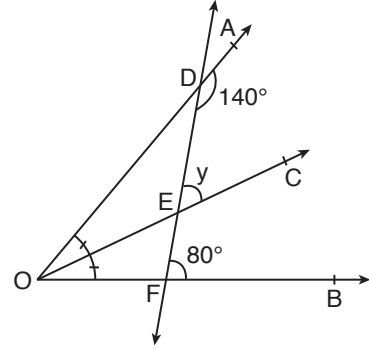
ALİŞTIRMALAR

1. 58° lik bir açı çizerek bu açının açıortayını çiziniz.

2. Yandaki şekilde $m(\widehat{ADE}) = 140^\circ$,

$m(\widehat{BFE}) = 80^\circ$, [OC açıortay olduğuna göre

$m(\widehat{DEC}) = y$ kaç derecedir?



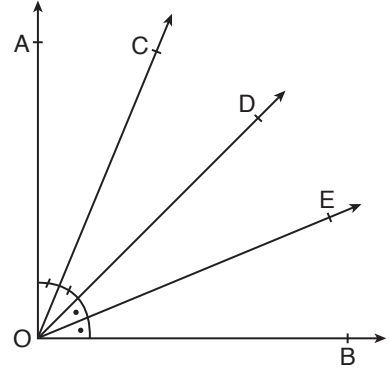
3. [OA \perp [OB,

$m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{COD})$,

$m(\widehat{DOE}) = m(\widehat{EOB})$,

$m(\widehat{AOB}) = 90^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{COE})$ kaç derecedir?

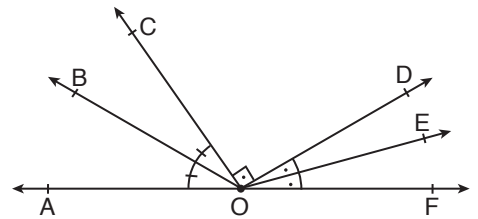


4. Yandaki şekilde, A, O, F doğrusal noktalar,

$m(\widehat{EOF}) = m(\widehat{EOD})$,

$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC})$ ve $m(\widehat{COD}) = 90^\circ$

ise $m(\widehat{BOE})$ kaç derecedir?

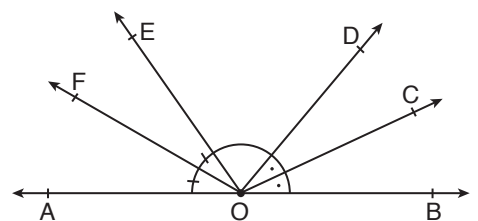


5. Yandaki şekilde, [OC \perp [OE,

$m(\widehat{BOC}) = m(\widehat{COD})$,

$m(\widehat{EOF}) = m(\widehat{FOA})$,

$m(\widehat{COF}) = 120^\circ$ ise $m(\widehat{DOE})$ kaç derecedir?



İki Paralel Doğruyla Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar

Aynı Düzlemde Üç Doğru

Günümüzde binalar deprem gerçeği gözetilerek inşa edilmektedir. Binalardaki düşey ve yatay yük taşıyan kolonlar kaliteli malzeme ile belirtilen ölçülere uygun yapılmalıdır.

Resimdeki kırmızı çizgi ile belirtilen doğruların birbirlerine göre durumlarını inceleyiniz.

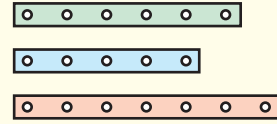


ETKİNLİK

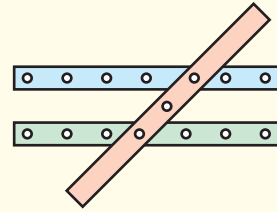
Araç ve Gereçler: geometri şeritleri ve pimler.

- ▶ Geometri şeritlerinden üçünü alıp masanın üzerine hiçbir noktaları birbirini kesmeyecek şekilde koyunuz (1. şekil).
- ▶ Geometri şeritlerinin oluşturduğu doğru modellerinin birbirine göre durumunu açıklayınız.
- ▶ Geometri şeritlerinden ikisini birbirine paralel tutup üçüncü şeridi bu iki şeridin her birine birer pim yardımıyla tutturunuz (2. şekil).
- ▶ Geometri şeritlerinin oluşturduğu doğru modellerinin birbirine göre durumunu açıklayınız.
- ▶ Üç geometri şeridini, pimler yardımıyla ikişer ikişer birleştiriniz (3. şekil).
- ▶ Oluşan şeklin adını açıklayınız.

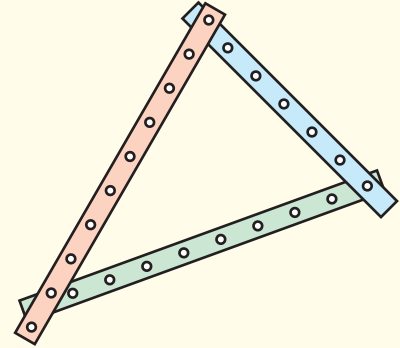
- ▶ Üç geometri şeridini bir noktada pim kullanarak birleştiriniz (4. şekil).
- ▶ Elde ettiğiniz 4 şekilden faydalanarak aynı düzlemde üç doğrunun hangi durumlarda bulunabileceğini açıklayınız.



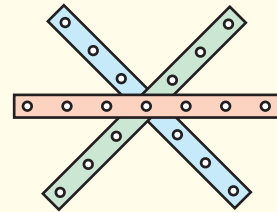
1. şekil



2. şekil



3. şekil



4. şekil

1. ÖRNEK

Aynı düzlemde bulunan iki doğrunun birbirine göre durumlarını modelleyen örnekler verelim.

ÇÖZÜM

1. Doğrular birbirlerini hiç kesmeyebilir. Böyle doğrular, paralel doğrulardır.

Aralarındaki mesafe eşit olan elektrik kabloları paralel doğru modelidir.



2. İki doğru birbirine paralel olup üçüncü doğru bu iki doğruyu kesebilir.

Yandaki çit görseli iki paralel ve bir kesen doğru modelidir.



Paralel iki doğrunun her birini farklı birer noktada kesen üçüncü bir doğruya; **bu iki doğrunun keseni** denir.

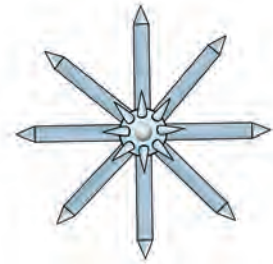
3. Üç doğru, birbirini ikişer ikişer kesebilir.

Yandaki trafik uyarı işareti, ikişer ikişer kesişen doğru modelidir.



4. İki ve ikiden fazla doğru, bir tek noktada kesişebilir.

Yandaki pervane görseli aynı noktada kesişen doğru modeli görselidir.



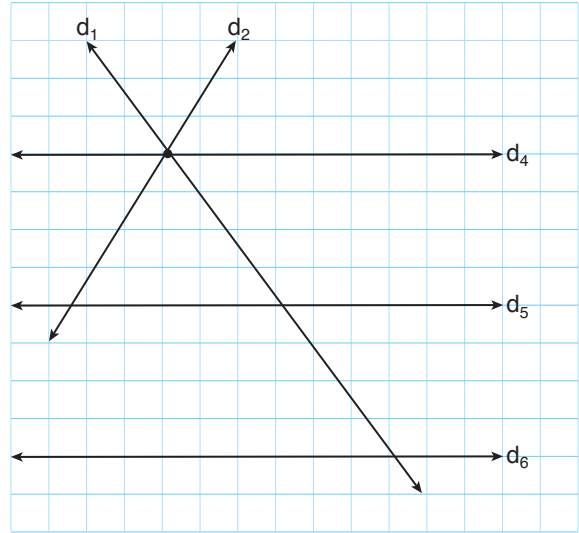
Aynı noktadan geçen doğrulara **noktadaş doğrular** denir.

2. ÖRNEK

Yandaki şekilde verilen doğruların birbirlerine göre durumlarını belirtelim.

ÇÖZÜM

1. d_1 , d_2 ve d_4 doğruları noktadaş doğrulardır.
2. d_4 , d_5 ve d_6 doğruları paralel doğrulardır.
3. d_1 , d_2 ve d_5 doğruları ikişer ikişer kesişen doğrulardır.
4. d_1 ve d_6 kesişen doğrulardır.



$d_1 // d_2$	YÖNDEŞ AÇILAR	TERS AÇILAR	İÇ AÇILAR	DIŞ AÇILAR	BÜTÜNLER AÇILAR
	x ile a y ile b z ile c t ile d	x ile z y ile t a ile c b ile d	z t b a	x y c d	x ile y y ile z z ile t t ile x a ile b b ile c c ile d d ile a
	İÇ TERS AÇILAR		DIŞ TERS AÇILAR		
	a ile z b ile t		x ile c y ile d		

Paralel iki doğru üçüncü bir doğru ile kesildiğinde meydana gelen açılarda; yöndeş açılarının ölçüleri, iç ters açılarının ölçüleri, dış ters açılarının ölçüleri, ters açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

Tabloya göre $a + t = 180^\circ$ ve $b + z = 180^\circ$ dir.

3. ÖRNEK

Şekildeki tabelada dikdörtgenin köşegeninin oluşturduğu iç ters açılarını inceleyelim.

ÇÖZÜM

1 ve 3 ile 2 ve 4 numaralı açılar iç ters açılardır. Dikdörtgende karşılıklı kenarlar birbirlerine paralel olduğundan köşegenin oluşturduğu 1 ile 3, 2 ile 4 numaralı açılarının ölçüleri eşittir.



4. ÖRNEK

Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2$, $m(\widehat{ABD}) = 50^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{FDE}) = x$ kaç derecedir?

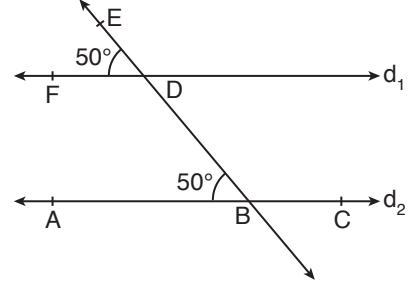
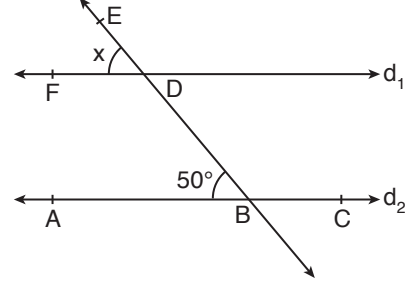
ÇÖZÜM

$d_1 \parallel d_2$ olduğundan,

\widehat{ABD} ile \widehat{FDE} açılarının ölçüleri eşittir. (Yöndeş açılar)

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{FDE}) = 50^\circ$$

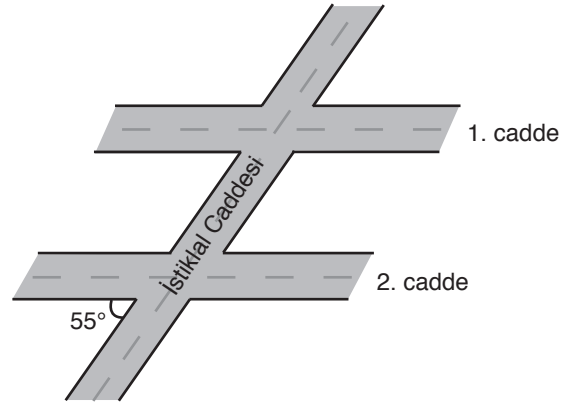
$$x = 50^\circ \text{ bulunur.}$$



5. ÖRNEK

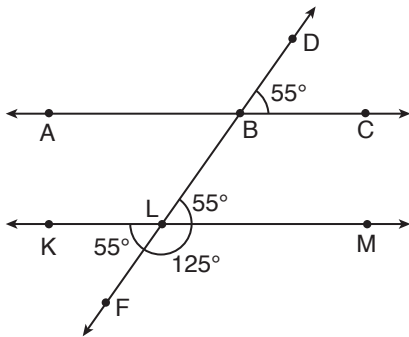
Yandaki görselde birbirine paralel iki cadde ve bu iki caddeyi kesen İstiklal Caddesi verilmiştir.

Şekildeki gibi İstiklal Caddesi ile 2. cadde arasındaki dar açının ölçüsü 55° dir. Yandaki şekilde diğer açılarının ölçülerini bulalım.



ÇÖZÜM

Verilen caddeleri doğrularla modelleyelim.



\widehat{KLF} ile \widehat{FLM} bütünler açılar olduğundan,
 $m(\widehat{FLM}) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ olur.

\widehat{KLF} ile \widehat{DLM} ters açılar olduğundan,
 $m(\widehat{KLF}) = m(\widehat{DLM}) = 55^\circ$ olur.

\widehat{KLF} ile \widehat{DBC} dış ters açılar olduğundan,
 $m(\widehat{KLF}) = m(\widehat{DBC}) = 55^\circ$ bulunur.

6. ÖRNEK

Yandaki şekilde $m(\widehat{CBD}) = 130^\circ$, $m(\widehat{EFB}) = 50^\circ$ olduğuna göre d_1 ve d_2 doğrularının paralel olup olmadığını gösterelim.

ÇÖZÜM

$$m(\widehat{ABD}) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{FBC}) = 50^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

$$m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{ABF}) = 130^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

$$m(\widehat{GFB}) = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$m(\widehat{EFB}) = m(\widehat{HFG}) = 50^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

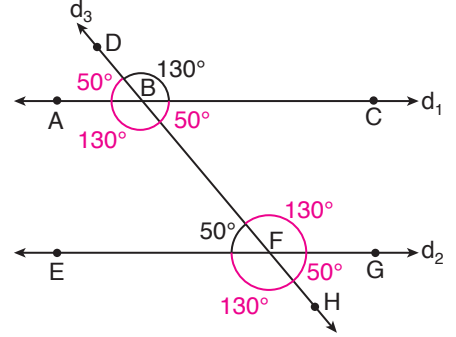
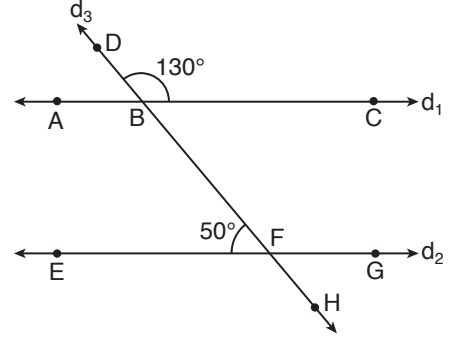
$$m(\widehat{EFH}) = m(\widehat{GFB}) = 130^\circ \text{ (Ters açılar)}$$

şekilde görüldüğü gibi,

$$\left. \begin{array}{l} m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{BFG}) = 130^\circ \\ m(\widehat{CBF}) = m(\widehat{BFE}) = 50^\circ \end{array} \right\} \text{İç ters açılar}$$

$$\left. \begin{array}{l} m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{BFG}) = 130^\circ \\ m(\widehat{DBA}) = m(\widehat{BFE}) = 50^\circ \end{array} \right\} \text{Yöndeş açılar}$$

olduğundan d_1 ve d_2 doğruları birbirine paralel ve d_3 doğrusu da bu paralel doğruların kesenidir.



7. ÖRNEK

Yandaki şekilde $EC \parallel AB$, $m(\widehat{ABC}) = x + 35^\circ$, $m(\widehat{ECD}) = 125^\circ$ olduğuna göre x 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

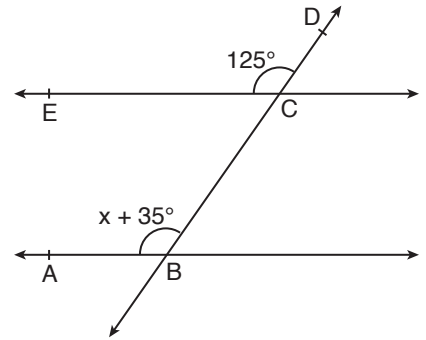
$EC \parallel AB$ ve BD kesen olduğundan, \widehat{ECD} ve \widehat{ABC} yöndeş açıdır ve yöndeş açılardan ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ECD})$$

$$x + 35^\circ = 125^\circ$$

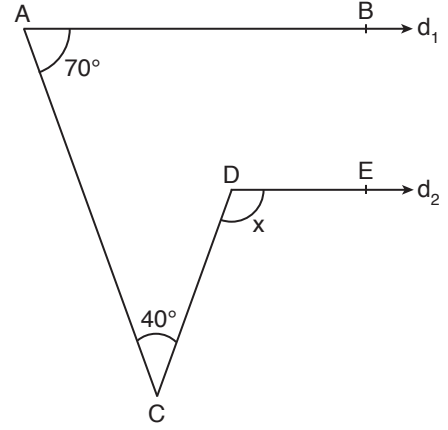
$$x = 125 - 35^\circ$$

$$x = 90^\circ \text{ bulunur.}$$



8. ÖRNEK

Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2$, $m(\widehat{ACD}) = 40^\circ$ ve $m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{CDE}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

d_1 ve d_2 doğrularını uzatalım ve iki paralel doğru ile bunları kesen bir doğru elde edelim. d_2 doğrusunu uzattığımızda, $[AC]$ 'ni kestiği nokta K olsun.

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DKC}) = 70^\circ$ dir. (Yöndeş açılar)

KDC üçgeninde iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{DKC}) + m(\widehat{KCD}) + m(\widehat{KDC}) = 180^\circ$$

$$70^\circ + 40^\circ + m(\widehat{KDC}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{KDC}) = 180^\circ - 110^\circ$$

$$m(\widehat{KDC}) = 70^\circ$$

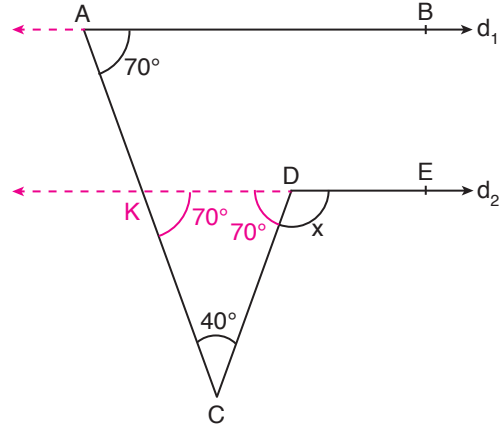
\widehat{KDC} ile \widehat{EDC} bütünler açılar olduğundan,

$$m(\widehat{KDC}) + m(\widehat{EDC}) = 180^\circ$$

$$70^\circ + x = 180^\circ$$

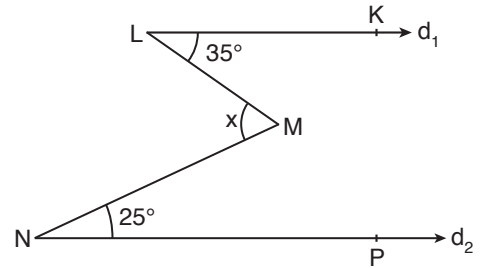
$$x = 180^\circ - 70^\circ$$

$$x = 110^\circ \text{ bulunur.}$$



9. ÖRNEK

Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2$, $m(\widehat{KLM}) = 35^\circ$ ve $m(\widehat{MNP}) = 25^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{LMN}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

M noktasından geçen d_1 ve d_2 doğrularına paralel bir d_3 doğrusu çizelim. d_1 doğrusunu uzatalım.

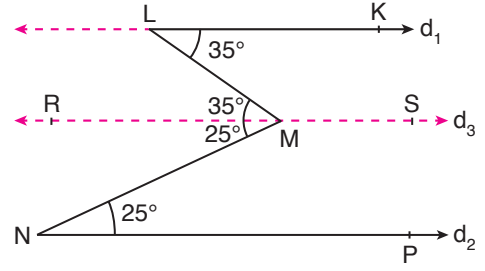
\widehat{RMN} ile \widehat{PNM} ve \widehat{KLM} ile \widehat{RML} iç ters açılarıdır.

$m(\widehat{RMN}) = m(\widehat{PNM}) = 25^\circ$ ve $m(\widehat{KLM}) = m(\widehat{RML}) = 35^\circ$ olduğundan,

$$m(\widehat{LMN}) = x = m(\widehat{RML}) + m(\widehat{RMN})$$

$$x = 35^\circ + 25^\circ$$

$$x = 60^\circ \text{ bulunur.}$$



10. ÖRNEK

Yandaki şekilde $DC \parallel AB$, $m(\widehat{ACD}) = 55^\circ$ ve $m(\widehat{BAC}) = 2x + 5^\circ$ olduğuna göre x 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

$DC \parallel AB$ ve AC kesen olmak üzere,

\widehat{DCA} ve \widehat{CAB} açıları iç ters açılarıdır ve iç ters açıların ölçüleri eşit olduğundan,

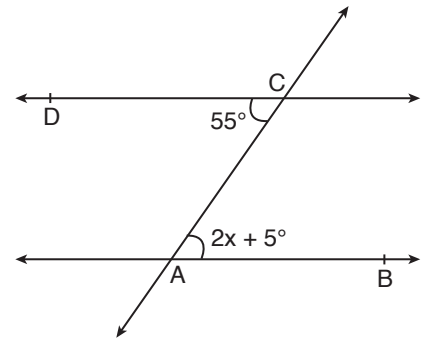
$$m(\widehat{CAB}) = m(\widehat{DCA})$$

$$2x + 5^\circ = 55^\circ$$

$$2x = 55^\circ - 5^\circ$$

$$2x = 50^\circ$$

$$x = 25^\circ \text{ bulunur.}$$



11. ÖRNEK

Yandaki şekilde $DC \parallel AB$, $m(\widehat{ECD}) = 3x + 20^\circ$ ve $m(\widehat{ABF}) = x + 40^\circ$ olduğuna göre x 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

$CD \parallel AB$ ve EF kesen olmak üzere,

\widehat{ECD} ile \widehat{ABF} dış ters açılarıdır ve dış ters açıların ölçüleri eşit olduğundan,

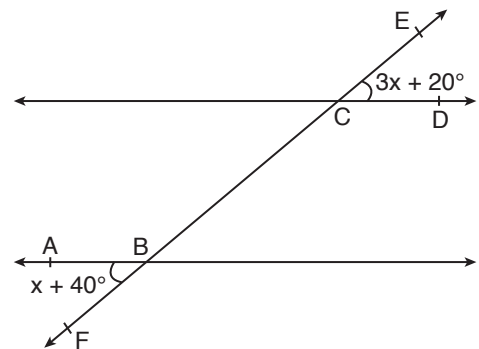
$$m(\widehat{ECD}) = m(\widehat{ABF})$$

$$3x + 20^\circ = x + 40^\circ$$

$$3x - x = 40^\circ - 20^\circ$$

$$2x = 20^\circ$$

$$x = 10^\circ \text{ bulunur.}$$



12. ÖRNEK

Yandaki şekilde $DE \parallel AB$, $m(\widehat{DCB}) = 5x$ ve $m(\widehat{ABC}) = 13x$ ise x 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

I. Yol

$DE \parallel AB$ ve $[BC]$ kesen olmak üzere

$m(\widehat{DCB}) = 5x$ ise $m(\widehat{BCE}) = 180^\circ - 5x$ olur.

\widehat{ABC} ile \widehat{BCE} iç ters açılar olduğundan ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCE})$$

$$13x = 180^\circ - 5x$$

$$13x + 5x = 180^\circ$$

$$18x = 180^\circ$$

$$x = 10^\circ \text{ olur.}$$

II. Yol

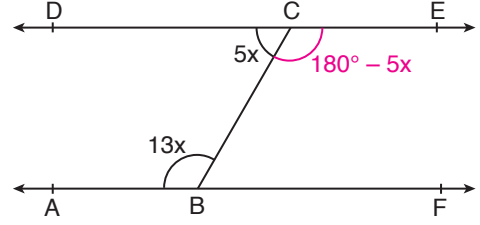
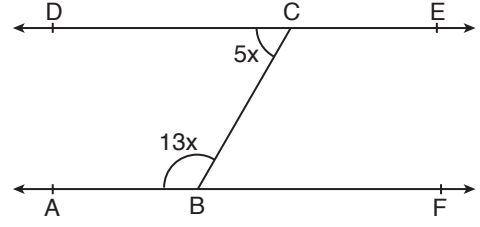
\widehat{DCB} ile \widehat{ABC} karşı durumlu açılar olduğundan, açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{DCB}) + m(\widehat{ABC}) = 180^\circ$$

$$5x + 13x = 180^\circ$$

$$18x = 180^\circ$$

$$x = 10^\circ \text{ olur.}$$



13. ÖRNEK

Yandaki şekilde $[AB \parallel [EF \parallel CD$, $[AE]$ açkırtay,

$m(\widehat{CDA}) = 100^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{AEF})$ kaç derecedir? Bulalım.

ÇÖZÜM

$[AB \parallel [CD$ olduğundan

\widehat{CDA} ile \widehat{DAB} iç ters açılardır.

$$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{CDA}) = 100^\circ \text{ dir.}$$

$[AE]$ açkırtay olduğundan,

$$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAB}) = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ \text{ dir.}$$

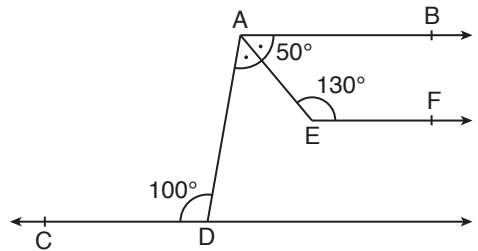
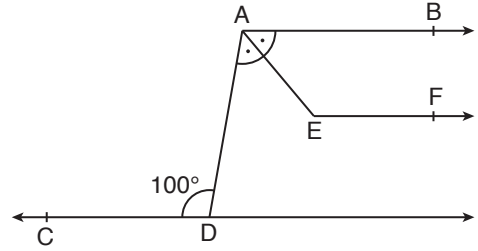
$[AB \parallel [EF$ olduğundan \widehat{AEF} ile \widehat{EAB} karşı durumlu açılardır.

$$m(\widehat{EAB}) + m(\widehat{AEF}) = 180^\circ$$

$$50 + m(\widehat{AEF}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{AEF}) = 180^\circ - 50^\circ$$

$$m(\widehat{AEF}) = 130^\circ \text{ bulunur.}$$

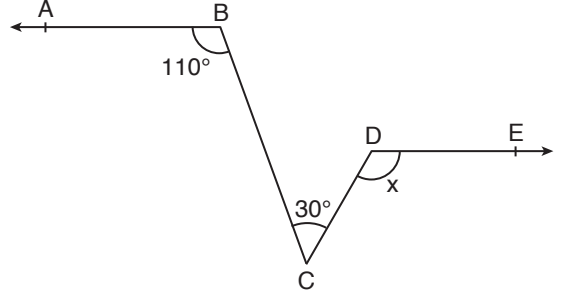


14. ÖRNEK

Yandaki şekilde $[BA \parallel [DE$,

$$m(\widehat{ABC}) = 110^\circ \text{ ve } m(\widehat{BCD}) = 30^\circ \text{ ise}$$

$m(\widehat{CDE}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

C noktasından geçen $[BA$ ve $[DE$ 'na paralel olan GH doğrusunu çizelim.

$$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{GCB}) = 180^\circ \text{ (Karşı durumlu açılar)}$$

$$m(\widehat{GCB}) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$m(\widehat{GCB}) + m(\widehat{BCD}) + m(\widehat{DCH}) = 180^\circ$$

$$70^\circ + 30^\circ + m(\widehat{DCH}) = 180^\circ$$

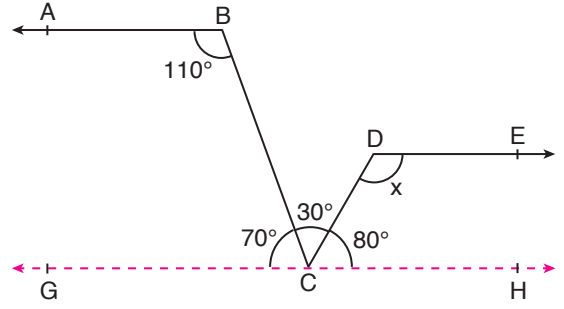
$$m(\widehat{DCH}) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \text{ bulunur.}$$

$$m(\widehat{CDE}) + m(\widehat{DCH}) = 180^\circ \text{ dir. (Karşı durumlu açılar)}$$

$$x + 80^\circ = 180^\circ$$

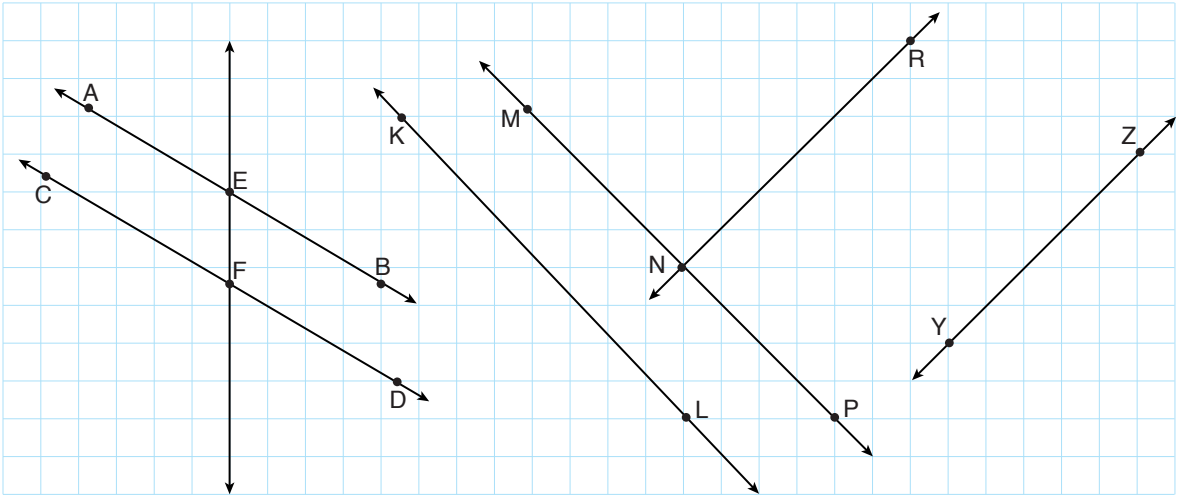
$$x = 180^\circ - 80^\circ$$

$$x = 100^\circ \text{ bulunur.}$$

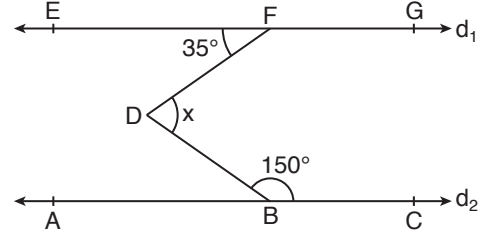


ALİŞTIRMALAR

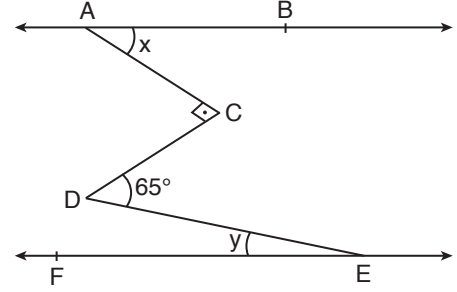
1. Aşağıda kareli kâğıtta verilen doğruların birbirlerine göre durumlarını inceleyiniz.



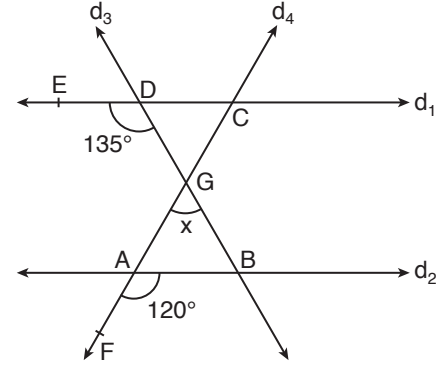
2. Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2$,
 $m(\widehat{EFD}) = 35^\circ$, $m(\widehat{DBC}) = 150^\circ$ olduğuna göre
 $m(\widehat{FDB}) = x$ kaç derecedir?



3. Yandaki şekilde $AB \parallel EF$,
 $[AC] \perp [CD]$, $m(\widehat{BAC}) = x$, $m(\widehat{EDC}) = 65^\circ$ ve
 $m(\widehat{DEF}) = y$ olduğuna göre
 $x - y$ kaç derecedir?



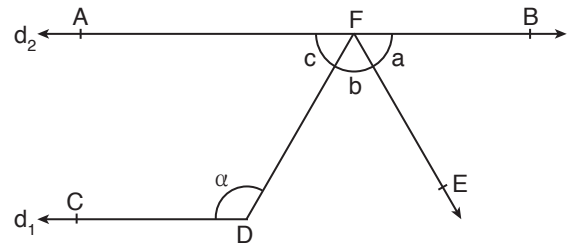
4. Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2$ ve d_3 ve d_4 kesendir.
 $m(\widehat{EDG}) = 135^\circ$, $m(\widehat{FAB}) = 120^\circ$
 olduğuna göre $m(\widehat{AGB}) = x$ kaç derecedir?



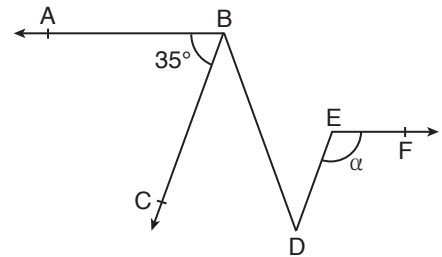
5. Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2$ ve $\frac{a}{7} = \frac{b}{5} = \frac{c}{8}$ 'dir.

Buna göre, $m(\widehat{CDF}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 108° B) 110°
 C) 112° D) 114°



6. Yandaki şekilde $[BA \parallel [EF$,
 $[BC \parallel [ED]$,
 $m(\widehat{ABC}) = 35^\circ$ ise $m(\widehat{DEF}) = \alpha$ kaç derecedir?



ÇEMBER VE DAİRE

Korling (Curling) Sportu: İlk olarak 16. yy.da İskoçya'da ortaya çıkan korling sporu, günümüzde olimpiik bir spor olarak kış olimpiyatlarının en önemli dallarından biri hâline gelmiştir. Avrupa şampiyonalarında elliye yakın takımın katıldığı bu spor dalı, ülkemizde pek yaygınlaşmamış olsa da resmî müsabakalarda takımımızın yer alması ve ülke geneline yaygınlaştırılması amacıyla 2003 yılında Korling Federasyonu kurulmuştur. Korling 42 metre boyu, 4,3 metre eni olan buzdan bir pist üzerinde oynanır. Buz üzerine disk şeklinde iç içe çizilmiş üç halka, hedef evi oluşturur. Pistin ucunda 3,66 metre çapında ev bulunmaktadır.



Oyunu evin merkezine en yakın taşı atan kazanır.

Çemberde Merkez Açısı

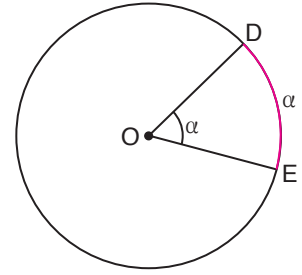


Köşesi çemberin merkezinde olan açıya; **merkez açısı**, merkez açının iç bölgesinde kalan çember parçasına; **merkez açının gördüğü yay** denir.

Yandaki şekilde \widehat{DOE} merkez açı, \widehat{DE} merkez açının gördüğü yaydır.

Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$$m(\widehat{DE}) = \alpha \text{ ise } m(\widehat{EOD}) = \alpha \text{ dir.}$$

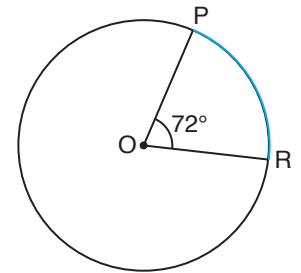


1. ÖRNEK

72° lik merkez açının gördüğü yayın ölçüsünü bulalım.

ÇÖZÜM

Merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğundan, $m(\widehat{POR}) = m(\widehat{PR}) = 72^\circ$ olur.

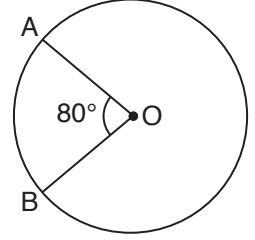


2. ÖRNEK

Bir çemberde 80° lik yayın gördüğü merkez açının ölçüsünü bulalım.

ÇÖZÜM

\widehat{AOB} merkez açı olduğundan $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AB}) = 80^\circ$ olur.



3. ÖRNEK

Merkez açısının ölçüsü 70° olan yandaki çemberde $m(\widehat{DGE})$ 'nü bulalım.

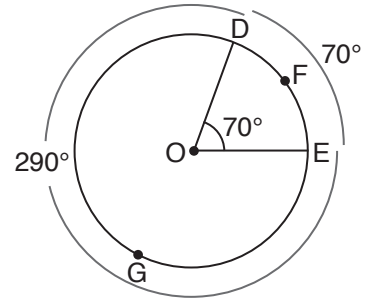
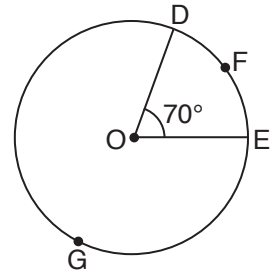
ÇÖZÜM

Yandaki şekilde DOE merkez açısının ölçüsü 70° dir. Bu merkez açının gördüğü yay olan \widehat{DFE} 'dir ve ölçüsü merkez açının ölçüsüne eşittir. $m(\widehat{DFE}) = m(\widehat{DOE}) = 70^\circ$ olur.

Çemberin çevresi 360° lik bir yay oluşturur.

$$m(\widehat{DGE}) = 360^\circ - m(\widehat{DFE}) = 360^\circ - 70^\circ$$

$$m(\widehat{DEG}) = 290^\circ \text{ olur.}$$



4. ÖRNEK

Yandaki şekilde verilen O merkezli çemberde, [AD] çap ve $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{DOC}) = 35^\circ$ dir. Buna göre $m(\widehat{BEC})$ 'nü bulalım.

ÇÖZÜM

$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{DOC}) = 35^\circ$ ise $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{DC}) = 35^\circ$ dir.

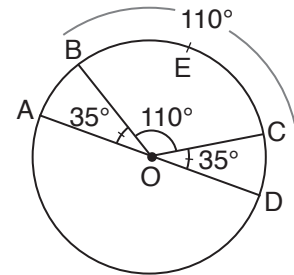
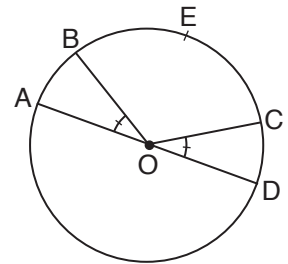
[AD] çap olduğundan $m(\widehat{AED}) = 180^\circ$ dir.

$$m(\widehat{AB}) + m(\widehat{BEC}) + m(\widehat{CD}) = 180^\circ$$

$$35^\circ + m(\widehat{BEC}) + 35^\circ = 180^\circ$$

$$= 180^\circ - 70^\circ$$

$$m(\widehat{BEC}) = 110^\circ \text{ bulunur.}$$



5. ÖRNEK

Yandaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{BA}) = 115^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{COA})$ kaç derecedir? Bulalım.

ÇÖZÜM

Şekilde [BC] çap olduğundan \widehat{BAC} yarım çember yayıdır. $m(\widehat{BA}) = 115^\circ$ dir.

$$m(\widehat{BA}) + m(\widehat{AC}) = 180^\circ$$

$$115^\circ + m(\widehat{AC}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{AC}) = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$$m(\widehat{AC}) = m(\widehat{COA}) = 65^\circ \text{ bulunur.}$$

6. ÖRNEK

Yandaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{AOB}) = 126^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{ABO})$ 'nün kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

[OA] ve [OB] çemberin yarıçapı olduğu için birbirine eşittir. OBA ikizkenar üçgen olur. $m(\widehat{OBA}) = m(\widehat{OAB}) = \alpha$ olsun.

BOA üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{OBA}) + m(\widehat{BOA}) + m(\widehat{OAB}) = 180^\circ$$

$$\alpha + 126^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$2\alpha = 180^\circ - 126^\circ$$

$$2\alpha = 54^\circ$$

$$\alpha = 27^\circ \text{ bulunur.}$$

7. ÖRNEK

Yandaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{DB}) = 110^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{COD})$ 'nün kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

[BC] çap olduğundan,

$$m(\widehat{CD}) + m(\widehat{BD}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{CD}) + 110^\circ = 180^\circ$$

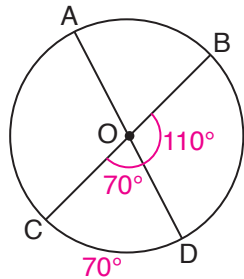
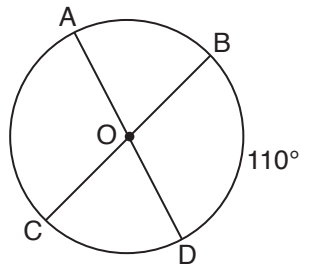
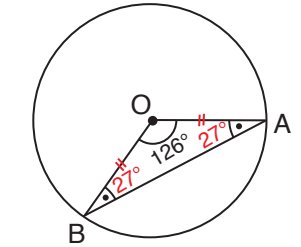
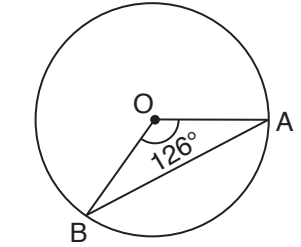
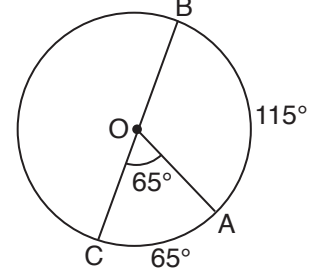
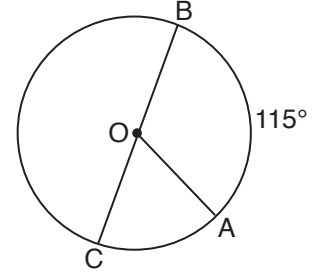
$$m(\widehat{CD}) = 180^\circ - 110^\circ$$

$$m(\widehat{CD}) = 70^\circ$$

\widehat{COD} merkez açı olduğundan,

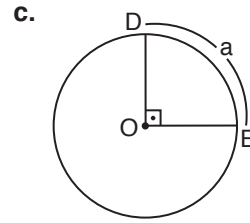
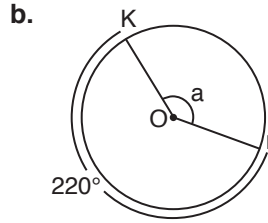
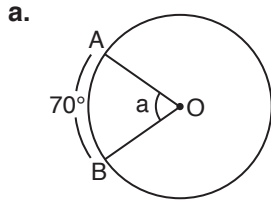
$$m(\widehat{COD}) = m(\widehat{CD}) = 70^\circ$$

$$m(\widehat{COD}) = 70^\circ \text{ olur.}$$

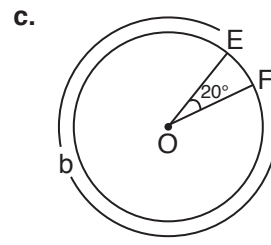
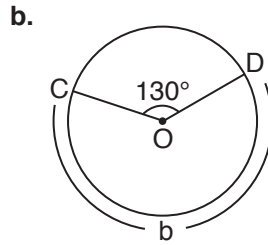
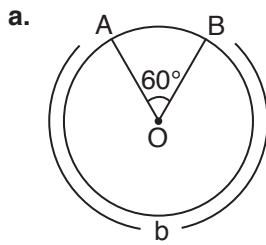


ALİŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki O merkezli çemberlerde verilenlere göre a değerlerini bulunuz.

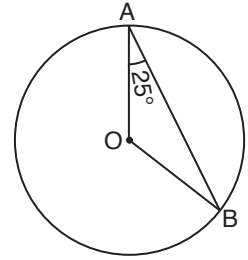


2. Aşağıdaki O merkezli çemberlerde verilenlere göre b değerlerini bulunuz.

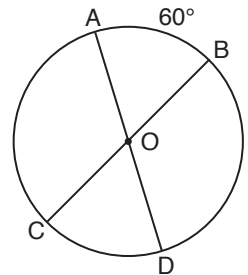


3. Yandaki şekilde O merkezli çemberde, $m(\widehat{OAB}) = 25^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{AB})$ kaç derecedir?

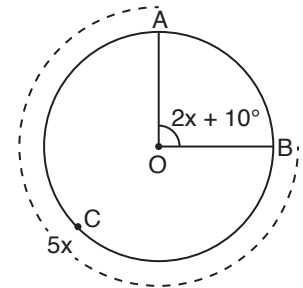
- A) 110° B) 130°
C) 140° D) 150°



4. Yandaki şekilde O merkezli çemberde, $m(\widehat{AB}) = 60^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{AOC})$ 'nin kaç derece olduğunu bulunuz.



5. Yandaki O merkezli çemberde, $m(\widehat{AOB}) = 2x + 10^\circ$ ve $m(\widehat{ACB}) = 5x$ olduğuna göre $m(\widehat{AOB})$ 'nin kaç derece olduğunu bulunuz.



Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu

Olimpiyat halkaları, 5 kıtayı temsilen ilk kez 1920 Olimpiyatları'nda kullanılmıştır.

Mavi halka Avrupa'yı, sarı halka Asya'yı, siyah halka Afrika'yı, kırmızı halka Amerika'yı, yeşil halka da Avustralya'yı temsil eder.

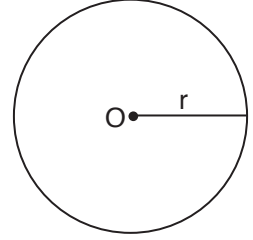
Görüldüğü gibi çember şeklindeki halkalar birbirlerine eştir.



Çemberin Uzunluğu



r yarıçaplı çemberin uzunluğu, Çevre = $2\pi r$ formülü ile hesaplanır. Burada π sabit bir sayıdır ($\pi = \frac{22}{7}$ veya $\pi \approx 3,14$ olarak alınabilir.).



1. ÖRNEK

Yarıçap uzunluğu 8 cm olan çemberin, çevre uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

$$r = 8 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Çevre} &= 2\pi r \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 8 \end{aligned}$$

Çevre = 48 cm bulunur.

2. ÖRNEK

Çevre uzunluğu 150 cm olan çemberin, yarıçap uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

$$\text{Çevre} = 2\pi r$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot r$$

$$\frac{150}{6} = \frac{\cancel{6} \cdot r}{\cancel{6}_1}$$

$$r = 25 \text{ cm bulunur.}$$

3. ÖRNEK

Yarıçapı 4 cm olan çember şeklinde bileziğin çevre uzunluğunu hesaplayalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

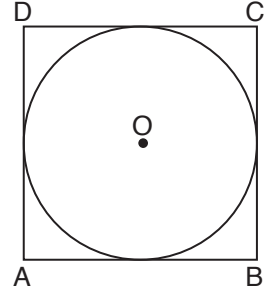
Bilezik çember şeklinde olduğundan, bileziğin çevre uzunluğu çemberin uzunluğuna eşittir.

$$\begin{aligned} \text{Bileziğin çevre uzunluğu} &= 2\pi r \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \text{ cm bulunur.} \end{aligned}$$



4. ÖRNEK

Yanda çevresi 80 cm olan ABCD karesinin içerisine kenarlarına değecek şekilde çizilen O merkezli çemberin çevre uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



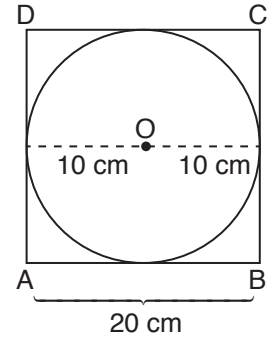
ÇÖZÜM

ABCD karesinin çevre uzunluğu 80 cm olduğuna göre bir kenarının uzunluğu $80 : 4 = 20$ cm'dir.

Yandaki şekilde ABCD karesinin bir kenarının uzunluğu, içerisine çizilen O merkezli çemberin çap uzunluğuna eşittir.

Çapı 20 cm olan çemberin yarıçapı, $20 : 2 = 10$ cm olur. Yarıçap uzunluğu 10 cm olan çemberin çevre uzunluğu;

$$\begin{aligned}\text{Çevre} &= 2\pi r \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 10 \\ &= 60 \text{ cm bulunur.}\end{aligned}$$



5. ÖRNEK

Yandaki şekilde, $IAB = 2$ cm, $IOB = 4$ cm olduğuna göre O merkezli çemberler arasında kalan boyalı bölgenin çevre uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

Şekilde görüldüğü gibi,

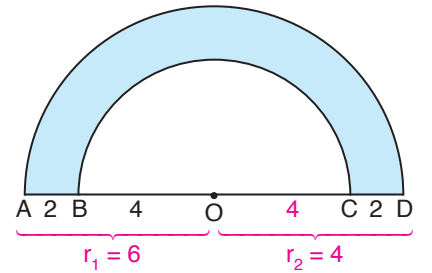
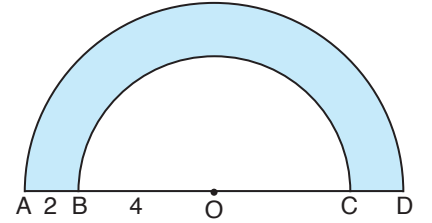
$IOA = r_1 = 6$ cm ve $IOB = r_2 = 4$ cm yarıçaplı iki yarım çemberi vardır.

$$\text{Büyük yarım çemberin uzunluğu, } \zeta_1 = \frac{2\pi r_1}{2} = 3 \cdot 6 = 18 \text{ cm,}$$

$$\text{Küçük yarım çemberin uzunluğu, } \zeta_2 = \frac{2\pi r_2}{2} = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm'dir.}$$

$$\begin{aligned}\text{Boyalı bölgenin çevre uzunluğu, } \text{Çevre} &= \zeta_1 + \zeta_2 + IAB + ICD \\ &= 18 + 12 + 2 + 2\end{aligned}$$

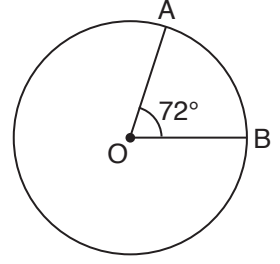
$$\text{Çevre} = 34 \text{ cm bulunur.}$$



Çember Parçasının (Yayının) Uzunluğu

6. ÖRNEK

Yandaki O merkezli çemberde,
 $m(\widehat{AOB}) = 72^\circ$ ve $IOBI = 10$ cm olduğuna göre AB yayının uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



ÇÖZÜM

$$IOBI = r = 10 \text{ cm}$$

Çemberin çevresi, Çevre = $2\pi r$

$$\text{Çevre} = 2 \cdot 3 \cdot 10$$

$$\text{Çevre} = 60 \text{ cm'dir.}$$

Çemberin ölçüsü 360° dir. Buradan bir orantı yazalım.

360° lik açı, \times 60 cm'lik çember yayını görürse

72° lik açı, \times x cm'lik çember yayını görür.

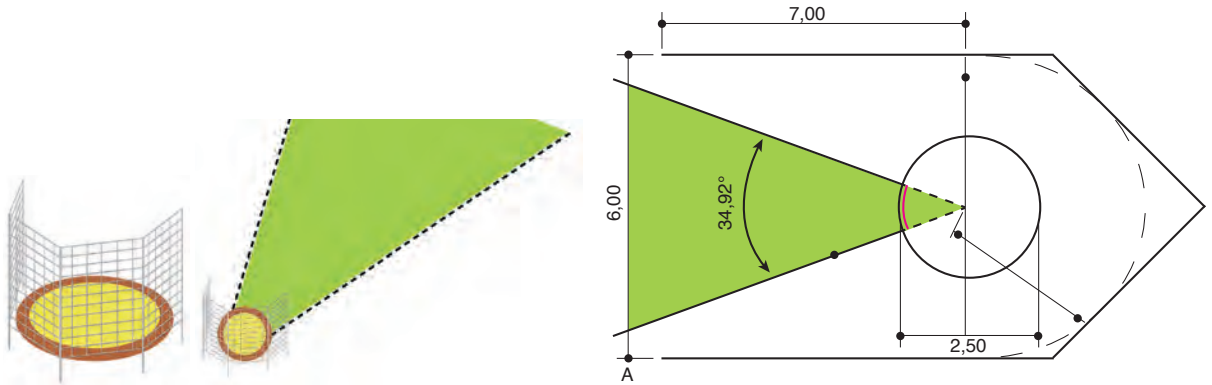
$$\text{D.O.} \quad 360^\circ \cdot x = 72^\circ \cdot 60$$

$$\frac{72^\circ \cdot 60}{360^\circ} = x$$

$$x = \frac{60}{5}$$

$$|\widehat{AB}| = x = 12 \text{ bulunur.}$$

7. ÖRNEK



Disk atma, atletizm spor dallarından biridir. Disk atma sporunun yapıldığı alanın bir modeli yukarıda verilmiştir.

Disk, çapı 2,5 m olan bir dairenin içerisinde atılmaktadır. Güvenli olması amacıyla atış dairesini U şeklinde bir kafes çevrelemektedir. Kafesin ağız genişliği 6 m'dir.

Bu alanda atış yapan atlet çembere ya da dışına değerse ve disk $34,92^\circ$ lik daire diliminin dışına düşerse atış geçersiz sayılır.

Atışın geçerli sayıldığı alandaki çember yayının uzunluğu kaç cm'dir? Bulalım.

ÇÖZÜM

Öncelikle diskin atıldığı çemberin çevresini bulalım. Çemberin çapı, 2,5 m ise yarıçapı, $\frac{2,5}{2}$ m'dir.

$$\text{Çevre} = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{2,5}{2} = 7,85 \text{ m} = 785 \text{ cm olur.}$$

Çemberin $34,92^\circ$ lik açıya karşılık gelen uzunluğunu orantı ile hesaplayalım.

$$\frac{\text{Çember yayının uzunluğu}}{\text{Çevre}} = \frac{\text{Yayı gören açının ölçüsü}}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{Çember yayının uzunluğu}}{785} = \frac{34,92^\circ}{360^\circ}$$

$$\begin{aligned} \text{Çember yayının uzunluğu} &= 785 \cdot \frac{34,92^\circ}{360^\circ} \\ &= 76,145 \text{ cm bulunur.} \end{aligned}$$

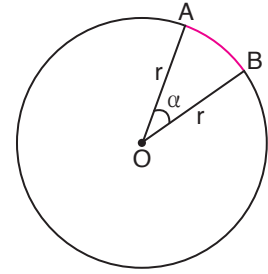


r yarıçaplı bir çemberin AOB merkez açısının gördüğü çember yayının (çember parçasının) uzunluğu,

$$\frac{|\widehat{AB}|}{2\pi r} = \frac{m(\widehat{AOB})}{360^\circ} \text{ orantısıyla bulunur.}$$

Bu orantıdan yararlanarak,

$$|\widehat{AB}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \text{ formülü elde edilir.}$$



8. ÖRNEK

Yandaki O merkezli çemberde,

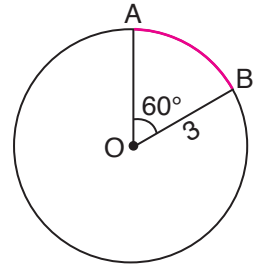
$IOBI = 3$ cm olduğuna göre 60° lik merkez açının gördüğü AB yayının uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

Burada $IOBI = r = 3$ cm ve $\alpha = 60^\circ$ dir.

$$|\widehat{AB}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 60^\circ}{360^\circ}$$

$$|\widehat{AB}| = 3 \text{ cm bulunur.}$$



9. ÖRNEK

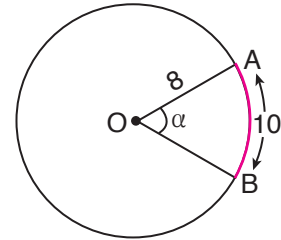
Yandaki O merkezli çemberde, $IOAI = 8$ cm ve AB yayının uzunluğu 10 cm olduğuna göre $m(\widehat{AOB}) = \alpha$ 'nın kaç derece olduğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

$$|\widehat{AB}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$10 = 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \text{ ise } 360^\circ \cdot 10 = 48\alpha \text{ ise } \alpha = \frac{3600^\circ}{48}$$

$$m(\widehat{AOB}) = \alpha = 75^\circ \text{ bulunur.}$$



10. ÖRNEK

Yandaki şekilde, bir kenarı 6 cm olan ABCD karesi ile yarıçapları, 2 cm olan çemberlerin bir kısmı çizilmiştir. Buna göre boyalı bölgenin çevresini bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

ABCD kare olduğundan, iç açılarının ölçüleri 90° dir.

Bir tane çeyrek çemberin uzunluğu,

$$\zeta_1 = \frac{2\pi r}{4} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{4} = 3 \text{ cm'dir. Çemberler eş olduğundan,}$$

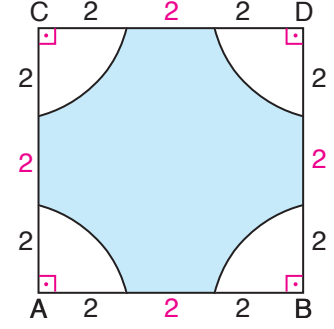
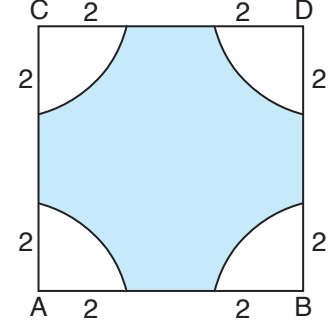
4 tane çeyrek çemberin uzunluğu,

$$4\zeta_1 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm olur.}$$

Boyalı bölgenin çevre uzunluğu,

$$\begin{aligned} \text{Çevre} &= 4\zeta_1 + 2 + 2 + 2 + 2 \\ &= 12 + 8 \end{aligned}$$

Çevre = 20 cm bulunur.



11. ÖRNEK

Yandaki O merkezli çeyrek çemberde, $|OB| = 20$ cm olduğuna göre, $|AB|$ çeyrek çember yayının uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

I. Yol

Çeyrek çember uzunluğu sorulduğundan, çemberin çevre uzunluğu bulunup 4'e bölünürse çeyrek çember yayının uzunluğu bulunmuş olur.

$$\begin{aligned} \text{Çevre} &= 2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 20 \\ &= 120 \text{ cm olur.} \end{aligned}$$

AB yayının uzunluğu çevre uzunluğu $|\widehat{AB}| = \frac{120}{4} = 30$ cm bulunur.

II. Yol

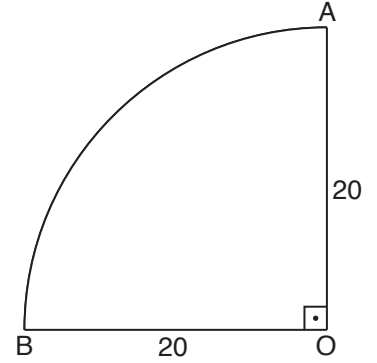
$\alpha = 90^\circ$ olmak üzere,

$$|\widehat{AB}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$|\widehat{AB}| = 2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$|\widehat{AB}| = 120 \cdot \frac{1}{4}$$

$|\widehat{AB}| = 30$ cm bulunur.



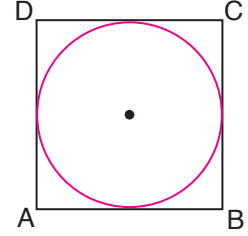
ALİŞTIRMALAR

1. Yarıçapı 4 cm olan çemberin uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

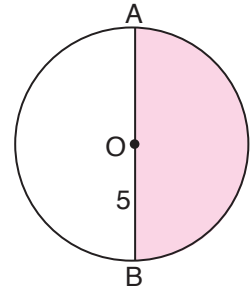
2. Çevre uzunluğu 60 cm olan çemberin yarıçap uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

3. Çevre uzunluğu 32π olan çemberin yarıçap uzunluğunu bulunuz.

4. Yandaki şekilde O merkezli çember ABCD karesinin kenarlarına değecek şekilde çizilmiştir. ABCD karesinin çevre uzunluğu 32 cm olduğuna göre çemberin çevre uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



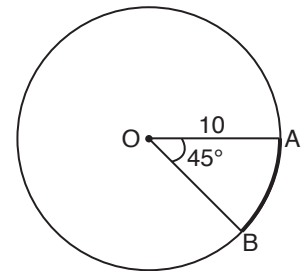
5. Yandaki şekilde verilen O merkezli çemberde, $IOBI = 5$ cm olduğuna göre boyalı bölgenin çevre uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



6. Şekildeki dairesel ampulün çevresi 90 cm'dir. Buna göre bu ampulün çapı kaç cm'dir ($\pi = 3$ alınız.)?

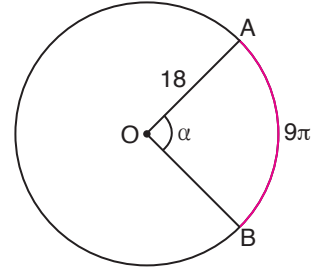


7. Yandaki O merkezli çemberde $IOAI = IOBI = 10$ cm ve $m(\widehat{AOB}) = 45^\circ$ olduğuna göre AB yayının uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

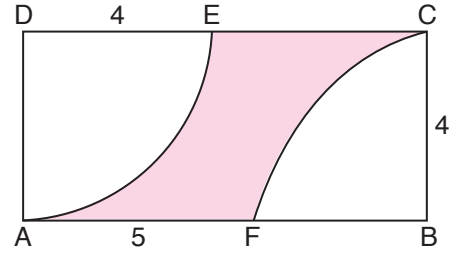


8. Yandaki O merkezli çemberde, $|OA| = 18$ cm ve $|\widehat{AB}| = 9\pi$ cm olduğuna göre $m(\widehat{AOB}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 30° B) 60°
C) 70° D) 90°



9. Yandaki ABCD dikdörtgeninde, $|DE| = 4$ cm, $|AF| = 5$ cm'dir. D ve B merkezli çeyrek çemberler çizilmiştir. Buna göre boyalı bölgenin çevre uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınınız.).



Dairenin ve Daire Diliminin Alanı

ETKİNLİK

Araç ve Gereçler: A4 kâğıdı, makas, boya kalemleri, pergel.

► Kâğıdınızın üzerine yarıçapı 10 cm olan bir çember çiziniz ve oluşan daireyi kesiniz.

► Daireyi merkezden geçen doğru parçalarıyla 8 eş parçaya ayırınız ve şekildeki gibi 2 farklı renge boyayınız.

► Oluşan daire dilimlerini kesip çıkarınız.

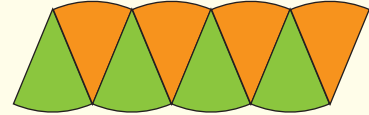
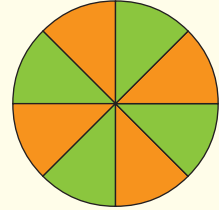
► Kestiğiniz daire dilimlerini yandaki gibi birleştirerek paralelkenarsal bölgeyi oluşturunuz.

► Bu şeklin yüksekliği ile çemberin yarıçapı arasında nasıl bir ilişki vardır?

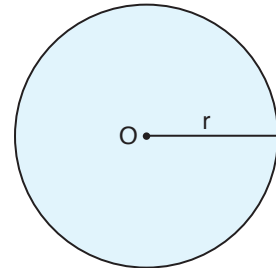
► Oluşan bölgenin boyu ile çemberin çevresi arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

► Oluşan bölgenin yaklaşık alanını hesaplayınız.

► Bulduğunuz alan ile dairenin alanı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.



Yarıçap uzunluğu r olan dairenin alanı, $A = \pi r^2$ formülü ile hesaplanır.



1. ÖRNEK

Yarıçap uzunluğu 16 cm olan dairenin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

$$A = \pi r^2 = 3 \cdot 16^2 = 3 \cdot 256$$

$$A = 768 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

2. ÖRNEK

Duvarda asılı daire şeklindeki duvar saatinin yarıçapı 20 cm olduğuna göre saat dairesinin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

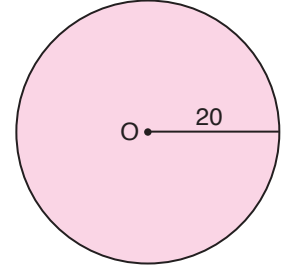
Daire şeklindeki duvar saatinin yarıçapı $r = 20$ cm ise,

$$A = \pi r^2 = 3 \cdot 20^2$$

$$= 3 \cdot 400$$

Saat dairesinin alanı

$$A = 1200 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$



3. ÖRNEK

Alanı 300 cm^2 olan dairenin yarıçap uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

$$A = \pi \cdot r^2 \text{ ise } \frac{300}{3} = \frac{3 \cdot r^2}{3} \text{ ise } r^2 = 100 \text{ ise } r \cdot r = 10 \cdot 10 \text{ ise } r = 10 \text{ cm bulunur.}$$

4. ÖRNEK

[AB] ve [AC] çaplı dairelerin arasında kalan bölgenin alanı, $80\pi \text{ cm}^2$ dir. $IAOI = IOBI = IBCI$ olduğuna göre IACI'nun kaç cm olduğunu bulalım.

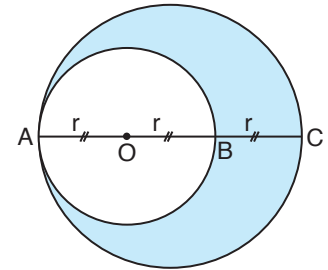
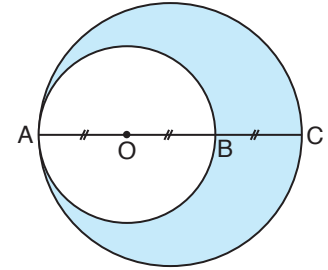
ÇÖZÜM

$IAOI = IOBI = IBCI = r$ alalım.

[AB] çaplı küçük çemberin merkezi O ve yarıçapı r cm'dir.

IACI = $3r$ olduğundan, büyük çemberin yarıçapı $\frac{3r}{2}$ cm olur.

Boyalı bölgenin alanını bulmak için büyük dairenin alanından küçük dairenin alanını çıkarmalıyız.



$$\text{Büyük dairenin alanı, } A_1 = \pi \left(\frac{3r}{2} \right)^2 = \frac{9\pi r^2}{4}$$

$$\text{Küçük dairenin alanı, } A_2 = \pi r^2$$

Boyalı bölgenin alanı,

$$A = A_1 - A_2$$

$$80\pi = \frac{9\pi r^2}{4} - \frac{\pi r^2}{1}$$

$$80\pi = \frac{9\pi r^2 - 4\pi r^2}{4}$$

$$80\pi = \frac{5\pi r^2}{4}$$

$$4 \cdot 80\pi = 5\pi r^2$$

$$\frac{4 \cdot 80\pi}{5\pi} = \frac{5\pi r^2}{5\pi} \quad (\text{Eşitliğin her iki tarafını } 5\pi \text{ ile bölelim.})$$

$$r^2 = 4 \cdot 16$$

$$r^2 = 64 \text{ ise } r = 8 \text{ cm bulunur.}$$

Buradan, $IACI = 3r$

$$IACI = 3 \cdot 8$$

$$IACI = 24 \text{ cm bulunur.}$$

Daire Diliminin Alanı

5. ÖRNEK

Yarıçapı 6 cm olan yandaki O merkezli çemberde 60° lik merkez açının gördüğü boyalı kısmın alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} r = 6 \text{ cm olan dairenin alanı } A &= \pi r^2 \\ &= 3 \cdot 6^2 \\ &= 3 \cdot 36 \\ &= 108 \text{ cm}^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$360^\circ \text{ lik merkez açı} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \quad 108 \text{ cm}^2 \text{ ise}$$

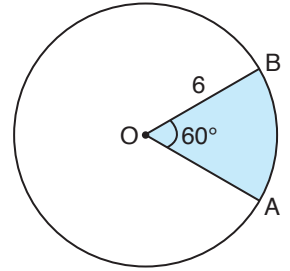
$$60^\circ \text{ lik merkez açı} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \quad x \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

$$\text{D.O.} \quad x \cdot 360^\circ = 60^\circ \cdot 108$$

$$x = \frac{60^\circ \cdot 108}{360^\circ}$$

$$x = 18 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Boyalı kısmın alanı 18 cm^2 bulunur.



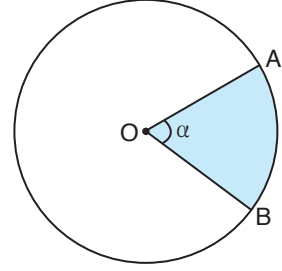


Daire dilimi, bir dairede merkez açının iç bölgesindeki yayla sınırlı alandır. r yarıçaplı bir dairede AOB merkez açısının gördüğü daire diliminin alanı,

$$\frac{\text{Daire diliminin alanı}}{\pi r^2} = \frac{m(\widehat{AOB})}{360^\circ} \text{ orantısıyla bulunur.}$$

Bu orantıdan yararlanarak,

$$\text{Daire diliminin alanı, } A_D = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \text{ elde edilir.}$$



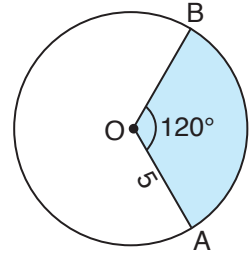
6. ÖRNEK

Yandaki O merkezli çemberde, $IOAI = 5$ cm olduğuna göre 120° lik merkez açının gördüğü daire diliminin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{Daire diliminin alanı, } A_D &= \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \\ &= \frac{3 \cdot 5^2 \cdot 120^\circ}{3 \cdot 360^\circ} \\ &= 3 \cdot 25 \cdot \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$A_D = 25 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$



7. ÖRNEK

Yarıçapı 12 cm olan daire diliminin alanı 36π cm² dir. Bu daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

ÇÖZÜM

$$A_D = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$36\pi = \pi \cdot 12^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$36\pi \cdot 360^\circ = \pi \cdot 144 \cdot \alpha$$

$$\frac{36\pi \cdot 360^\circ}{144 \cdot \pi} = \frac{\pi \cdot 144 \cdot \alpha}{144 \cdot \pi} \text{ (Eşitliğin her iki tarafını } 144 \cdot \pi \text{ ile bölelim.)}$$

$$\alpha = 90^\circ \text{ bulunur.}$$

8. ÖRNEK

Yandaki şekilde $IOAI = 8$ cm ise 270° lik merkez açının oluşturduğu boyalı bölgenin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

Daire diliminin alanı

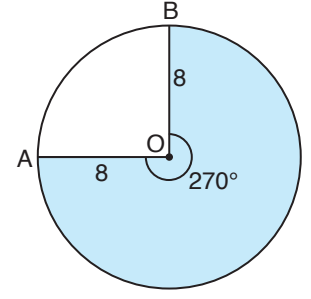
$$A_D = \pi r^2 \cdot \frac{m(\widehat{AOB})}{360^\circ}$$

$$A_D = 3 \cdot 8^2 \cdot \frac{270^\circ}{360^\circ}$$

$$A_D = \frac{3 \cdot 64 \cdot 3}{4}$$

$$= \frac{3 \cdot 16 \cdot 3}{1}$$

$A_D = 144 \text{ cm}^2$ bulunur.



9. ÖRNEK

Yandaki şekilde O merkezli çemberde, $m(\widehat{BOA}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{DOC}) = 90^\circ$ dir. $IADI = 60$ cm ise boyalı bölgelerin toplam alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

Çap 60 cm ise yarıçap $r = 30$ cm olur. Boyalı bölgelerin alanları sırasıyla

30° lik daire diliminin alanı A_1 ise,

$$A_1 = \pi r^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ}$$

$$= 3 \cdot 30^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ}$$

$$= 3 \cdot 900 \cdot \frac{1}{12}$$

$$= \frac{2700}{12}$$

$$= 225 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

90° lik daire diliminin alanı A_2 ise,

$$A_2 = \pi r^2 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$= 3 \cdot 30^2 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$= 3 \cdot 900 \cdot \frac{1}{4}$$

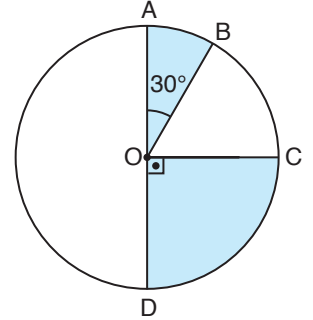
$$= \frac{2700}{4}$$

$$= 675 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Toplam boyalı alan, $A_D = A_1 + A_2$

$$= 225 + 675$$

$$A_D = 900 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$



10. ÖRNEK

12 eş dilime ayrılabilen 12 cm yarıçaplı yaş pastanın her bir diliminin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

ÇÖZÜM

12 dilimlik dairenin merkez açısı 360°

1 dilimlik dairenin merkez açısı $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ dir.

$$\begin{aligned} \text{Bir dilimin alanı} &= \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = 3 \cdot 12^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} = 3 \cdot 144 \cdot \frac{1}{12} \\ &= \frac{144}{4} = 36 \text{ cm}^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$



11. ÖRNEK

Yandaki şekilde O merkezli dairede, $m(\widehat{AOC}) = 120^\circ$ ve ABC yayının uzunluğu 4π cm olduğuna göre boyalı alanı bulalım.

ÇÖZÜM

$$|\widehat{ABC}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$4\pi = 2\pi \cdot r \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$12\pi = 2\pi \cdot r$$

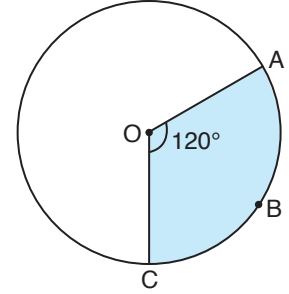
$$r = \frac{12\pi}{2\pi} = 6 \text{ cm olur.}$$

$$\text{Boyalı alan, } A_D = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$= \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$= \pi \cdot 36 \cdot \frac{1}{3}$$

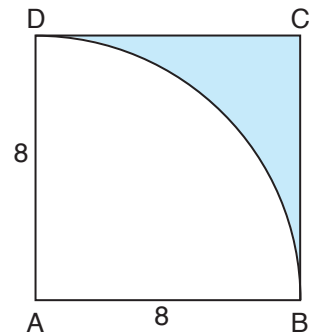
$$A_D = 12\pi \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$



ALİŞTIRMALAR

1. Çevresinin uzunluğu 10π cm olan dairenin alanını bulunuz.

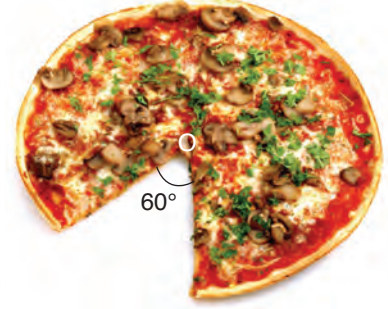
2. Yandaki şekilde ABCD karesinin içine A merkezli $r = 8$ cm yarıçaplı çeyrek bir daire çizilmiştir. $|\widehat{AB}| = 8$ cm olduğuna göre boyalı alanı bulunuz ($\pi = 3$ alınınız.).



3. Yandaki verilen koyunun boynuna, 2 m uzunluğunda bir ip bağlanarak otlaması için yerde sabit bir noktaya bağlanıyor. Buna göre kuzu en fazla kaç m² lik bir alanda otlayabilir? ($\pi = 3$ alınız.)

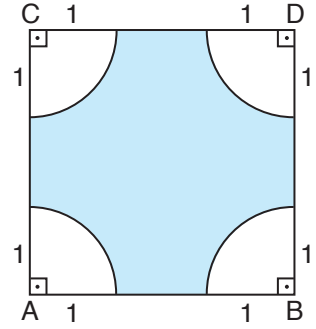


4. Yandaki daire şeklindeki pizzanın yarıçapı 12 cm'dir. Pizzanın 60° lik kısmı kesildiğinde, kalan parçasının alanını bulunuz ($\pi = 3$ alınız).



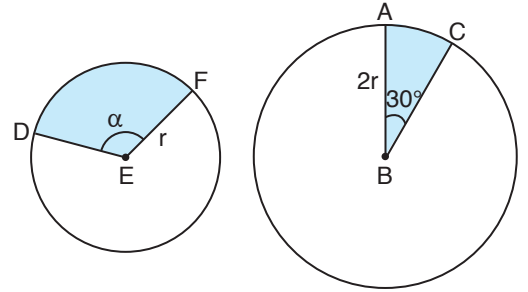
5. Yandaki şekil, bir kenarı 3 cm olan ABCD karesi ile yarıçapları 1 cm olan eş çeyrek 4 çemberden oluşmuştur. Buna göre boyalı alan kaç cm² dir ($\pi = 3$ alınız.)?

- A) 4 B) 5
C) 6 D) 7

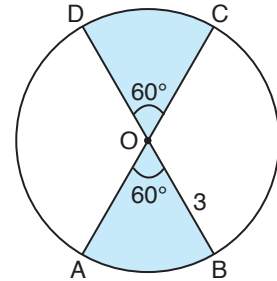


6. Yandaki E ve B merkezli dairelerden küçüğünün yarıçapı r, büyüğünün yarıçapı 2r'dir. DEF ve ABC ile gösterilen boyalı bölgelerin alanları birbirine eşittir. $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{DEF}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 60° B) 90°
C) 120° D) 150°

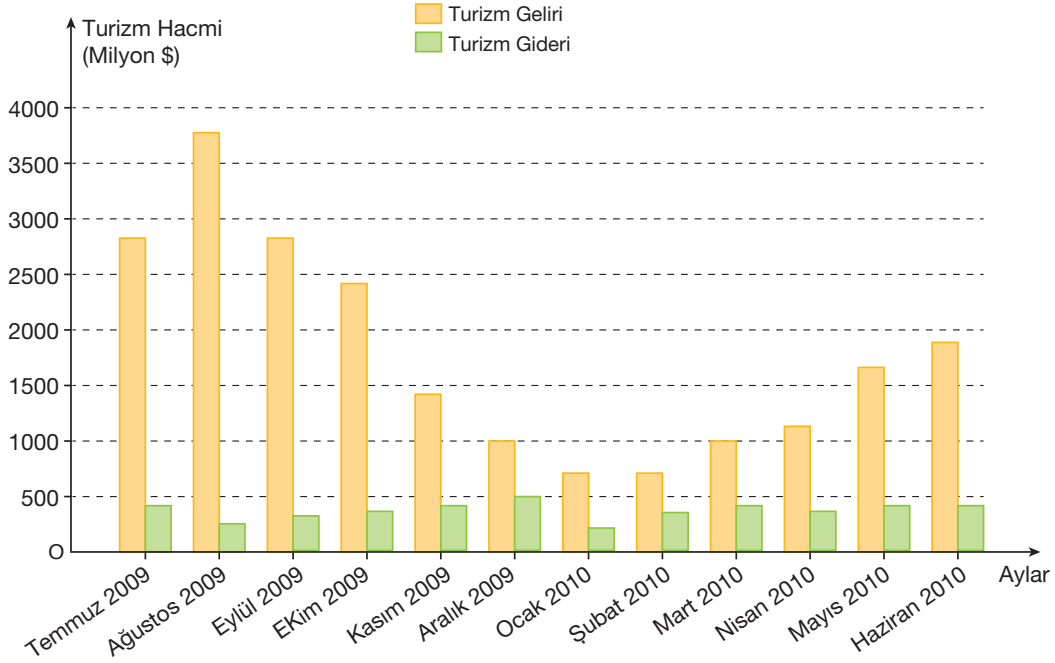


7. Yandaki O merkezli çemberde, [AC] ve [BD] çap, $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{COD}) = 60^\circ$, IOBI = r = 3 cm olduğuna göre boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç cm² dir? ($\pi = 3$ alınız.)



ARAŞTIRMA SORULARI ÜRETME, VERİ TOPLAMA, DÜZENLEME, DEĞERLENDİRME VE YORUMLAMA

Grafik: Türkiye'nin Temmuz 2009-Haziran 2010 Arası Turizm Gelir ve Giderleri



Yabancıların veya yurt dışında yaşayan vatandaşlarımızın ülkemizde tatil için yaptıkları harcamalara; turizm geliri denir.

Yurt içinde ikamet edip başka ülkeleri ziyaret eden vatandaşlarımızın harcamalarına ise turizm gideri denir.

Türkiye İstatistik Kurumundan alınan yukarıdaki verilere göre turizm gelirlerimiz ile turizm giderlerimiz arasındaki ilişkiyi fark ettiniz mi?

Bu durumu nasıl yorumlarsınız?

Gelir ve giderleri karşılaştırmak istediğimizde, gelir ve gider tablolarını ayrı grafiklerde mi, aynı grafikte mi göstermek daha avantajlıdır? Açıklayınız.

Bu bölümde veri gruplarını özetlemede kullanılacak uygun grafik türlerinden daire ve çizgi grafiklerine yer verilecek ve grafikler yardımıyla veriler hakkında yorumlar yapılacaktır. Verileri grafiklerle göstermek, veriler arasında karşılaştırma ve yorumlamada en etkili yollardan biridir.



İstatistik çalışmaları sonucunda elde edilen bilgilerin şekil, resim ve çizgilerle gösterilmesine; **grafik** denir. Grafikler kullanılarak sonuçların daha rahat görülmesi sağlanır.

Bir Veri Grubuna Ait Daire Grafiği



Bir verinin bütün veri grubu içerisindeki oranını göstermek için daire grafiği kullanılır. Daire dilimleri belirlenirken dairenin merkez açılı ölçüleri dikkate alınır. Daire grafiği, verilerin bir bütün içerisindeki oranları, yüzdeleri veya merkez açılı ölçüleri gösterilerek oluşturulur.

Parçanın bütün içerisindeki oranını görmek istiyorsak daire grafiği daha uygundur.

1. ÖRNEK

Bir ailenin aylık harcamaları yandaki tabloda verilmiştir.
Harcamalara ait daire grafiğini oluşturalım.

ÇÖZÜM

Toplam gider = 540 + 720 + 360 + 180 + 270 = 2070 TL'dir.

Tablo: Bir Ailenin Aylık Giderleri

Giderler	TL
Kira	540
Gıda	720
Giyim	360
Eğitim	180
Diğer	270
Toplam	2070

Dairenin merkez açılarının toplam ölçüsü 360° dir.

Her bir verinin merkez açısı doğru orantı kurularak bulunur.

Kira giderinin merkez açısının bulunuşunu örnekle gösterelim.

Toplam gider 2070 TL ise
Kira için;

$$\begin{array}{r} 2070 \text{ TL} \quad \swarrow \quad \searrow \quad 360^\circ \text{ ise} \\ 540 \text{ TL} \quad \swarrow \quad \searrow \quad x^\circ \text{tir.} \\ \hline 2070x = 360^\circ \cdot 540 \end{array}$$

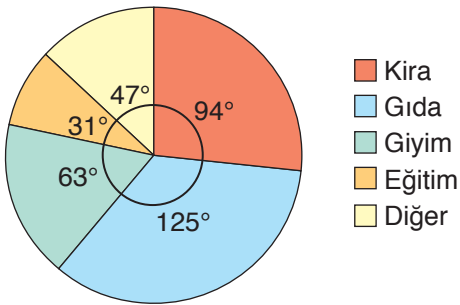
$$x = \frac{360^\circ \cdot 540}{2070} \approx 94^\circ$$

Tablo: Bir Ailenin Aylık Giderleri

Giderler	TL	Gider/toplam gider
Kira	540	$\frac{540}{2070} = \frac{x}{360^\circ}$ ise $x \approx 94^\circ$
Gıda	720	$\frac{720}{2070} = \frac{y}{360^\circ}$ ise $x \approx 125^\circ$
Giyim	360	$\frac{360}{2070} = \frac{z}{360^\circ}$ ise $z \approx 63^\circ$
Eğitim	180	$\frac{180}{2070} = \frac{t}{360^\circ}$ ise $t \approx 31^\circ$
Diğer	270	$\frac{270}{2070} = \frac{m}{360^\circ}$ ise $m \approx 47^\circ$
Toplam	2070	

Tabloda görüldüğü gibi ailenin giderlerinin toplam gidere oranı kullanılarak her bir gidere karşılık gelen daire diliminin merkez açılarının ölçüleri bulunmuştur. Tablodaki değerler kullanılarak aşağıdaki daire grafiği oluşturulur.

Grafik: Bir Ailenin Aylık Giderleri



Grafikte görüldüğü gibi ailenin gıda gideri, toplam giderde en fazla yer alırken eğitim gideri en azdır.

ETKİNLİK

Araç ve Gereç: hesap makinesi.

- ▶ Bir gün boyunca yaptığınız etkinlikleri ve bunlara ayırdığınız süreleri aşağıdaki tabloya yazınız.
- ▶ Her etkinlik için bir gününüzün (24 saatin) yüzde kaçını kullandığınızı hesaplayınız.
- ▶ Tablodaki verileri bir daire üzerinde daire dilimleri ile gösterecek olsanız her bir etkinliğin 360° lik tam dairede kaç derecelik bir merkez açısı ile çizilebileceğini bulunuz.
- ▶ Bulduğunuz değerleri, tablodaki uygun yerlere yazınız.

Tablo: Bir Kişinin Gün Boyunca Yaptığı Etkinlikler

Etkinlik	Süreler	Açı
Uyku	8 saat	$\begin{array}{l} 24 \text{ saatte} \quad \swarrow \quad \searrow \quad 8 \text{ saat ise} \\ 360^\circ \text{ de} \quad \swarrow \quad \searrow \quad x \text{ derecedir.} \\ \hline 24x = 360^\circ \cdot 8 \\ x = 120^\circ \end{array}$
Yemek		
Kişisel temizlik		
Ulaşım		
Okul		
Ders çalışma		
Serbest etkinlik		

- ▶ Tablodaki verilere ait daire grafiğini oluşturunuz.

Orman Yangınları

Orman yangınları ile mücadele politikasının başarısı halkın bilinçlendirilmesi ve aktif katılımının sağlanması ile doğrudan ilişkilidir. Yangın çıkmasına engel olmak en önemli unsurdur. Ülkemiz ormanlarının hassas yangın alanları en fazla nüfusun yaşadığı yerlerdir. Bu nedenle hassas yangın dönemi olan yaz aylarında yerli ve yabancı turizm hareketlerinin en yoğun yaşandığı alanlar kontrol edilmelidir.

Orman yangınlarının çıkış nedenleri incelendiğinde; yüzde 91'i insan (ihmal, dikkatsizlik, kaza, kasıt), %9'u ise doğal (yıldırım) kaynaklıdır.

Ülkemizde çıkan orman yangınlarının yüzde 91'i insan kaynaklıdır. Bu nedenle bütün önleme çalışmalarının temeli insanımızın, yani hedef kitlenin eğitimden geçirilmesidir. Bunun için ilgili bütün kurum ve kuruluşlar, sivil toplum örgütleri, üniversiteler, yazılı ve görsel basın, insanımızı bilinçlendirme çalışmalarını aralıksız sürdürmelidir. Kısacası orman yangınlarının önlenmesi için toplumsal katılım sağlanmalıdır.

Halkı eğitmek için üniversiteler, liseler, ilköğretim okulları tarafından; köylüleri, şehir halkını, askerî birlikleri, turizmcileri, kamp sakinlerini ve yazlık tatil sitelerinde yaşayanları bilinçlendirmek gerekir.

2. ÖRNEK

Son 10 yılın orman yangını çıkış nedenleri yandaki tabloda verilmiştir. Verilerden yararlanarak daire grafiği oluşturalım.

Tablo: Türkiye'deki Son 10 Yılın Orman Yangınlarının Çıkış Nedenleri ve Yüzdelik Oranları

Orman Yangını Çıkış Nedenleri	Yüzde %
İhmal ve Dikkatsizlik	59
Kasıt	20
Yıldırım	12
Nedeni Bilinmeyen	9

ÇÖZÜM

İhmal ve dikkatsizlik

$$\begin{array}{ccc} 100 & \swarrow \searrow & 59 \\ 360^\circ & \swarrow \searrow & x \end{array}$$

$$\text{D.O. } x = \frac{360^\circ \cdot 59}{100} = 212,4^\circ$$

Kasıt

$$\begin{array}{ccc} 100 & \swarrow \searrow & 20 \\ 360^\circ & \swarrow \searrow & x \end{array}$$

$$\text{D.O. } x = \frac{360^\circ \cdot 20}{100} = 72^\circ$$

Yıldırım

$$\begin{array}{ccc} 100 & \swarrow \searrow & 12 \\ 360^\circ & \swarrow \searrow & x \end{array}$$

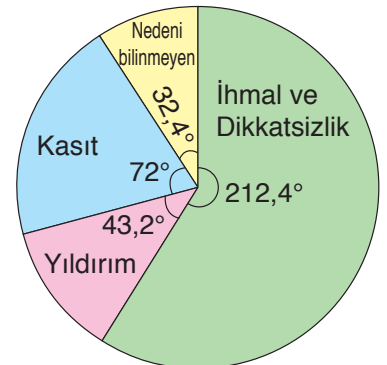
$$\text{D.O. } x = \frac{360^\circ \cdot 12}{100} = 43,2^\circ$$

Nedeni Bilinmeyen

$$\begin{array}{ccc} 100 & \swarrow \searrow & 9 \\ 360^\circ & \swarrow \searrow & x \end{array}$$

$$\text{D.O. } x = \frac{360^\circ \cdot 9}{100} = 32,4^\circ$$

Grafik: Türkiye'deki Son 10 Yılın Orman Yangınlarının Çıkış Nedenleri ve Yüzdelik Oranları



Kaynak: web.ogm.gov.tr
(09.01.2015)

Bulduğumuz sonuçlara göre daire grafiği yandaki gibi olur.

3. ÖRNEK

Bor, önemli bir endüstriyel ham maddedir. Türkiye bor ihracatı, değişik ürünler bazında olup madencilik sektöründe ana gelir kaynaklarımızdan biridir. Bu potansiyelin değerlendirilmesi, hem ülke hem de dünya teknolojisi ve ekonomisi açısından önemlidir.

Çıkarılan bor minerallerinin %10'a yakın bir bölümü doğrudan mineral olarak kullanılırken geriye kalan %90 oranındaki kısmı ise bor cevherlerinden üretilen borat ürünlerini elde etmek için harcanmaktadır.



Kolemanit minerali
Kestel-Bursa

Tablo: Dünya Bor Rezervlerinin Ülkelere Göre ve Dünya Tüketimini Tek Başına Karşılama Kapasitelerine Göre Ömürleri

ÜLKE	Rezerv (Bin Ton)	Rezerv Ömrü (Yıl)
Türkiye	644 000	240
A.B.D.	105 000	33
Rusya	140 000	16
Çin Halk Cumhuriyeti	36 000	17
Güney Amerika (Şili-Bolivya-Peru-Arjantin)	91 000	5
Sırbistan	3000	2
TOPLAM	1 019 000	313

Kaynak: <http://80.251.40.59/eng.ankara.edu.tr/kavusan/borpage/dunrez.html> (15.01.2015)

Dünya bor rezervinin daire grafiğini oluşturalım.

ÇÖZÜM

Ülkelerin bor miktarına karşılık gelen merkez açıların ölçülerini bulalım.

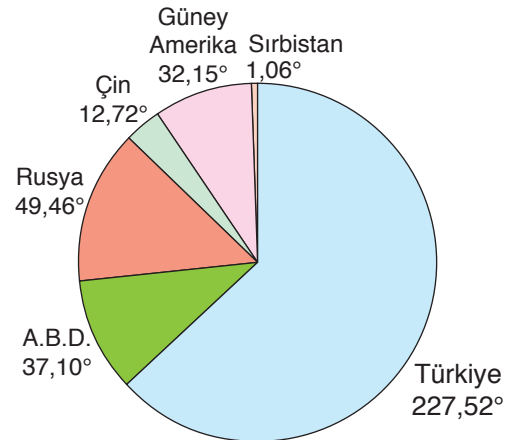
$$\frac{1\ 019\ 000}{644\ 000} = \frac{360^\circ}{x}$$
$$x = 227,52^\circ$$

Benzer biçimde diğerlerini de hesapladığımızda,

A.B.D.	: 37,10°
Rusya	: 49,46°
Çin	: 12,72°
G. Amerika Ülkeleri	: 32,15°
Sırbistan	: 1,06° bulunur.

Bulduğumuz sonuçlara göre daire grafiği yandaki gibi olur.

Grafik: Dünya Bor Rezervi Dağılımı



4. ÖRNEK

Bir turistik otelde, turistlerin 12 tanesi Kanadalı, 18 tanesi İsveçli ve 15 tanesi Rus'tur. Bu turistik oteldeki turistlerin dağılımını daire grafiği ile gösterdiğimizde, Rus turistlere ait daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulalım.

ÇÖZÜM

Otelde toplam $12 + 18 + 15 = 45$ turist vardır.

Dairenin tamamı 360° olduğundan,

1 turist $360^\circ : 45 = 8^\circ$ lik merkez açısı ile gösterilir.

Oteldeki turistlerden;

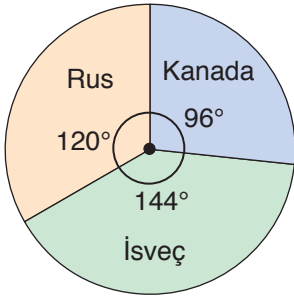
Kanadalı turistler $\rightarrow 12 \cdot 8^\circ = 96^\circ$,

İsveçli turistler $\rightarrow 18 \cdot 8^\circ = 144^\circ$,

Rus turistler $\rightarrow 15 \cdot 8^\circ = 120^\circ$ ile gösterilir.

Bu verilere göre daire grafiği aşağıdaki gibi olur.

Grafik: Bir Turistik Oteldeki Turistlerin Sayılarının Ülkelere Dağılımı



Yandaki daire grafiğinden Rus turistlere ait daire diliminin merkez açısının ölçüsü 120° dir.

5. ÖRNEK

16 kız öğrencinin bir sınıfa ait daire grafiği yanda verilmiştir. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Sınıftaki öğrenci sayısı x olsun.

16 kız öğrenciye karşılık gelen merkez açının ölçüsü 160° dir.

16 öğrenci	160° ise,
x öğrenci	360°

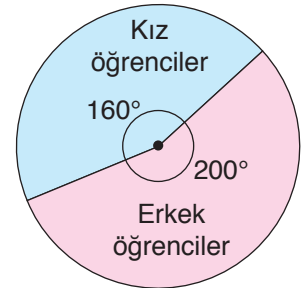
$$\text{D.O. } 160^\circ \cdot x = 16 \cdot 360^\circ$$

$$x = \frac{16 \cdot 360^\circ}{160^\circ}$$

$$x = 36 \text{ olur.}$$

Buradan, sınıftaki öğrenci sayısı 36 bulunur.

Grafik: Bir Sınıftaki Kız ve Erkek Öğrenci Dağılımı



6. ÖRNEK

Yandaki tabloda, ayda 3500 TL kazanan bir kişinin aylık giderleri verilmiştir. Bu verilere ait daire grafiğini bilgisayarda çizelim.

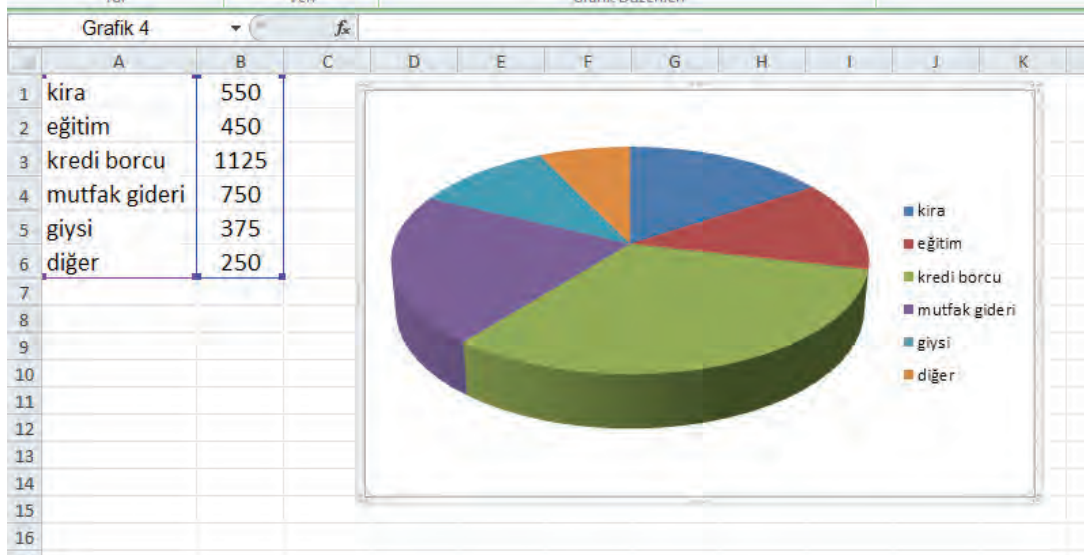
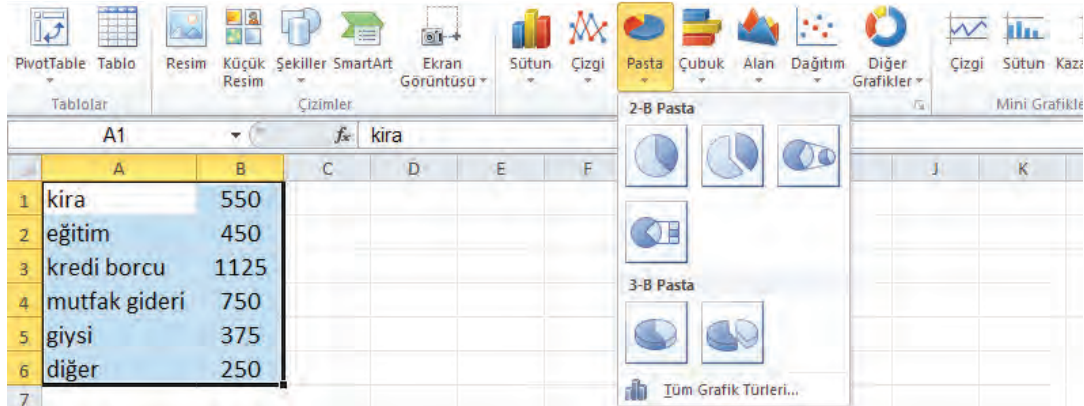
Tablo: Bir Kişiyeye Ait Aylık Giderler

Giderler	Ödenen para (TL)
Kira	₺550
Eğitim	₺450
Kredi borcu	₺1125
Mutfak gideri	₺750
Giyisi	₺375
Diğer	₺250
Toplam	₺3500

ÇÖZÜM

Excel programını çalıştırarak verilerin adlarını ve değerlerini A ve B hücrelerine yazalım. Verileri seçelim.

Pasta - 3-B Pasta menüsünü seçerek tabloya ait daire grafiği elde edilir.



ALİŞTIRMALAR

1. Yandaki tablo, bir öğrencinin yıllık okul giderlerini göstermektedir. Buna göre,

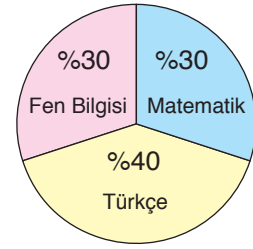
- Öğrencinin giderlerini gösteren daire grafiğini oluşturunuz.
- Deftere harcadığı paranın, tüm giderlerin yüzde kaç olduğunu bulunuz.

Tablo: Bir Öğrencinin Yıllık Okul Giderleri

Malzemeler	Ödenen para (TL)
Kalem	₺60
Defter	₺237
Kitap	₺340
Elbise	₺557
Toplam	₺1194

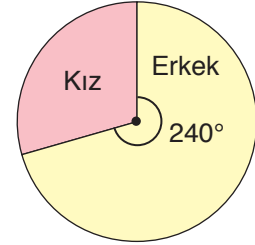
2. Bir öğrenci, girdiği bir sınavda 50 soruyu cevaplayabilmiştir. Yandaki daire grafiğinde, öğrencinin sınavda cevapladığı soruların derslere göre dağılımı verilmiştir. Buna göre bu öğrencinin kaç tane matematik sorusunu cevapladığını bulunuz.

Grafik: Derslere Göre Cevaplanan Soru Yüzdeleri



3. 12 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfa ait daire grafiği yanda verilmiştir. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci olduğunu bulunuz.

Grafik: Sınıftaki Erkek ve Kız Öğrenci Sayısı Dağılımı



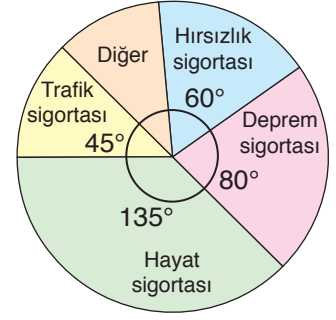
4. Aşağıdaki tabloda bir okuldaki öğrencilerin sevdikleri spor dallarına göre sayıları verilmiştir. Tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz. Tablodaki verilere ait daire grafiğini oluşturunuz..

Tablo: Öğrencilerin Sevdikleri Spor Dalları

Spor dalları	Öğrenci sayısı	Açı
Futbol	300	150°
Basketbol	180	
Voleybol	120	
Yüzme	90	
Tenis	30	
Toplam	720	360°

5. Yanda bir sigorta şirketinin bir yılda yaptığı sigorta çeşidi dağılımı verilmiştir. Yılda 2400 sigorta yapan bu şirket, kaç tane trafik sigortası yapmıştır?

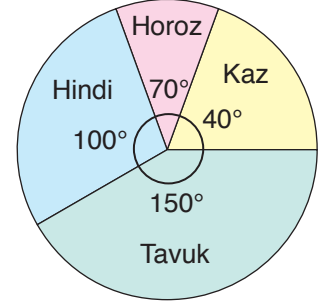
Grafik: Bir Sigorta Şirketinin Yıllık Sigorta Çeşidi Dağılımı



6. Bir otelde 40 Fransız, 120 İngiliz, 20 İtalyan turist kalmaktadır. Bu turistlerin dağılımı daire grafiği ile gösterilirse İngiliz turistlere ait daire diliminin merkez açısı kaç derece olur?

7. Yandaki grafikte, Ali Baba'nın çiftliğinde yetiştirdiği kümes hayvanlarının sayısını gösteren daire grafiği verilmiştir.

Grafik: Ali Baba'nın Çiftliğindeki Kümes Hayvanları



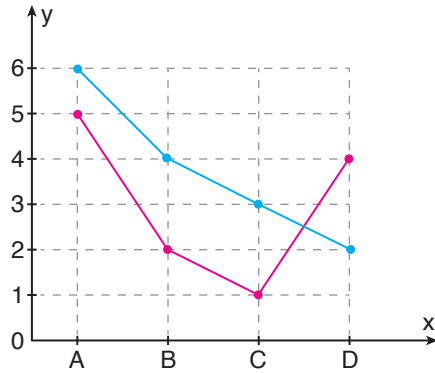
Bu kümeste 300 adet tavuk olduğuna göre hindi sayısı kaçtır?

- A) 175 B) 200
B) 250 D) 280

Verilere İlişkin Çizgi Grafiği



Verilerin yatay ve dikey eksenlerdeki karşılıklarını veren noktaların birleştirilmesi ile elde edilen grafiklere **çizgi grafiği** denir.



Değerler arasındaki değişimi görmek istediğimizde, çizgi grafiğini kullanmamız daha uygun olur.

Örneğin, bir ülkenin bir yıllık ihracat ve ithalat değerleri, borsada bir aylık altın ve paranın değerleri ve illerin haftalık tahmini hava sıcaklık değerleri gibi veri grubunun belli bir zaman aralığındaki değişimini göstermede çizgi grafiği kullanılabilir.

1. ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda A iline ait haftalık en düşük ve en yüksek sıcaklık değerleri verilmiştir.

Tablo: A İline Ait Haftalık En Düşük ve En Yüksek Sıcaklık Değerleri

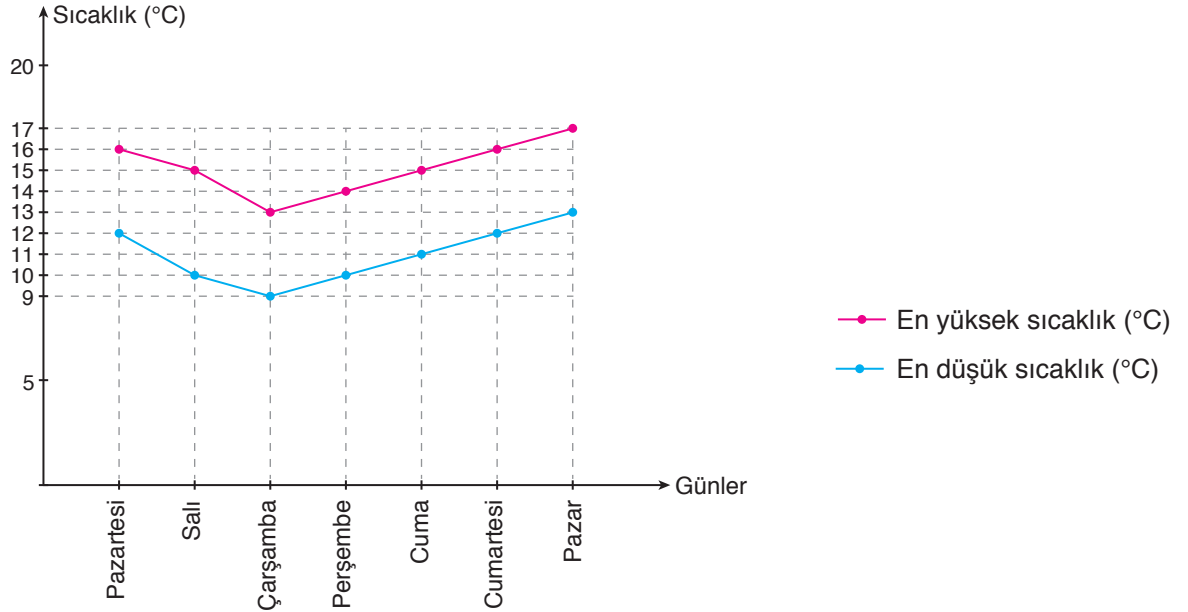
Günler	En Düşük Sıcaklık (°C)	En Yüksek Sıcaklık (°C)
Pazartesi	12	16
Salı	10	15
Çarşamba	9	13
Perşembe	10	14
Cuma	11	15
Cumartesi	12	16
Pazar	13	17

A ilinin haftalık hava sıcaklığındaki değişimini, çizgi grafiği üzerinde inceleyelim.

ÇÖZÜM

Grafiği oluşturabilmek için yatay eksene günler, dikey eksene ise tablodaki her güne ait sıcaklık değerleri yazılır. Tablodaki her güne ait sıcaklık değerleri işaretlenir ve değerler bir çizgi ile birleştirilir.

Grafik: A İlinin Haftalık Hava Sıcaklığı



Grafikte bir önceki güne göre hava sıcaklığındaki değişim izlenebilir. Grafiğe göre pazartesi gününden itibaren en düşük ve en yüksek sıcaklık derecelerinin düşüşe geçtiği, en yüksek sıcaklık ile en düşük sıcaklık derecelerinin her ikisinin de haftanın en düşük değerine ulaştığı gün, çarşamba günüdür. Çarşamba gününden sonraki günlerde sıcaklığın tekrar artacağı görülmektedir.

2. ÖRNEK

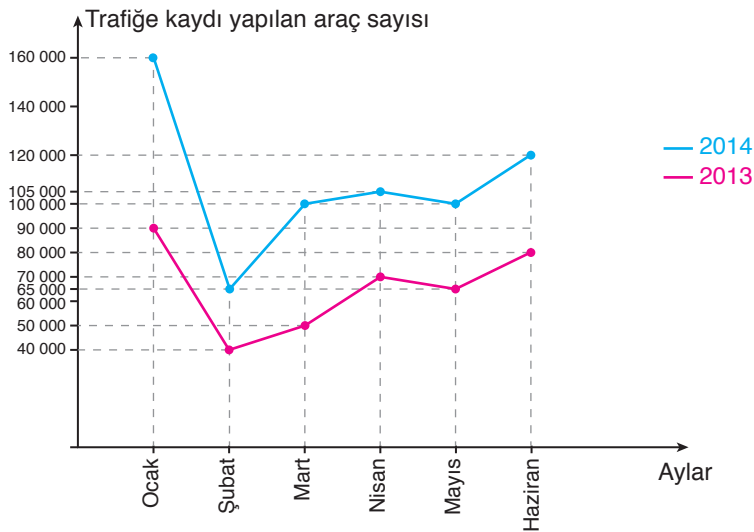
Tablo: 2013-2014 Yıllarının İlk 6 Ayına Göre Trafîğe Kaydı Yapılan Araç Sayısı

Aylar	2013 Yılı Araç Sayısı	2014 Yılı Araç Sayısı
Ocak	90 000	160 000
Şubat	40 000	65 000
Mart	50 000	100 000
Nisan	70 000	105 000
Mayıs	65 000	100 000
Haziran	80 000	120 000

2013-2014 yıllarının ilk 6 ayına göre trafiğe kayıtlı araç sayıları verilen tabloya ait çizgi grafiğini oluşturarak en çok hangi ayda araç sayısında fark olduğunu ve 2014 yılında en az kaydın hangi ayda yapıldığını bulalım.

ÇÖZÜM

Grafik: 2013-2014 Yıllarının İlk 6 Ayına Göre Trafîğe Kaydı Yapılan Araç Sayısı



– Grafiğe göre 2013 ve 2014 yılları arasında trafiğe kaydı yapılan araç sayısından fark en fazla ocak ayında olmuştur.

– 2014 yılında en az kayıt şubat ayında yapılmıştır.

3. ÖRNEK

Yanda verilen tablo, haftanın bazı günlerinde Merve'nin ailesinden aldığı harçlık miktarlarını göstermektedir. Bu tabloya ait çizgi grafiğini oluşturalım ve yorumlayalım.

Tablo: Merve'nin Haftanın Bazı Günlerinde Ailesinden Aldığı Harçlık Miktarları

Günler	Harçlık (TL)
Pazartesi	₺10
Salı	₺6
Çarşamba	₺8
Perşembe	₺7

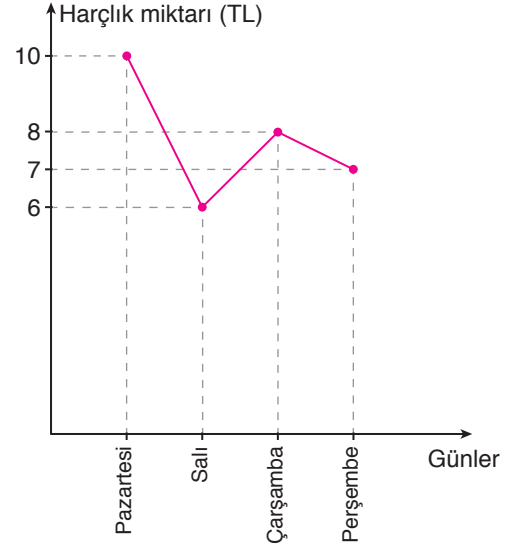
ÇÖZÜM

Yatay eksene günler, dikey eksene harçlık miktarlarını yerleştirelim.

İstenen çizgi grafiği yandaki gibidir.

Yandaki grafik incelendiğinde, Merve'nin en fazla harçlığı pazartesi, en az harçlığı da salı günü aldığı görülür.

Grafik: Merve'nin Haftanın Bazı Günlerinde Ailesinden Aldığı Harçlık Miktarları



4. ÖRNEK

Aşağıda verilen tablo bir öğrencinin hafta içi günlerinde çözdüğü soru sayılarını göstermektedir.

Tablo: Bir Öğrencinin Hafta İçi Günlerinde Çözdüğü Soru Sayıları

Günler	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma
Çözülen soru sayısı	14	16	12	18	22

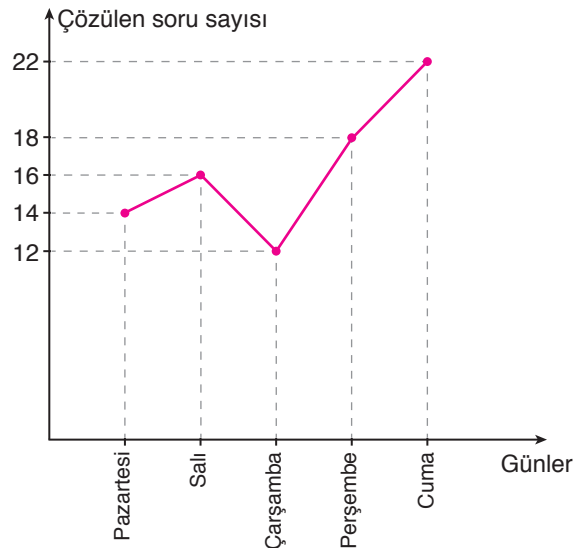
Bu tabloya ait çizgi grafiğini oluşturarak grafiği yorumlayalım.

ÇÖZÜM

Grafiği oluşturabilmek için günler yatay eksene, çözülen soru sayıları dikey eksene yerleştirilir. Sonra, yatay eksenden ve dikey eksenden değerler eşleştirilerek noktalar oluşturulur. Bu noktaların birbiri ile birleştirilmesi sonucu çizgi grafiği oluşturulmuş olur. Oluşan çizgi grafiği yandaki gibidir.

Yandaki grafik incelendiğinde öğrenci **en az** çarşamba günü, **en çok** cuma günü soru çözmüştür.

Grafik: Bir Öğrencinin Hafta İçi Günlerinde Çözdüğü Soru Sayıları



5. ÖRNEK

Yanda verilen tablo, bir öğrencinin kitaptan okuduğu günlük sayfa sayısını göstermektedir. Bu tabloya göre çizgi grafiğini oluşturalım. Öğrencinin en fazla okuduğu gündeki sayfa sayısı ile en az okuduğu gündeki sayfa sayısının farkını bulalım.

ÇÖZÜM

Grafiği oluşturabilmek için, günleri yatay eksene, okunan sayfa sayısını dikey eksene yerleştirelim. Verilere ait çizgi grafiği yandaki gibidir.

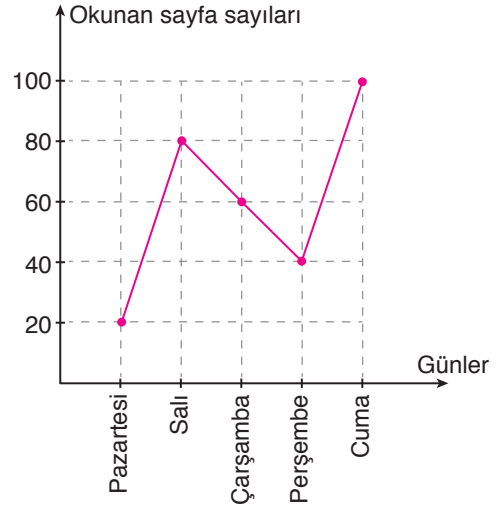
Grafiği incelediğimizde öğrencinin,
Pazartesi 20,
Salı 80,
Çarşamba 60,
Perşembe 40 ve
Cuma 100 sayfa okuduğu görülmektedir.

Bu durumda, öğrencinin en fazla sayfa okuduğu cuma günü ile en az sayfa okuduğu pazartesi günü arasındaki fark $100 - 20 = 80$ sayfa bulunur.

Tablo: Bir Öğrencinin Haftanın 5 Gününde Okuduğu Kitap Sayfa Sayıları

Günler	Okunan Sayfa Sayıları
Pazartesi	20
Salı	80
Çarşamba	60
Perşembe	40
Cuma	100

Grafik: Bir Öğrencinin Haftanın 5 Gününde Okuduğu Kitap Sayfa Sayıları



ALİŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki örneklerde noktalı yerleri uygun sözcüklerle (çizgi-sütun-daire) doldurunuz.

- Bir ilin aylar bazında yıllık sıcaklık ortalamasını incelemek isteyen biri grafiği kullanır.
- Türkiye’de yıllara göre marina ve plajlardaki mavi bayrak sayısını grafiklerle göstermek isteyen bir araştırmacı grafiği kullanır.
- Türkiye’de termik, hidroelektrik, rüzgâr ve doğal gaz santrallerinde üretilen yıllık elektrik miktarını karşılaştırmak isteyen bir kişi grafiği kullanır.

2. Doğrusal bir yolda geri dönmeden ilerleyen bir bisikletlinin harekete başladıktan sonraki her saatte aldığı yol aşağıdaki tabloda verilmiştir.

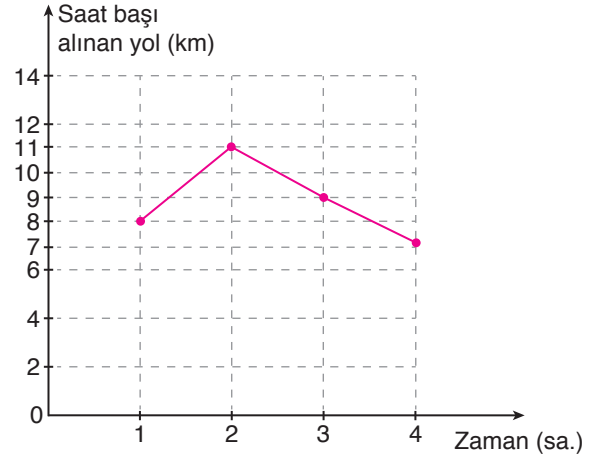
Tablo: Bisikletlinin Saat Başına Aldığı Yol

Zaman (sa.)	1. saat	2. saat	3. saat	4. saat
Saat başına alınan yol (km)	8	11	9	7

Tablodaki verilere ait çizgi grafiği yanda verilmiştir.

4 saat sonunda bisikletlinin kaç km yol alacağını bulunuz.

Grafik: Bisikletlinin 4 Saat Boyunca Aldığı Yol

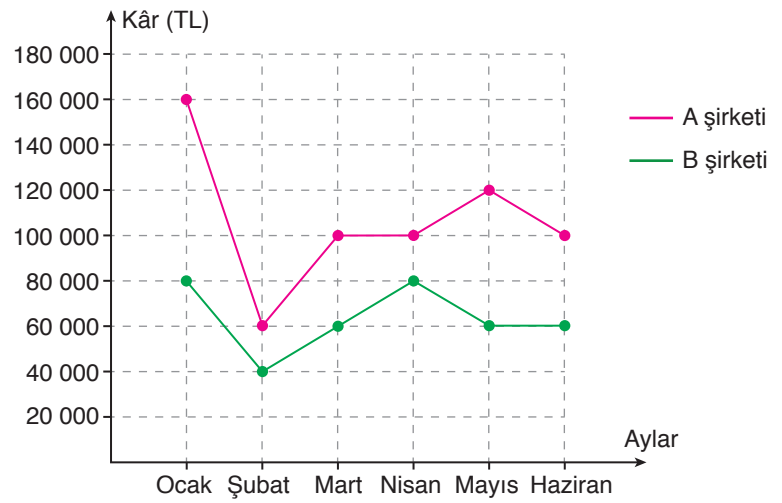


3. Aşağıdaki grafikte 2013-2014 yılının ilk 6 ayında A ve B şirketlerinin kâr miktarları verilmiştir. Buna göre

2013-2014'ün ilk altı ayındaki kâr miktarı oranı hangi ay en fazladır?

- A) Haziran
- B) Nisan
- C) Ocak
- D) Şubat

Grafik: 2013-2014 Yılıının İlk 6 Ayında A ve B Şirketlerinin Kâr Miktarı



4. Yandaki tabloda bir kütüphaneye hafta boyunca gelen öğrenci sayıları görülmektedir. Bu tabloya ait çizgi grafiğini oluşturunuz. Kütüphaneye hafta boyunca hangi gün en az öğrenci geldiğini bulunuz.

Tablo: Bir Kütüphaneye Hafta Boyunca Gelen Öğrenci Sayısı

Günler	Öğrenci Sayısı
Pazartesi	35
Salı	10
Çarşamba	25
Perşembe	20
Cuma	35
Cumartesi	10
Pazar	45

Bir Veri Grubuna Ait Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer

Veri Analizi

Bir ürünün 11 günlük satış adetleri yandaki tabloda verilmiştir. Bu tabloyu inceleyen A yöneticisi, üründen günlük 50 tane alınmasının, talebi karşılayacağına söylemiştir. B yöneticisi itiraz ederek, bu sayının günlük 65, C yöneticisi ise günlük 70 olması gerektiğini söylemiştir. Üç yöneticinin de açıklamalarını yapmadan önce nasıl bir yöntemle hesap yaptıklarını düşününüz.

Hangi yöneticinin önerisi sizce daha uygundur? Açıklayınız.

Tablo: Bir Ürünün 11 Günlük Satış Adetleri

30	45	50
50	50	65
70	80	90
110	130	

Ortalama



Bir veri grubunun ortalaması; veriyi oluşturan sayıların toplamının veri sayısına bölümü ile hesaplanır.

$$\text{Ortalama} = \frac{\text{Verilerin toplamı}}{\text{Veri sayısı}}$$

1. ÖRNEK

10, 15, 20, 35 sayılarının ortalamasını bulalım.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\text{Ortalama} &= \frac{\text{Veriler toplamı}}{\text{Veri sayısı}} \\ &= \frac{10 + 15 + 20 + 35}{4} = \frac{80}{4} \\ &= 20 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

2. ÖRNEK

Boyları 160, 162, 169, 166 ve 168 cm olan bir gruba ait boy ortalamasını bulalım.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\text{Ortalama} &= \frac{160 + 162 + 169 + 166 + 168}{5} = \frac{825}{5} \\ &= 165 \text{ cm bulunur.}\end{aligned}$$

3. ÖRNEK

Ağırlıkları 60, 65, 70, 63, 72 ve 90 kg olan 6 kişilik bir arkadaş grubunun ağırlıklarının ortalamasını bulalım.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\text{Ortalama} &= \frac{60 + 65 + 70 + 63 + 72 + 90}{6} = \frac{420}{6} \\ &= 70 \text{ kg bulunur.}\end{aligned}$$

ETKİNLİK

- ▶ Yandaki tabloda, çalışma saatleri içerisinde bir markete gelen müşteri sayısı verilmiştir.
- ▶ Markete gelen müşterilerin bir çalışma saatine düşen ortalamasını bulunuz.
- ▶ Verileri küçükten büyüğe sıralayınız ve en çok tekrar eden sayıyı bulunuz.
- ▶ Verileri küçükten büyüğe sıraladığınızda ortadaki sayıyı bulunuz.
- ▶ Bu tabloya bakılarak bir sonraki gün hangi saatlerde müşterinin daha fazla olacağı ve daha fazla kasanın çalışması gerekeceği öngörülebilir mi? Açıklayınız.
- ▶ Marketin daha uzun süre açık kalması, sonucu nasıl etkiler? Açıklayınız.
- ▶ Marketin 08.00'de değil de 09.00'da açılması, bulunduğunuz değerleri nasıl değiştirir? Açıklayınız.

Tablo: Markete Gelen Müşteri Sayısı

Zaman aralığı	Gelen müşteri sayısı
08.00-09.00	15
09.01-10.00	45
10.01-11.00	98
11.01-12.00	142
12.01-13.00	174
13.01-14.00	182
14.01-15.00	121
15.01-16.00	98
16.01-17.00	48
17.01-18.00	61
18.01-19.00	98
19.01-20.00	142
20.01-21.00	168

Tepe Değeri (Mod)



Bir veri grubunda en çok tekrar eden sayı **tepe değer (mod)** olarak adlandırılır.
Bir veri grubunda tepe değeri olmayabileceği gibi birden fazla en çok tekrar eden sayı bulunabilir. Bu durumda veri grubunun birden fazla tepe değeri vardır.

4. ÖRNEK

1, 2, 2, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7 veri grubunun tepe değerini bulalım.

ÇÖZÜM

Bu veri grubunda en çok tekrar eden sayı 6 olduğundan, tepe değeri 6 olur.

5. ÖRNEK

6, 8, 9, 8, 7, 8, 4, 2, 5, 7, 9, 10, 10, 3, 1, 5 veri grubunun tepe değerini bulalım.

ÇÖZÜM

Bu veri grubunda en çok tekrar eden sayı 8 olduğundan, tepe değeri 8 olur.

Ortanca Değeri (Medyan)



Bir veri grubu küçükten büyüğe veya büyükten küçüğe doğru sıralandığında ortada bulunan sayı; **ortanca değer (medyan)** olarak adlandırılır.

Veri grubundaki terim sayısı tek ise ortanca değer en ortada bulunan sayı; terim sayısı çift ise ortanca değer, ortadaki iki sayının ortalamasıdır.

6. ÖRNEK

Bir pistteki deneme sürüşünde yarış arabalarının tur sürelerini ölçen Zafer Bey ve Vedat Bey'in 19 tur boyunca elde ettikleri tur sürelerinin saniye değerleri aşağıdaki gibidir.

Zafer: 52, 54, 56, 62, 65, 66, 67, 75, 80, 82, 83, 84, 86, 90, 92, 94, 95, 96, 98

Vedat Bey: 70, 70, 70, 74, 80, 81, 81, 82, 84, 86, 87, 87, 88, 88, 89, 90, 90, 90, 106

a. Zafer Bey'e ait veri grubunun tepe değerini bulalım.

Vedat Bey'e ait veri grubunun tepe değerini bulalım.

b. Zafer Bey'e ait veri grubunun ortanca değerini bulalım.

Vedat Bey'e ait veri grubunun ortanca değerini bulalım.



ÇÖZÜM

a. Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

52, 54, 56, 62, 65, 66, 67, 75, 80, 82, 83, 84, 86, 90, 92, 94, 95, 96, 98

Zafer Bey'e ait veri grubunda tekrar eden sayı olmadığından tepe değeri yoktur.

70, 70, 70, 74, 80, 81, 81, 82, 84, 86, 87, 87, 88, 88, 89, 90, 90, 90, 106

Vedat Bey'e ait veri grubunda en çok tekrar eden sayılar 70 ve 90 olduğundan tepe değeri 70 ve 90 olur.

b. 52, 54, 56, 62, 65, 66, 67, 75, 80, 82, 83, 84, 86, 90, 92, 94, 95, 96, 98

Ortadaki terim

Zafer Bey'in tur sürelerinin ortanca değeri 82 olur.

70, 70, 70, 74, 80, 81, 81, 82, 84, 86, 87, 87, 88, 88, 89, 90, 90, 90, 106

Ortadaki terim

Vedat Bey'in tur sürelerindeki ortanca değeri 86 olur.

7. ÖRNEK

Yandaki tabloda İngilizce kursuna giden 10 öğrencinin 100 kelimelik İngilizce bir metni okuduklarında yaptıkları telaffuz hatalarının sayıları verilmiştir. Bu veri grubunun ortanca değerini ve tepe değerini bulalım.

ÇÖZÜM

Bu veri grubunun değerlerini küçükten büyüğe sıralayalım.

9 , 15 , 15 , 18 , 26 , 28 , 28 , 29 , 38 , 42

$$\text{Ortanca değer (Medyan)} = \frac{26 + 28}{2} = \frac{54}{2} = 27 \text{ olur.}$$

Sıralamada 15 ve 28 sayıları en çok tekrar ettiğinden tepe değer, 15 ve 28 olur.

Tablo: Telaffuz Hatası Sayısı

Ceren	42
Selim	15
Elvan	28
Serap	29
Ayşe	15
Aylin	28
Özlem	18
Cem	38
Kemal	26
Elçin	9

8. ÖRNEK

Bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavı sonuçları aşağıda verilmiştir.

86, 45, 74, 12, 70, 74, 42, 77, 70, 69, 49, 90, 71, 80, 74, 65, 87, 76, 49, 77, 82, 85, 67, 79, 100, 73, 79

Bu verilere göre

- Matematik sınavı sonuçlarının ortalamasını bulalım.
- Ortanca ve tepe değerini bulalım. Sonuçları yorumlayalım.

ÇÖZÜM

a. Ortalama = $\frac{\text{Puanların toplamı}}{\text{Öğrenci sayısı}} = \frac{1902}{27} \approx 70,4$ tür.

b. Terimleri küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

12, 42, 45, 49, 49, 65, 67, 69, 70, 70, 71, 73, 74, 74, 74, 76, 77, 77, 79, 79, 80, 82, 85, 86, 87, 90, 100

Ortanca

Ortanca değeri 74 ve en çok tekrarlayan terim 74 olduğundan, tepe değeri 74 olur.

Ortalama çok büyük ya da çok küçük değerlere karşı duyarlı olduğundan, bu puanlar, ortalamayı etkilememektedir.

Çok büyük ve çok küçük puanları atarak sınıfın ortalamasını tekrar hesaplayalım.

$$12 + 100 = 112$$

En düşük puan En yüksek puan

$$1902 - 112 = 1790$$

$$\text{Bu durumda Ortalama} = \frac{1790}{25} = 71,6 \text{ olur.}$$

Ortanca, uç değerlerden etkilenmediğinden, sınıfın genel başarısı ile ilgili yorumları ortanca değere bakarak yapmamız daha doğru olacaktır.

Her iki duruma göre, sınıfın %50'den fazlası ortalama puan almıştır.



Amaca uygun ortalama çeşidinin kullanılması gerekir. Veri grubunda çok büyük ve çok küçük değerlerin olması ortalamayı etkiler. Bu tür değerler olmadığında ortalama, var olan durumu ortaya koymada veya gelecek ile ilgili tahmin yapmada kullanışlı veri yorumlama yöntemidir.



Veri grubunda çok büyük ve çok küçük değerlerin olması durumunda ortanca ortalama-
madan daha sağlıklı bilgi verir. Bunun nedeni sözü edilen değerlerin ortancayı etkileme-
mesidir.

9. ÖRNEK

7 A sınıfında bir anket yapılmış ve her öğrenciye en sevdiği spor dalı sorulmuştur. Verilere bakarak en sevilen spor dalını bulmak için ortalama, tepe değer ve ortancadan hangisini kullanmamız gerektiğini bulalım.

ÇÖZÜM

En sevilen spor dalını belirlemede ortalama ya da ortanca değer, uygun olmayacaktır.

En sevilen spor dalını belirlememizde tepe değerini bulmamız daha uygun olacaktır. 10 kişi futbolu seçtiğinden en sevilen spor dalının bu olduğunu söyleyebiliriz.

Tablo: En Sevilen Spor Dalı

Spor dalı	Kişi sayısı
Futbol	10
Basketbol	5
Voleybol	3
Yüzme	2
Atletizm	4



Bir veri grubunda, en tipik özelliği veya değeri belirlemek istediğimizde tepe değerini kullanmamız en uygundur.

10. ÖRNEK

7, 4, 5, 6, 2, 4, 3, 5, 6, 4, 9, 8

Yukarıdaki veri grubunun tepe değerini, ortalamasını ve ortancasının değerini bilgisayar programını kullanarak bulalım.

ÇÖZÜM

GeoGebra programını çalıştırarak **Matematiksel Fonksiyonlar - İstatistikler - Mod** seçerek giriş bölümüne yukarıdaki verileri girelim. Enter tuşuna bastığımızda tepe değerini buluruz. Aynı şekilde ortalama ve ortanca değerini de siz bulunuz.



Matematik Fonksiyonlar imleci

Giriş: Mod[7,4,5,6,2,4,3,5,6,4,9,8]

ALİŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki veri gruplarının her birinin ortalamasını bulunuz.

a. 7, 9, 13, 15

b. 9, 2, 10, 1, 6, 4, 3

c. 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19

2. Aşağıdaki veri gruplarının her birinin tepe değerini bulunuz.

a. 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8

b. 6, 10, 16, 19, 25, 28, 12, 12, 8, 12, 28, 41, 11

c. 2, 3, 4, 5, 6, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

3. Aşağıdaki veri gruplarının her birinin ortanca değerini bulunuz.

a. 4, 5, 6, 7, 8

b. 2, 4, 6, 8, 12, 15, 16, 19, 22

c. 40, 15, 8, 16, 22, 28, 49, 10, 13, 33, 48, 60

4. 5, 25, 15, 20, 5

Yukarıdaki veri grubuna ait ortalama ile tepe değer arasındaki farkı bulunuz.

5. Yaş ortalaması 25 olan 6 kişilik bir gruptan yaşları 10 ve 40 olan iki kişi ayrılırsa, kalan kişilerin yaş ortalaması kaç olur?

A) 20

B) 25

C) 35

D) 45

6. Girdiği dört sınavın puan ortalaması 80 olan Ferhat, beşinci sınavdan kaç alırsa, puan ortalaması 82 olur?

A) 84

B) 86

C) 88

D) 90

7. Yandaki tabloda bir okulun güreş takımındaki dört öğrencinin ağırlık ve boyları verilmiştir. Buna göre bu takımdan kim ayrılırsa grubun ağırlık ortalaması azalırken boy ortalaması artar?

A) Bülent

B) Cem

C) Davut

D) Ahmet

Tablo: Bir Okulun Güreş Takımındaki Dört Öğrencinin Boy ve Ağırlıkları

İsim	Boy (cm)	Ağırlık (kg)
Ahmet	180	70
Bülent	170	60
Cem	165	70
Davut	170	75

8. Levent, İnternet kotasını iki ay üst üste aşınca günlük veri indirme miktarlarını not almaya karar vermiştir. Bu veriler yandaki tabloda gösterilmiştir. Buna göre bu verilerin tepe değerini bulunuz.

Tablo: Bir Haftalık İnternet Verileri

Pazartesi	250 MB
Salı	300 MB
Çarşamba	250 MB
Perşembe	320 MB
Cuma	700 MB
Cumartesi	400 MB
Pazar	500 MB

9. Yanda verilen tabloda, 7B sınıfı öğrencilerinin matematik dersi birinci sınavından aldıkları puanlar verilmiştir. Tabloya göre;

a. Bu sınıftaki öğrencilerin matematik sınavından aldıkları puanların ortalamasını bulunuz.

b. Öğrencilerin matematik sınavından aldıkları puanların ortanca ve tepe değerlerini bulunuz.

c. Sınıfın başarı durumunu yorumlayınız.

Tablo: 7B Sınıfı Öğrencilerinin Matematik Dersinden Aldığı Puanlar

Öğrencinin Adı	Aldığı Puan
Ahmet	40
Mehmet	30
Ali	25
Veli	42
Ömer	34
Ayşe	66
Zeynep	28
Hasan	41
Hüseyin	59
Saliha	21
Semih	47
Zuhal	100
Zülal	62
Özlem	05

10. Yanda verilen tabloda, bir sınıftaki öğrencilere sevdiği dersler sorulduğunda tablodaki veriler elde edilmiştir. Tabloya göre en çok sevilen dersin bulunabilmesi için ortalama, ortanca ve tepe değerlerinden hangisinin kullanılması daha uygun olur? Açıklayınız.

Tablo: Bir Sınıftaki Öğrencilerin En Sevdiği Derslere Göre Öğrenci Sayıları

Dersin Adı	Öğrenci Sayısı
Matematik	6
Türkçe	5
Beden Eğitimi	12
Fen Bilgisi	2
Sosyal Bilgiler	4
İngilizce	3

Verilerin Uygunluğuna Göre Grafik Çeşitleri



Verilerin değerleri arasındaki değişimin grafiği istendiğinde sıklık tablosu, sütun grafiği ve daire grafiği yapmak; hatalara sebep olacağından, bu tür sorularda çizgi grafiği gösterimi daha kullanışlı olacaktır.

Her bir verinin miktarını göstermek ve veriler arası karşılaştırma grafiği istendiğinde çizgi grafiği yapmak hataya sebep olacağından bu tür sorularda sıklık tablosu sütun grafiği ve daire grafiği gösterimi daha kullanışlı olacaktır.

Bir verinin bütün veriler içindeki yüzdesinin grafiği istendiğinde çizgi grafiği yapmak hataya sebep olacağından, bu tür sorularda sıklık tablosu, sütun grafiği ve daire grafiği gösterimi daha kullanışlı olacaktır.

İki ve ikiden fazla verinin sayı yüzdesinin grafiği istendiğinde çizgi grafiği, sıklık tablosu ve sütun grafiği yapmak hataya neden olacağından, bu tür sorularda daire grafiği gösterimi daha kullanışlı olacaktır.

1. ÖRNEK

Bir okulda yapılan ankete göre öğrencilerin 50 tanesi sinemaya gitmeyi, 40 tanesi pikniğe gitmeyi, 60 tanesi müze ziyaretine gitmeyi ve 30 tanesi de kütüphanedeki kitapların sayımını yapmayı tercih etmişlerdir. Bu durumu grafik üzerinde gösterelim.

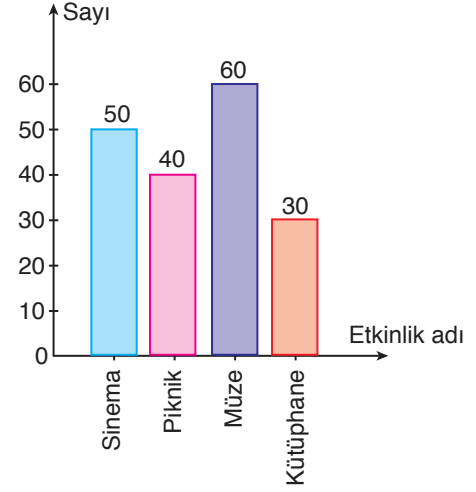
ÇÖZÜM

Önce sıklık tablosu sonra da tabloya göre sütun grafiği yapalım.

Tablo: Okuldaki Etkinlikler

Etkinlik adı	Sayı
Sinema	50
Piknik	40
Müze	60
Kütüphane	30

Grafik: Okuldaki Etkinlikler

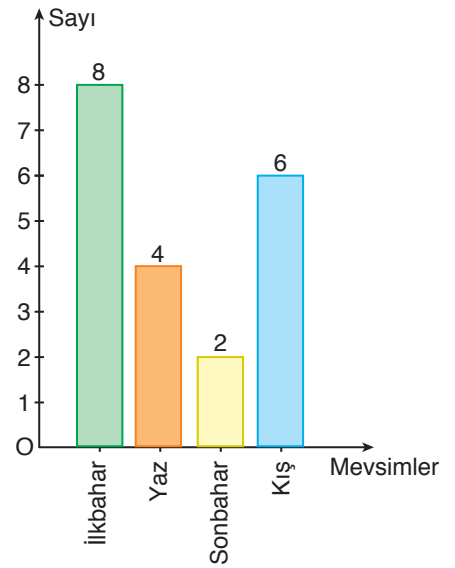


Verilerin, bütünün içindeki yüzdeleri bulunabileceğinden, bu tür soruların daire grafiği de yapılabilir.

2. ÖRNEK

Öğretmen, sınıfındaki öğrencilere “En çok sevdiğiniz mevsim hangisidir?” anket sorusunu soruyor. Aldığı cevaplara göre yandaki sütun grafiğini oluşturuyor. Grafikteki verileri kullanarak sütun grafiğini daire grafiğine dönüştürelim.

Grafik: Öğrencilerin Sevdiği Mevsimler



ÇÖZÜM

Daire grafiği oluşturmak için her mevsimin daire grafiğinde belirttiği merkez açığı bulmamız gerekir. Bunun için orantı kurmalıyız.

Dairenin tüm merkez açığı ölçüsü 360° dir.

İlkbahar mevsimini gösteren merkez açığı $\rightarrow \frac{8}{20} = \frac{x}{360^\circ}$ ise $20 \cdot x = 360^\circ \cdot 8$
 $\frac{1 \cdot 20x}{20_1} = \frac{18 \cdot 360^\circ \cdot 8}{20_1}$ ise $x = 144^\circ$

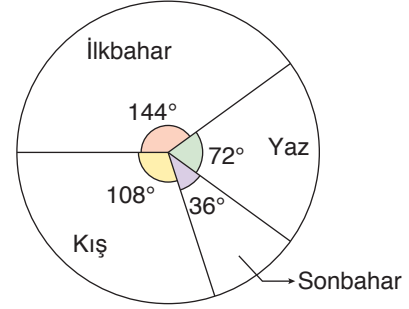
Yaz mevsimini gösteren merkez açığı $\rightarrow \frac{4}{20} = \frac{x}{360^\circ}$ ise $20 \cdot x = 360^\circ \cdot 4$
 $\frac{1 \cdot 20 \cdot x}{20_1} = \frac{18 \cdot 360^\circ \cdot 4}{20_1}$ ise $x = 72^\circ$

Sonbahar mevsimini gösteren merkez açığı $\rightarrow \frac{2}{20} = \frac{x}{360^\circ}$ ise $20x = 360^\circ \cdot 2$
 $\frac{1 \cdot 20x}{20_1} = \frac{2 \cdot 360^\circ \cdot 18}{20_1}$ ise $x = 36^\circ$

Kış mevsimini gösteren merkez açığı $\rightarrow \frac{6}{20} = \frac{x}{360^\circ}$ ise $20 \cdot x = 360^\circ \cdot 6$
 $\frac{1 \cdot 20x}{20_1} = \frac{18 \cdot 360^\circ \cdot 6}{20_1}$ ise $x = 108^\circ$ olur.

Bulduğumuz merkez açığı değerlerini kullanarak oluşturduğumuz daire grafiği aşağıdaki gibi olur.

Grafik: Öğrencilerin Sevdikleri Mevsimler



3. ÖRNEK

Sınıf öğretmeni Selin Hanım, öğrencileriyle beraber hafta sonu bir etkinlik yapmak istiyor. Bu etkinliğin ne olacağını belirlemek için ise sınıfta bir anket yapıyor. Anketin sonucunda ise aşağıdaki verileri elde ediyor.

Ankete göre aşağıdaki tablo oluşturuluyor. Bu verilere ait sütun grafiği oluşturalım.

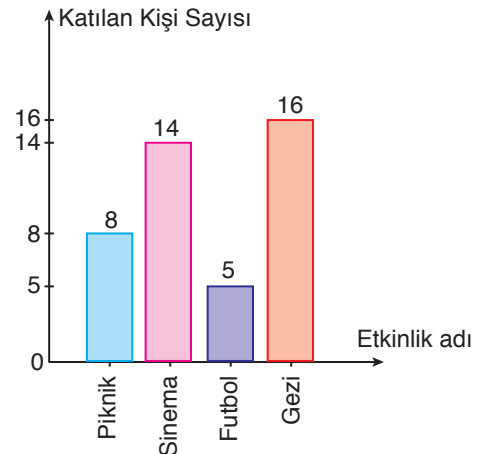
Tablo: Sınıfın, Hafta Sonu Yapacağı Etkinlikler

Etkinlikler	Çetele	Katılan Kişi Sayısı
Piknik	XXXX	8
Sinema	XXXXXXXX	14
Futbol	XX\	5
Gezi	XXXXXXXXXX	16

ÇÖZÜM

Yukarıdaki sıklık tablosuna göre sütun grafiği yandaki gibi olur.

Grafik: Sınıfın, Haftasonu Yapacağı Etkinlikler



4. ÖRNEK

Aşağıdaki tabloda haftanın 5 günü için bir kasabaya ait sıcaklık değerleri verilmiştir. Tabloya göre bir grafik oluşturalım.

Günler	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma
Sıcaklık (°C)	6	10	8	4	9

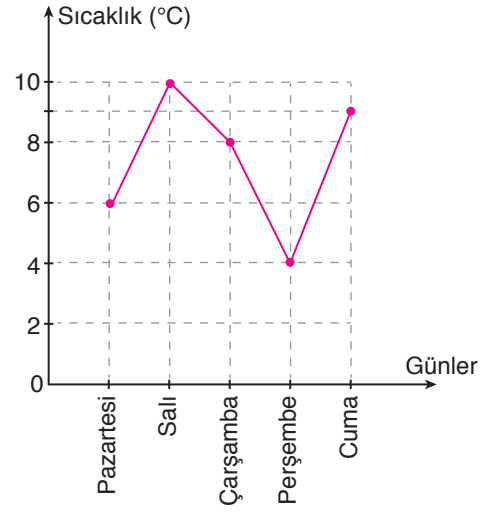
ÇÖZÜM

Grafikte günleri yatay eksene, sıcaklıkları dikey eksene yerleştirelim.

Bu tür sorularda sıcaklık tablosu, sütun grafiği ve daire grafiği yapmak uygun olmaz. Hataya sebep olur. Çizgi grafiği oluşturmak uygun olur.

Tabloya göre oluşturduğumuz grafik yandaki gibi olur.

Grafik: Haftanın 5 Günü Sıcaklık Değerleri



SIRA SİZDE

Yandaki tabloda verilen değerler herhangi bir partinin yaptırmış olduğu "Kimi belediye başkanınız olarak görmek istersiniz?" anketinin sonuçlarıdır. Buna göre siz partinin başkanı olsaydınız;

- Kimi kesinlikle aday gösterirdiniz?
- Kimi kesinlikle aday göstermezsiniz?
- Kesinlikle bir erkek aday göstermek isteseydiniz kimi aday gösterirdiniz?

Tablo: X Partisinin Belediye Başkanı Adayları ve Aldıkları Oylar

Adaylar	Aldıkları oylar
Ahmet KURT	750
Burhan KAZ	600
Cihan SERÇE	800
Demet KORTAL	1000
Esra ARSLAN	400

ALİŞTIRMALAR

1. Bahçıvan, bahçeye bir çam fidanı dikmiştir. Bu fidanın yıllara göre boyu yandaki tabloda verilmiştir.

- Tablodaki verilere ait çizgi grafiğini oluşturunuz.
- Tablodaki verileri sütun grafiği ile göstermek uygun olur mu? Neden?
- Çam fidanının 6. yıldaki boyunu tahmin ediniz.

Tablo: Fidanın Yıllara Göre Boyu

Yıl	Boy (cm)
1	25
2	40
3	65
4	100
5	145

2. **Tablo:** 2007-2010 Yılları Arasında Ankara İlinde Kış Döneminde Havadaki SO₂ Değerleri

Yıllar	Aylar						
	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Ortalama
2007-2008	14	72	118	78	71	54	68
2008-2009	12	22	39	58	64	26	37
2009-2010	6	39	29	38	34	25	29

Yukarıdaki tablo, Ankara'da 2007-2010 yılları arasında kış döneminde havadaki SO₂ değerlerini göstermektedir. Bu verileri uygun bir sütun grafiğinde göstererek grafiği yorumlayınız.

3. Meral Hanım'ın mayıs ayında kredi kartı ile yaptığı harcamalara ait döküm yandaki tabloda verilmiştir.

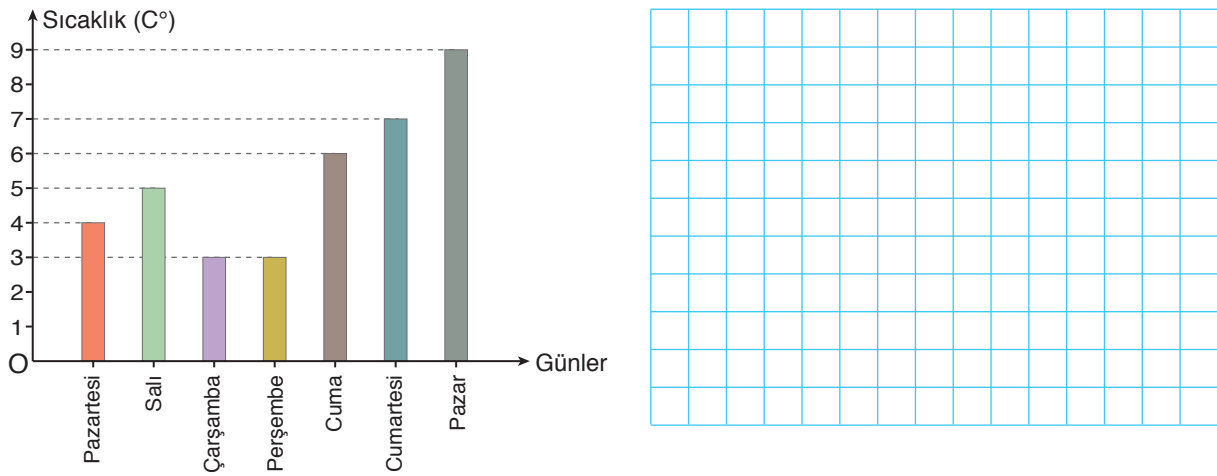
- Her bir harcama çeşidinin mayıs ayı içerisindeki tüm harcamalardaki yüzdesini bulunuz.
- Mayıs ayı harcamalarına ait daire grafiği oluşturunuz.
- Verileri sütun ve çizgi grafiği ile gösteriniz. Bu grafik çeşitlerinin bu verileri göstermek için uygun olup olmadığını açıklayınız.

Tablo: Meral Hanım'ın Mayıs Ayında Yaptığı Harcamalar

Harcamanın çeşidi	Harcama tutarı (TL)
Gıda	₺400
Akaryakıt	₺400
Giyim	₺300
Kozmetik	₺50
Ev eşyası	₺200

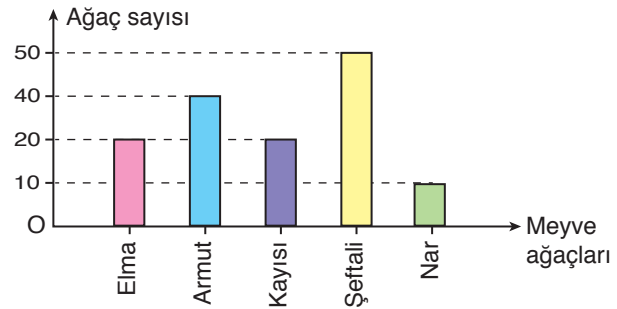
4. Aşağıdaki sütun grafiğindeki değerler, bir bölgenin mart ayındaki 7 günlük sıcaklık değerleridir. Sütun grafiğini çizgi grafiğine dönüştürerek kareli kâğıda çizimi yapınız.

Grafik: 7 Günlük Ortalama Sıcaklık Değerleri



5. Yandaki grafik bir bahçedeki meyve ağaçlarının sayılarını göstermektedir. Bu verilere ait daire grafiğini oluşturunuz.

Grafik: Bahçedeki Meyve Ağacı Sayıları



6. Sera gazları, sera etkisini destekleyen, atmosferde bulunan ve en çok ısı tutma özelliğine sahip olan bileşiklerdir.

Güneş'ten gelen ışınlar, atmosferi geçerek yeryüzünü ısıtır. Atmosferdeki gazlar, yeryüzündeki ısının bir kısmını tutar ve yeryüzünün ısı kaybına engel olur. Böylece suların sıcaklığı dengede kalır ve nehirlerin, okyanusların donması engellenmiş olur. Fakat sera gazı seviyelerindeki artış nedeniyle dünya gittikçe ısınmaktadır. Buna, sera etkisi denir.

Tablo: Sektörlere Göre 1990-2009 Yılları Arası Toplam Sera Gazı Emisyonları

	1990	1995	2000	2005	2009
Enerji	132,13	160,79	212,55	241,75	278,33
Endüstriyel işlemler	15,44	24,21	24,37	28,78	31,69
Tarımsal faaliyetler	29,78	28,68	27,37	25,84	25,70
Atık	9,68	23,83	32,72	33,52	33,93
Toplam	187,03	237,51	297,01	329,90	369,65
1990 yılına göre artış yüzdesi	-	26,99	58,80	76,39	97,64

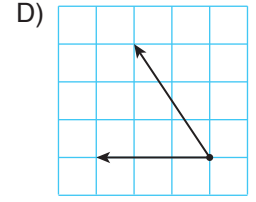
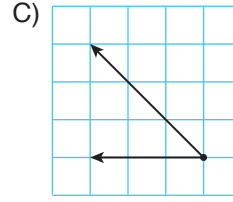
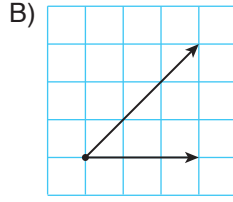
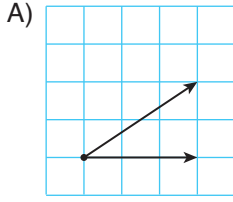
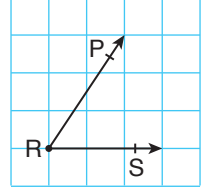
Kaynak: <http://www.tuik.gov.tr/PreHaberBultenleri.do?id=16174> (22.05.2015)

Yukarıdaki tabloda sektörlere göre toplam sera gazı emisyonları verilmiştir.

Buna göre atık sektörüne ait sütun grafiğini oluşturunuz.

4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Yandaki PRS açısının eşi olan açı aşağıdakilerden hangisidir?



2. Yandaki şekilde,

$$[OA \perp [OE,$$

$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC}),$$

$$m(\widehat{COD}) = m(\widehat{DOE}),$$

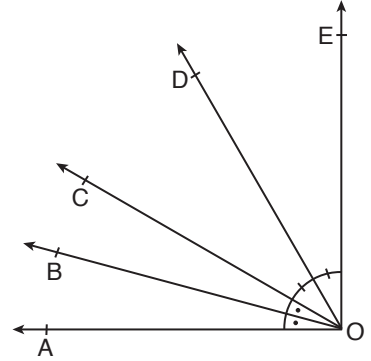
$$m(\widehat{AOE}) = 90^\circ \text{ olduğuna göre } m(\widehat{BOD}) \text{ kaç derecedir?}$$

A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) 75°



3. Yandaki şekilde,

$$m(\widehat{COD}) = 90^\circ,$$

[OB ve [OE açkırtay olduğuna göre

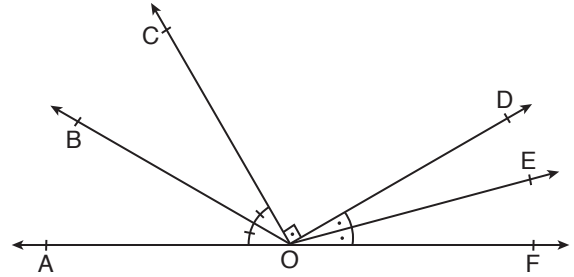
$$m(\widehat{BOE}) \text{ kaç derecedir?}$$

A) 180°

B) 145°

C) 135°

D) 105°



4. Yandaki şekilde,

$$m(\widehat{HDO}) = 84^\circ,$$

$$m(\widehat{EFB}) = 120^\circ \text{ ve}$$

[OC açkırtay ise

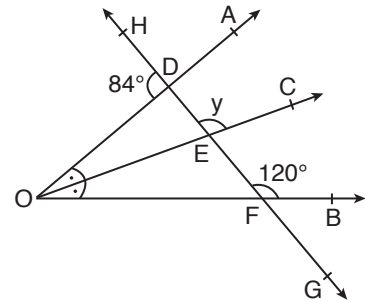
$$m(\widehat{DEC}) = y \text{ kaç derecedir?}$$

A) 36°

B) 84°

C) 96°

D) 108°



5. Aşağıdaki cümlelerde noktalı yerlere uygun sözcükleri yazınız.

- a. Bir ilin bir haftalık sıcaklık değişimini göstermek için grafiği kullanılabilir.
- b. Bir grupta bulunan öğrencilerin bir dersten aldıkları puanları göstermek için grafiği kullanılabilir.
- c. Bir öğrencinin girmiş olduğu dört sınavın sonuçlarını göstermek için grafiği kullanılabilir.
- ç. Bir şehrin son beş yıldaki nüfus değişimini göstermek için grafiği kullanılabilir.
- d. Bir gruptaki öğrencilerin ağırlıklarını göstermek için grafiği kullanılabilir.
- e. Bir verinin bütün verilerin içindeki yüzdesini (oranını) göstermek için grafiği kullanılabilir.
- f. İki ve ikiden fazla verinin sayı yüzdesini göstermek için grafiği kullanılabilir.

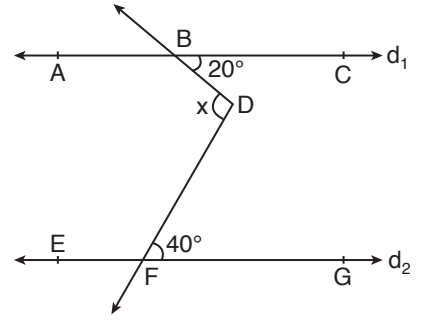
6. Yandaki şekilde $d_1 \parallel d_2$,

$$m(\widehat{CBD}) = 20^\circ,$$

$$m(\widehat{DFG}) = 40^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre $m(\widehat{BDF}) = x$ kaç derecedir?

- A) 20° B) 40°
C) 60° D) 100°



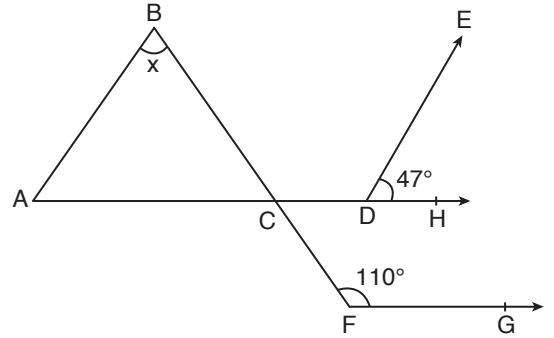
7. Yandaki şekilde $[AB] \parallel [DE]$, $[AD] \parallel [FG]$,

$$m(\widehat{EDH}) = 47^\circ,$$

$$m(\widehat{CFG}) = 110^\circ \text{ olduğuna göre}$$

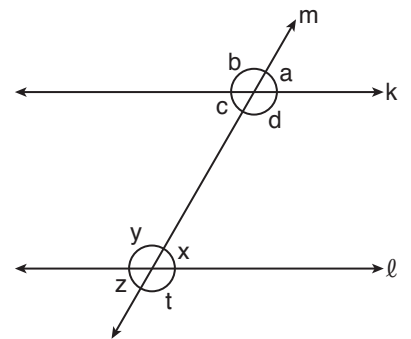
$$m(\widehat{ABC}) = x \text{ kaç derecedir?}$$

- A) 63° B) 72°
C) 81° D) 95°



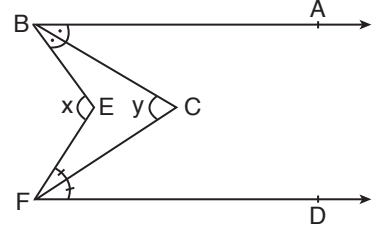
8. Yandaki şekilde $k \parallel \ell$ olduğuna göre aşağıda verilen ifadelerden doğru olanların başına "D", yanlış olanların başına "Y" yazınız.

- a ile x açıları yöndeştir.
- b ile x açıları iç terstir.
- c ile d açıları dış ters açılardır.
- a ile z dış ters açılardır.
- d ile t yöndeş açılardır.



9. Yandaki şekilde $[BA \parallel [FD$,
 $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CBE})$, $m(\widehat{CFD}) = m(\widehat{EFC})$,
 $m(\widehat{BEF}) = x$, $m(\widehat{BCF}) = y$ olduğuna göre
aşağıdakilerden hangisi **kesinlikle** doğrudur?

- A) $x + y = 180^\circ$ B) $2y = x$
C) $x - y = 90^\circ$ D) $2y + x = 180^\circ$



10. Yandaki şekilde,

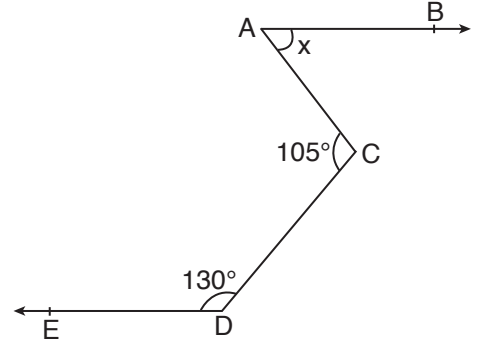
$[AB \parallel [DE$,

$m(\widehat{ACD}) = 105^\circ$,

$m(\widehat{EDC}) = 130^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 45° B) 50°
C) 55° D) 60°

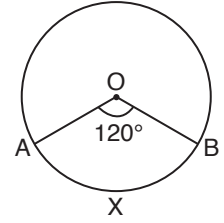


11. Yandaki O merkezli çemberde,

$m(\widehat{AOB}) = 120^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{AXB}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 30° B) 60°
C) 90° D) 120°

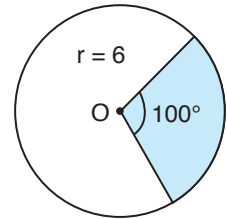


12. Merkez açısının ölçüsü 90° ve çember uzunluğu 48 cm olan çemberde merkez açının gördüğü yayın uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 96 B) 48 C) 24 D) 12

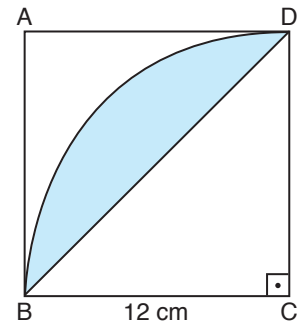
13. Yandaki dairede verilenlere göre boyalı kısmın alanı kaç cm^2 dir?
 $(\pi = 3$ alınınız.)

- A) 72 B) 36
C) 30 D) 27



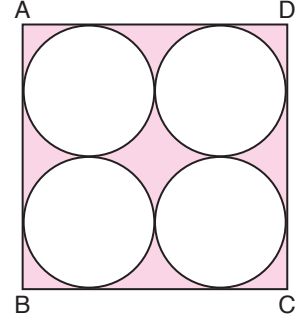
14. Yandaki şekilde verilen ABCD karesinin içine C merkezli daire dilimi çizilmiştir. $IBCI = 12$ cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir? $(\pi = 3$ alınınız.)

- A) 24 B) 27
C) 32 D) 36



15. Yandaki şekilde, ABCD karesinin içine birbirine eş dört teğet daire çizilmiştir. ABCD karesinin alanı 64 cm^2 ise boyalı bölgenin alanları toplamı kaç cm^2 dir? ($\pi = 3$ alınınız.)

- A) 24 B) 18
C) 16 D) 8

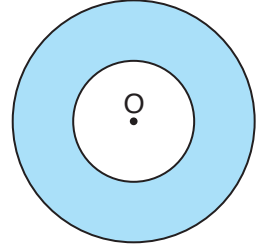


16. Çevresi 102 cm olan bir dairenin alanı kaç cm^2 dir? ($\pi = 3$ alınınız.)

- A) 289 B) 689 C) 841 D) 867

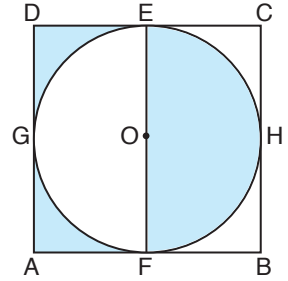
17. O merkezli iki dairenin yarıçapları 5 cm ve 3 cm'dir. Buna göre dairelerin arasında kalan bölgenin alanı kaç cm^2 dir? ($\pi = 3$ alınınız.)

- A) 72 B) 54
C) 48 D) 36



18. Yandaki şekilde ABCD kare, E, F, G, H çemberin kareye değme noktalarıdır. [EF] çap ve IOFI = 20 cm olduğuna göre mavi boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir? ($\pi = 3$ alınınız.)

- A) 100 B) 150
C) 175 D) 200



19. 11, 8, 13, 7, 18, 9, 14, 10, 12

Yukarıdaki veri grubunun ortancası kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12

20. 5, 12, 15, 21, 8, 15, 12, 16, 9, 12, 6, 20

Yukarıdaki veri grubunun tepe değeri kaçtır?

- A) 5 B) 12 C) 15 D) 16

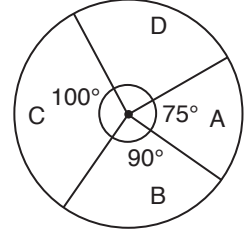
21. Yaş ortalaması 30 olan 4 kişilik gruba, yaşı 40 olan bir kişi daha katılırsa grubun yeni yaş ortalaması kaç olur?

- A) 32 B) 33 C) 34 D) 35

22. Yanda verilen daire grafiği, bir okulun 7. sınıf Őubelerindeki Őđrenci sayılarını göstermektedir. D Őubesinde 19 Őđrenci olduğuna göre B Őubesindeki Őđrenci sayısı A Őubesindeki Őđrenci sayısından kaē fazladır?

- A) 2
B) 3
C) 4
D) 5

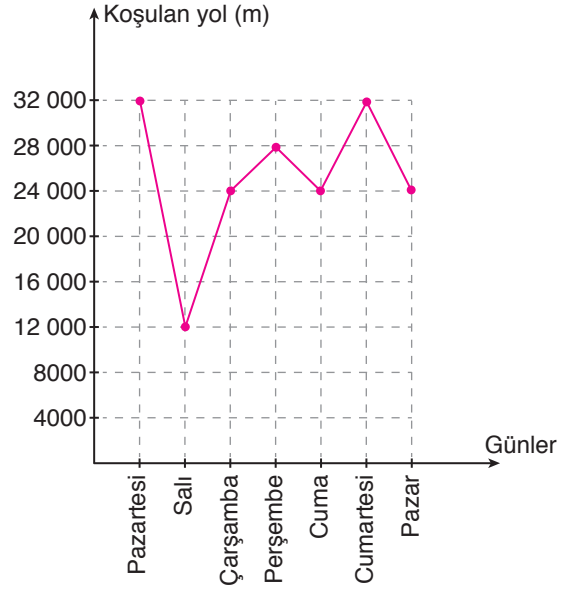
Grafik: Bir Okulun Sınıf Mevcutlarının Dağılımı



23. Yanda verilen grafik, bir sporcunun her gŐn koŐtuđu mesafeyi göstermektedir. Grafiğe göre aşağıdakilerden hangisi **yanlıŐtır**?

- A) En fazla koŐtuđu gŐnler pazartesi ve cumartesi gŐnleridir.
B) En az koŐtuđu gŐn salı gŐnŐdŐr.
C) Salı ve ęarŐamba gŐnŐ koŐtuđu toplam mesafe, cumartesi gŐnŐ koŐtuđu mesafeden daha kısadır.
D) ęarŐamba, cuma ve pazar gŐnleri koŐtuđu mesafe eşittir.

Grafik: Bir Sporcunun Haftanın Her GŐnŐ KoŐtuđu Mesafeler

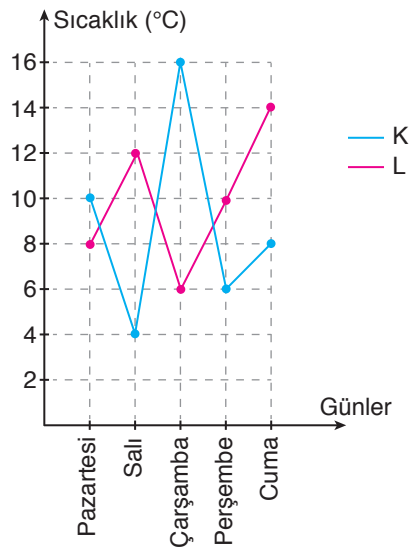


24. Yandaki ęizgi grafiği K ve L illerinin beş gŐnlŐk sıcaklık dağılımını göstermektedir.

Buna göre K ilinin en yŐksek sıcaklığı ile L ilinin en dŐŐuk sıcaklığı arasındaki fark kaē derecedir?

- A) 10
B) 11
C) 12
D) 13

Grafik: K ve L illerinin Beş GŐnlŐk Sıcaklık Dağılımı



5.Ünite

ÇOKGENLER

Düzdün Çokgenler

Çokgenlerin Köşegenleri, İç ve Dış Açıları

Dörtgenler

Eşkenar Dörtgenin ve Yamuğun Alanı

Alan ile İlgili Problemler

DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

Eş Şekiller

Öteleme

Ötelenen Şekil ile Görüntüsünü Karşılaştırma

Yansıma

Yansıtılan Şekil ile Görüntüsünü Karşılaştırma

Ardışık Ötelemeler ve Yansımaların Görünümleri

CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

Üç Boyutlu Cisimlerin İki Boyutlu Görünümleri

Farklı Yönlerden Görünümleri Verilen Yapıyı Oluşturma

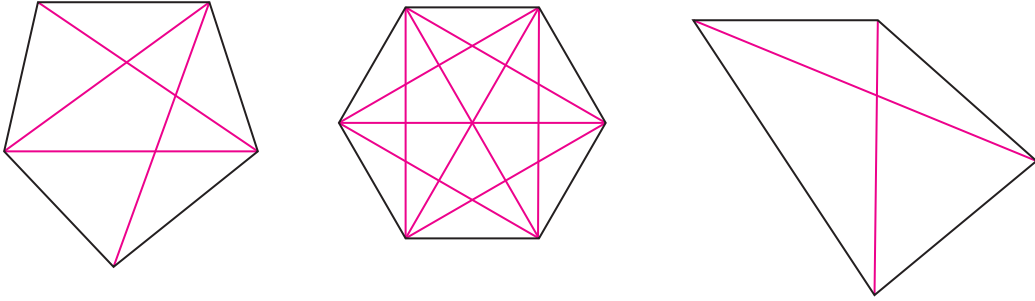
ÇOKGENLER

Çokgenlerin Köşegenleri, İç ve Dış Açıları



En az üç doğru parçasının ardışık bir şekilde uç uca eklenmesiyle oluşan kapalı şekillere; **çokgen** denir.

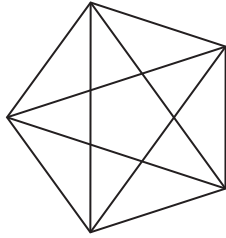
Bir çokgenin ardışık olmayan herhangi iki köşesini birleştiren doğru parçasına; **köşegen** denir.



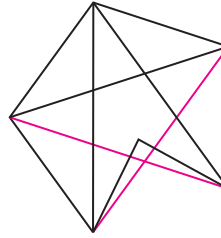
Yukarıdaki çokgenlerde kırmızı renkteki doğru parçaları birer köşegendir.

Köşegenlerin tamamı çokgenin iç bölgesinde ise bu tür çokgenlere; **dışbükey çokgen** denir.

Köşegenlerin bazıları çokgenin dış bölgesinde kalıyorsa bu tür çokgenlere; **içbükey çokgen** denir. Biz dışbükey çokgenleri ele alacağız. Bundan sonra çokgen denince dışbükey çokgen anlaşılacaktır.



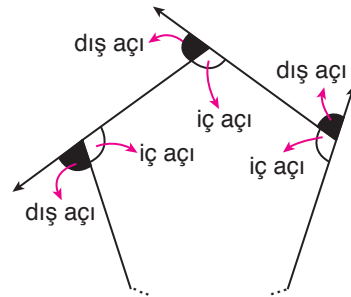
Köşegenler çokgenin iç bölgesinde (dışbükey)



Köşegenlerin bazıları çokgenin dış bölgesine taşmış (içbükey)

Çokgenlerde iç bölgede iki kenarın kesişimi ile oluşan açılara; **iç açılar** denir. Bir kenarın uzantısıyla komşu kenarın oluşturduğu açığa **dış açı** denir.

Bir çokgenin aynı köşesine ait iç açısı ile dış açısının toplamı 180° dir.



Çokgenlerin İç ve Dış Açılarının Ölçüleri Toplamını Hesaplama

ETKİNLİK

Araç ve Gereçler: geometri tahtası, renkli ip, lastik, boya kalemleri, noktalı kâğıt, cetvel.

- ▶ Geometri tahtası üzerinde lastiklerle dörtgen, beşgen, altıgen, yedigen ve sekizgen oluşturunuz.
- ▶ Bu çokgenlerin bir köşesini diğer köşeleriyle renkli ipinizi kullanarak birleştirip üçgenler oluşturunuz.
- ▶ Bu çokgenleri ve köşegenleri noktalı kâğıdınıza modelleyiniz.
- ▶ Çokgenlerin iç bölgelerinde oluşan üçgenleri farklı renklerde boyayıp aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Çokgenler	Kenar sayısı (n)	Oluşan üçgen sayısı (n - 2)	Çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $((n - 2) \cdot 180^\circ)$
	4	2	$(4 - 2) \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$
			
			
			
			



Kenar sayısı n olan bir çokgende, bir köşeden, köşegenler çizilerek $(n - 2)$ tane üçgen elde edilir.

n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden $(n - 3)$ tane köşegen çizilebilir.

n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, $(n - 2) \cdot 180^\circ$ formülü ile hesaplanır.

1. ÖRNEK

Beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

ÇÖZÜM

Çokgenin kenar sayısı 5 olduğundan, $n = 5$ olur.

$$\begin{aligned}\text{İç açıların ölçüleri toplamı} &= (n - 2) \cdot 180^\circ \\ &= (5 - 2) \cdot 180^\circ \\ &= 3 \cdot 180^\circ \\ &= 540^\circ \text{ olur.}\end{aligned}$$

2. ÖRNEK

Yedigenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

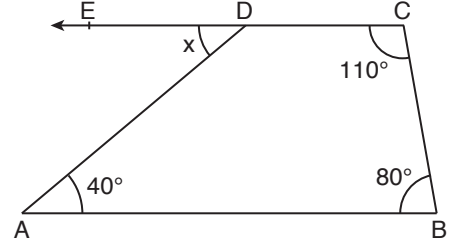
ÇÖZÜM

Çokgenin kenar sayısı $n = 7$ olur.

$$\begin{aligned}\text{İç açıların ölçüleri toplamı} &= (n - 2) \cdot 180^\circ \\ &= (7 - 2) \cdot 180^\circ \\ &= 5 \cdot 180^\circ \\ &= 900^\circ \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

3. ÖRNEK

Yandaki şekilde, $m(\widehat{DAB}) = 40^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 80^\circ$,
 $m(\widehat{BCD}) = 110^\circ$ ise $m(\widehat{ADE}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

Dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $= (4 - 2) \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$ dir. Buradan,

$$\begin{aligned}360^\circ &= 40^\circ + 80^\circ + 110^\circ + m(\widehat{ADC}) \\ m(\widehat{ADC}) &= 360^\circ - 230^\circ \\ m(\widehat{ADC}) &= 130^\circ \text{ olur.} \\ m(\widehat{ADE}) &= 180^\circ - 130^\circ \\ x &= 50^\circ \text{ bulunur.}\end{aligned}$$



Bütün çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

4. ÖRNEK

Bir sekizgenin dış açıları toplamını bulalım.

ÇÖZÜM

Bütün çokgenlerin dış açıları toplamı, 360° olduğundan, sekizgenin de dış açıları toplamı 360° dir.

5. ÖRNEK

Bir yedigenin bir köşesinden çizilen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısını bulalım.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{Yedigenin bir köşesinden geçen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısı} &= n - 2 \\ &= 7 - 2 \\ &= 5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

6. ÖRNEK

10 kenarlı bir çokgenin bir köşesinden kaç tane köşegen çizilebileceğini bulalım.

ÇÖZÜM

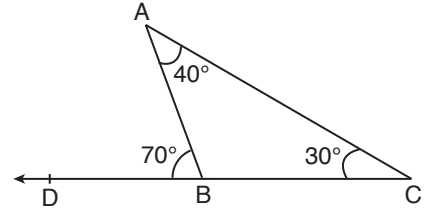
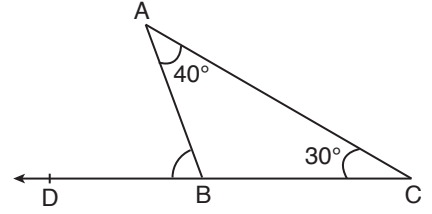
n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden $(n - 3)$ tane köşegen çizilebilir.
 $n = 10$ olduğundan $(n - 3) = (10 - 3) = 7$ tane köşegen çizilebilir.

7. ÖRNEK

Yandaki şekilde $m(\widehat{BAC}) = 40^\circ$ ve $m(\widehat{ACD}) = 30^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{ABD})$ nün kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Yandaki ABC üçgeninde iç açılar toplamı, 180° olduğundan,
 $40^\circ + 30^\circ + m(\widehat{CBA}) = 180^\circ$
 $m(\widehat{CBA}) = 180^\circ - 70^\circ$
 $m(\widehat{CBA}) = 110^\circ$ dir.
CBA iç açısı ile komşu ABD açısı bütünler olduğundan,
 $m(\widehat{ABD}) = 180 - m(\widehat{CBA})$
 $= 180^\circ - 110^\circ$
 $= 70^\circ$ bulunur.



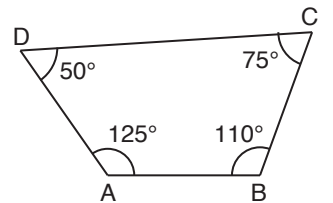
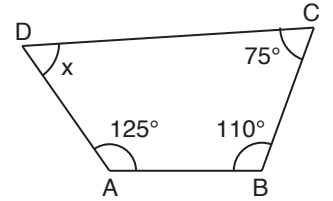
8. ÖRNEK

Yandaki ABCD dörtgeninde, $m(\widehat{BAD}) = 125^\circ$, $m(\widehat{CBA}) = 110^\circ$ ve $m(\widehat{DCB}) = 75^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{ADC}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

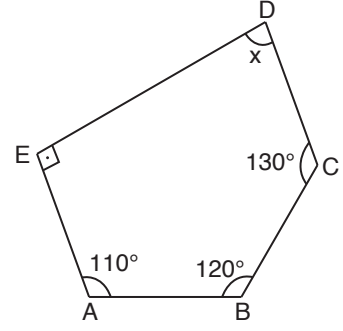
Dörtgenin iç açıları toplamı 360° olacağından,

$$\begin{aligned} m(\widehat{BAD}) + m(\widehat{CBA}) + m(\widehat{DCB}) + m(\widehat{ADC}) &= 360^\circ \\ 125^\circ + 110^\circ + 75^\circ + x &= 360^\circ \\ 310^\circ + x &= 360^\circ \\ x &= 360^\circ - 310^\circ \\ x &= 50^\circ \text{ bulunur.} \end{aligned}$$



9. ÖRNEK

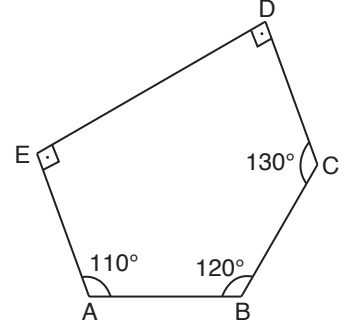
Yandaki ABCDE beşgeninde, $m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$,
 $m(\widehat{BCD}) = 130^\circ$, $m(\widehat{EAB}) = 110^\circ$ ve $m(\widehat{DEA}) = 90^\circ$ olduğuna
göre, $m(\widehat{CDE}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

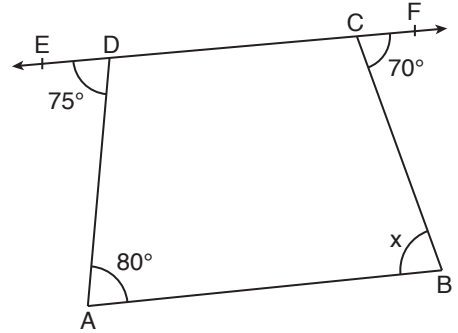
Beşgenin iç açıları toplamı 540° olduğundan,

$$\begin{aligned} m(\widehat{EAB}) + m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{BCD}) + m(\widehat{CDE}) + m(\widehat{DEA}) &= 540^\circ \\ 110^\circ + 120^\circ + 130^\circ + x + 90^\circ &= 540^\circ \\ 450^\circ + x &= 540^\circ \\ x &= 540^\circ - 450^\circ \\ x &= 90^\circ \text{ olur.} \end{aligned}$$



ALİŞTIRMALAR

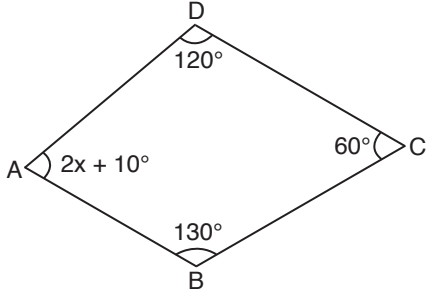
1. Kenar sayısı 12 olan çokgenin,
 - a. İç açıları toplamını
 - b. Dış açıları toplamını bulunuz.
2. Bir altıgenin bir köşesinden kaç tane köşegen çizilebilir?
3. Yandaki şekilde $m(\widehat{ADE}) = 75^\circ$, $m(\widehat{DAB}) = 80^\circ$ ve $m(\widehat{BCF}) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?



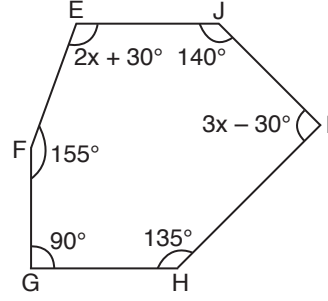
4. Bir köşesinden geçen köşegen sayısı 13 olan çokgenin kenar sayısını bulunuz.

5. Aşağıdaki çokgenlerde verilenlere göre her bir çokgen için x kaçtır? Bulunuz.

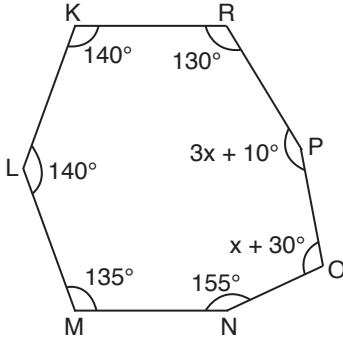
a.



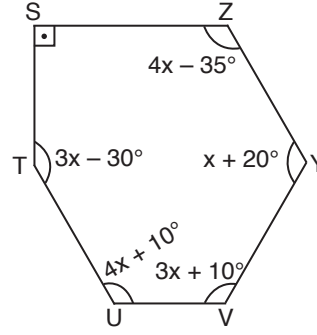
b.



c.



ç.



Düzgün Çokgenler

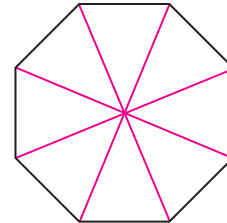
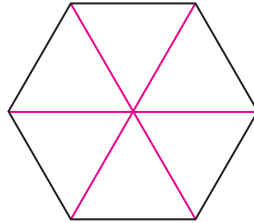
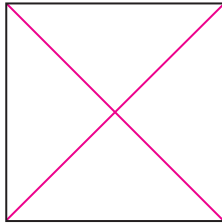


Kenar uzunlukları ve açıların ölçüleri eşit olan çokgenlere; **düzgün çokgen** denir.

1. ÖRNEK

Kare, düzgün altıgen ve düzgün sekizgenin köşegenlerini çizelim. Köşegen uzunluklarını karşılaştıralım.

ÇÖZÜM



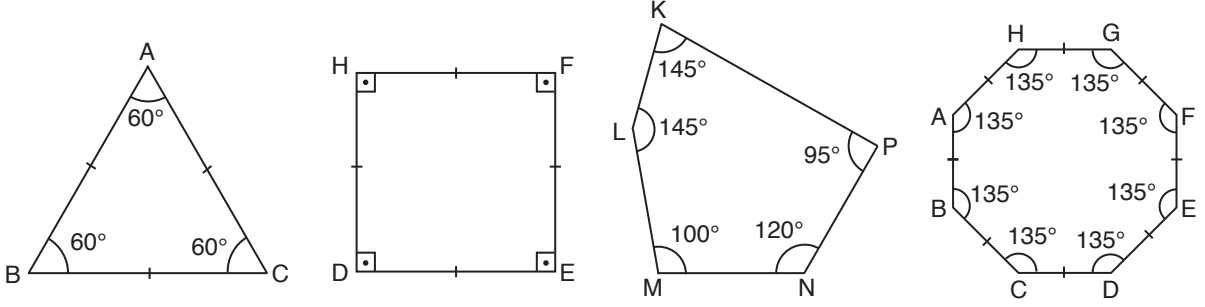
Yukarıda kare, düzgün altıgen ve düzgün sekizgenin merkezden geçen köşegenleri çizilmiştir. Her şeklin köşegen uzunlukları birbirine eşittir ve köşegenler birbirini ortalamaktadır.



Düzgün çokgenlerin merkezinden geçen köşegenler birbirine eşit ve birbirini ortalar.

2. ÖRNEK

Aşağıdaki şekillerin açı ölçülerini ve kenar uzunluklarını inceleyelim. Düzgün çokgen olanları belirtelim.



ÇÖZÜM

Yukarıdaki üçgen, kare ve sekizgenin her birinin açı ölçüleri ve kenar uzunlukları birbirine eşittir. Beşgenin ise açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit değildir. Bundan dolayı, eşkenar üçgen, kare ve sekizgenin her biri birer düzgün çokgendir.

3. ÖRNEK

Düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsünü bulalım.

ÇÖZÜM

Altıgenin iç açılarının ölçüleri toplamı;

$$\begin{aligned}(n - 2) \cdot 180^\circ &= (6 - 2) \cdot 180^\circ \\ &= 4 \cdot 180^\circ \\ &= 720^\circ \text{ dir.}\end{aligned}$$

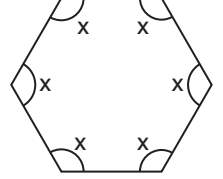
Düzgün altıgenin iç açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

İç açılarının her birini x olarak adlandıralım:

$$x + x + x + x + x + x = 720^\circ$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{720^\circ}{6}$$

$$x = 120^\circ \text{ bulunur.}$$



n kenarlı bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü x olmak üzere, n kenarlı düzgün bir çokgenin n tane iç açısı olduğundan, bir iç açısının ölçüsü,

$$x = \frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n} \text{ dir.}$$

n kenarlı düzgün bir çokgenin bir dış açısının ölçüsü y olmak üzere, n kenarlı düzgün bir çokgenin n tane dış açısı olduğundan, bir dış açısının ölçüsü,

$$y = \frac{360^\circ}{n} \text{ dir.}$$

4. ÖRNEK

Düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsünü bulalım.

ÇÖZÜM

Beşgenin kenar sayısı $n = 5$ olduğundan, bir iç açısının ölçüsü, $x = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ formülünden,

$$x = \frac{(5-2) \cdot 180^\circ}{5}$$

$$x = \frac{3 \cdot 180^\circ}{5}$$

$$x = 3 \cdot 36^\circ$$

$x = 108^\circ$ olduğundan, bir düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü 108° dir.

5. ÖRNEK

Düzgün sekizgenin bir iç açısının ölçüsünü bulalım.

ÇÖZÜM

Düzgün sekizgen 8 kenarlı olduğundan $n = 8$ olur.

$$\text{Bir iç açısının ölçüsü } x = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = \frac{(8-2) \cdot 180^\circ}{8} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 180^\circ}{8} = \frac{3 \cdot 45^\circ}{1}$$

$$x = 135^\circ \text{ olur.}$$

6. ÖRNEK

Bir dış açısının ölçüsü 60° olan bir düzgün çokgenin kaç kenarlı olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Düzgün çokgenin kenar sayısı n olsun

$$y = \frac{360^\circ}{n}$$

$$60^\circ = \frac{360^\circ}{n}$$

$$60^\circ \cdot n = 360^\circ$$

$$n = \frac{360^\circ}{60^\circ}$$

$$n = 6 \text{ bulunur.}$$

7. ÖRNEK

Bir iç açısının ölçüsü, bir dış açısının ölçüsünün 3 katı olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulalım.

ÇÖZÜM

Düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsüne x dersek bir iç açısının ölçüsü $3x$ olur. Çokgenlerde iç açı ile dış açının ölçüleri toplamı 180° olduğundan,

$$x + 3x = 180^\circ$$

$$4x = 180^\circ$$

$$x = \frac{180^\circ}{4}$$

$$x = 45^\circ \text{ olur.}$$

Çokgenin bir dış açısının ölçüsü $x = \frac{360^\circ}{n}$ olur.

$$\text{Buradan, } 45^\circ = \frac{360^\circ}{n}$$

$$45^\circ \cdot n = 360^\circ$$

$$n = \frac{360^\circ}{45^\circ}$$

$n = 8$ bulunur.

ALİŞTIRMALAR

1. Bir dış açısının ölçüsü 20° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?
2. Bir iç açısının ölçüsü 140° olan düzgün çokgenin kenar sayısı kaçtır?
3. 15 kenarlı bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsü kaç derecedir?
4. Kenar sayısı 12 olan bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

Dörtgenler

Yamuk



Kenar çiftlerinden en az biri paralel olan dörtgene; **yamuk** denir.

Yandaki ABCD yamuğunda $[DC] \parallel [AB]$ paralel olan bu kenarlardan $[AB]$ kenarına **yamuğun alt tabanı**, $[DC]$ kenarına **yamuğun üst tabanı**, $[AC]$ ve $[BD]$ 'na **ABCD yamuğunun köşegenleri**, $[CH]$ 'na **yamuğun yüksekliği** denir. Ayrıca, $[AD]$ ve $[BC]$ **yamuğun yan kenarlarıdır**.

Paralel olmayan kenarlarının uzunlukları eşit olan yamuğa; **ikizkenar yamuk** denir.

$$[AB] \parallel [DC] \text{ ve } |AD| = |BC|$$

İkizkenar yamukta alt ve üst taban açıların ölçüleri eşittir.

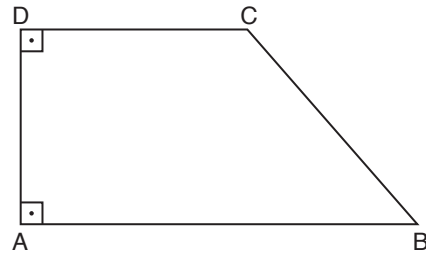
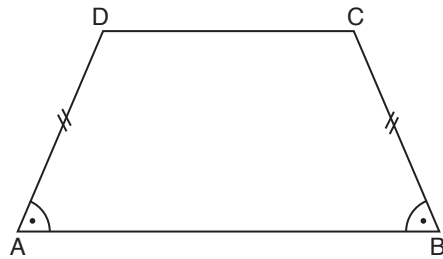
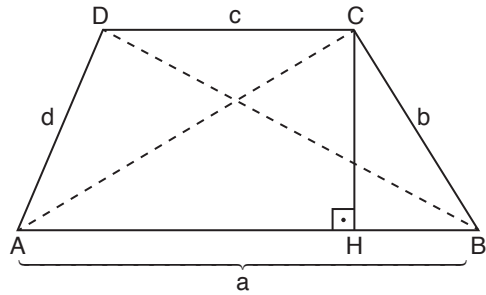
$$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) \text{ ve } m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})\text{'dür.}$$

Bir kenarı tabanlara dik olan yamuğa; **dik yamuk** denir.

$$[AB] \parallel [DC],$$

$$[AD] \perp [DC] \text{ ve } [AD] \perp [AB]$$

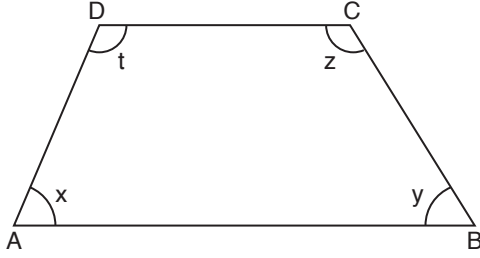
ise $[AD]$ yüksekliktir.





Yamuğun alt tabanı üst tabanına paraleldir.

[AB] // [CD] olduğundan, bir yan kenarla tabanların oluşturduğu iç açı ölçülerinin toplamı 180° dir.



$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$$

$$x + t = 180^\circ$$

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$

$$y + z = 180^\circ \text{ dir.}$$

1. ÖRNEK

Yandaki ABCD yamuğunda,

$$m(\widehat{A}) = 4x, m(\widehat{B}) = 2y,$$

$$m(\widehat{C}) = 4y, m(\widehat{D}) = 5x$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranını bulalım.

ÇÖZÜM

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$$

$$4x + 5x = 180^\circ$$

$$9x = 180^\circ$$

$$x = 20^\circ \text{ dir.}$$

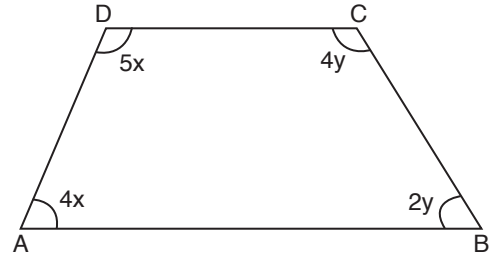
$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$

$$2y + 4y = 180^\circ$$

$$6y = 180^\circ$$

$$y = 30^\circ \text{ dir.}$$

Buradan, $\frac{x}{y} = \frac{20^\circ}{30^\circ} = \frac{2}{3}$ bulunur.



2. ÖRNEK

Yandaki ABCD yamuğunda,

$$|ADI| = |BDI|,$$

$$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{BCD}) = 150^\circ \text{ ise}$$

$m(\widehat{CBD}) = \alpha$ kaç derecedir? Bulalım.

ÇÖZÜM

[DC] // [AB] olduğundan,

$$m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{DBA}) = x \text{ 'tir. (iç ters açı)}$$

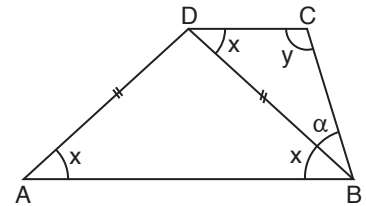
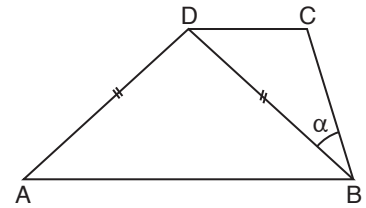
$$m(\widehat{BCD}) = y \text{ olsun.}$$

|ADI| = |BDI| olduğundan,

$$m(\widehat{DBA}) = m(\widehat{DAB}) = x$$

$$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{BCD}) = 150^\circ \text{ verildiğinden,}$$

$$x + y = 150^\circ \text{ dir.}$$



DCB üçgeninde iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

Buna göre

$$x + y + \alpha = 180^\circ$$

$$150^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ \text{ olur.}$$

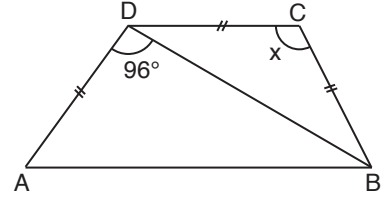
3. ÖRNEK

Yandaki ABCD ikizkenar yamuğunda,

$$|BC| = |CD| = |AD|,$$

$$m(\widehat{BDA}) = 96^\circ \text{ ise}$$

$m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir? Bulalım.



ÇÖZÜM

CBD ikizkenar üçgen olduğundan, taban açılarının ölçüleri eşit ve α olsun.

$[DC] \parallel [AB]$ olduğundan,

$$m(\widehat{CBD}) = m(\widehat{DBA}) = \alpha \text{ olur. (İç ters açı)}$$

ABCD ikizkenar yamuk olduğu için taban açılarının ölçüsü eşittir.

$$m(\widehat{CBA}) = m(\widehat{DAB}) = 2\alpha \text{ olur.}$$

DAB üçgeninde iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan,

$$2\alpha + \alpha + 96^\circ = 180^\circ$$

$$3\alpha + 96^\circ = 180^\circ$$

$$3\alpha = 180^\circ - 96^\circ$$

$$3\alpha = 84^\circ$$

$$\alpha = 28^\circ \text{ olur.}$$

DBC üçgeninde iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan,

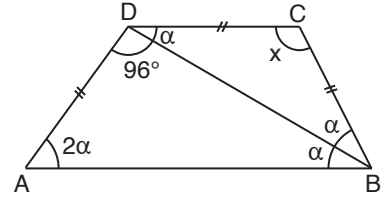
$$\alpha + \alpha + x = 180^\circ$$

$$28^\circ + 28^\circ + x = 180^\circ$$

$$56^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 56^\circ$$

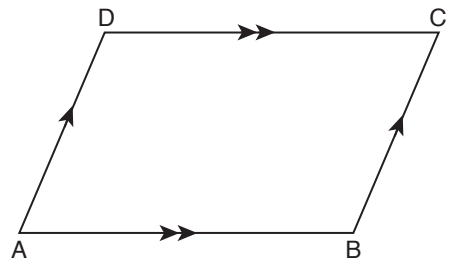
$$x = 124^\circ \text{ bulunur.}$$



Paralelkenar

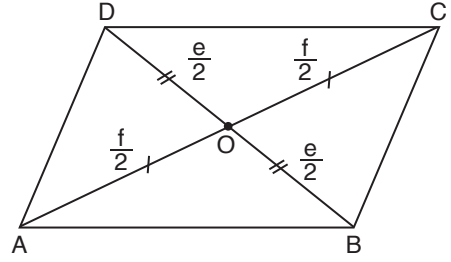
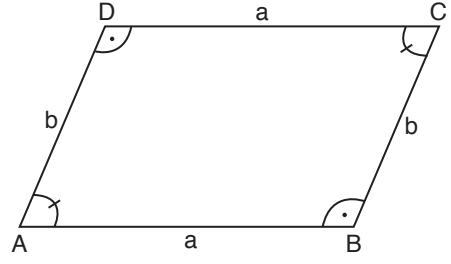


Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgenlere; **paralelkenar** denir. Paralelkenarın karşılıklı kenarları paralel olduğundan paralelkenar yamuğun özel bir hâlidir.





- Paralelkenarın karşılıklı kenarları paraleldir. $[AB] \parallel [DC]$ ve $[AD] \parallel [BC]$
- Paralelkenarın karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşittir.
 $|AB| = |DC|$ ve $|AD| = |BC|$
- Paralelkenarın karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.
 $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$
- Paralelkenarda ardışık iki açının ölçüleri toplamı 180° dir.
 $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180^\circ$
 $m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$
 $m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$
 $m(\widehat{D}) + m(\widehat{A}) = 180^\circ$
- Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.
 $|AO| = |OC| = \frac{f}{2}$, $|DO| = |OB| = \frac{e}{2}$



4. ÖRNEK

Yandaki ABCD paralelkenarında,

$m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$ ise $m(\widehat{DAB}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

$m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$ ve

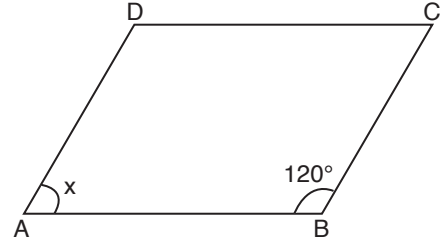
\widehat{ABC} ile \widehat{DAB} ardışık açılar olduğundan,

$$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{ABC}) = 180^\circ$$

$$x + 120^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 120^\circ$$

$$m(\widehat{DAB}) = x = 60^\circ \text{ bulunur.}$$

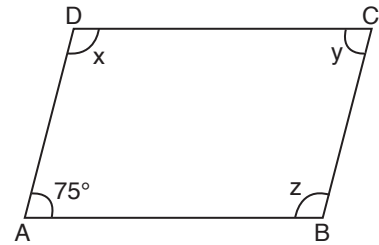


5. ÖRNEK

Yandaki ABCD paralelkenarında,

$m(\widehat{DAB}) = 75^\circ$ ise,

$x + y + z$ değerini bulalım.



ÇÖZÜM

Bir paralelkenarda karşılıklı açılar eşit ve ardışık açılarının toplamı 180° dir. Buradan,

$m(\widehat{DAB}) = 75^\circ$ ise karşısındaki $m(\widehat{DCB}) = y = 75^\circ$ dir.

(\widehat{DAB}) ile (\widehat{ADC}) ardışık açılar olduğundan, toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{ADC}) = 180^\circ$$

$$75^\circ + m(\widehat{ADC}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{ADC}) = 180^\circ - 75^\circ$$

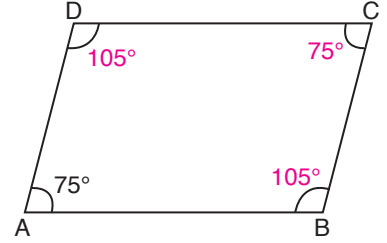
$$m(\widehat{ADC}) = 105^\circ \text{ ise } x = 105^\circ \text{ dir.}$$

\widehat{ADC} ile \widehat{ABC} karşılıklı açılar olduğundan,

$m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ABC})$ ise $m(\widehat{ABC}) = z = 105^\circ$ dir.

Buradan, $x + y + z = 105^\circ + 75^\circ + 105^\circ$

$$x + y + z = 285^\circ \text{ bulunur.}$$



6. ÖRNEK

Yandaki ABCD paralelkenarında,

$IOAI = 12 \text{ cm}$, $IODI = 8 \text{ cm}$ ise

$IACI + IBDI$ değerini bulalım.

ÇÖZÜM

Paralelkenarda köşegenler birbirini ortaladığından,

$IOAI = 12 \text{ cm}$ ise $IOCI = 12 \text{ cm}$

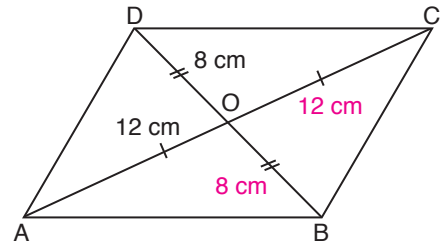
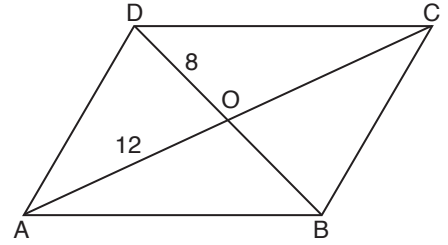
$IODI = 8 \text{ cm}$ ise $IOBI = 8 \text{ cm}$ olacağından,

$IACI = 12 + 12 = 24 \text{ cm}$,

$IBDI = 8 + 8 = 16 \text{ cm}$ olur.

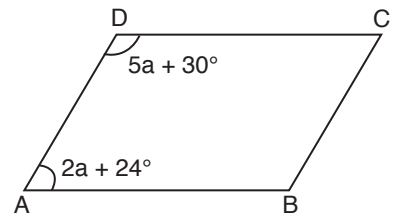
$IACI + IBDI = 24 \text{ cm} + 16 \text{ cm}$

$$= 40 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$



7. ÖRNEK

Yandaki ABCD paralelkenarında verilenlere göre a 'nın kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

Paralelkenarda birbirinin ardışığı olan iki iç açının ölçüleri toplamı 180° dir. Buna göre

$$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{ADC}) = 180^\circ$$

$$2a + 24^\circ + 5a + 30^\circ = 180^\circ$$

$$7a + 54^\circ = 180^\circ$$

$$7a = 180^\circ - 54^\circ$$

$$\frac{7a}{7} = \frac{126^\circ}{7}$$

$$a = 18^\circ \text{ bulunur.}$$

8. ÖRNEK

Yandaki ABCD paralelkenarında,

B, D, E doğrusal noktalar,

$IDEI = ICBI$, $IAEI = ICDI$,

$m(\widehat{BCD}) = 51^\circ$ ise $m(\widehat{AEB}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

ABCD paralelkenar olduğundan,

$IADI = IBCI = IEDI$ ve $IABI = ICDI = IEAI$ olur.

Buradan EAD ve EAB ikizkenar üçgenler olur.

$m(\widehat{AED}) = m(\widehat{EAD}) = m(\widehat{EBA}) = x$ olur.

$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{DBC}) = 2x$ olacağından,

$$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{BCD}) = 180^\circ$$

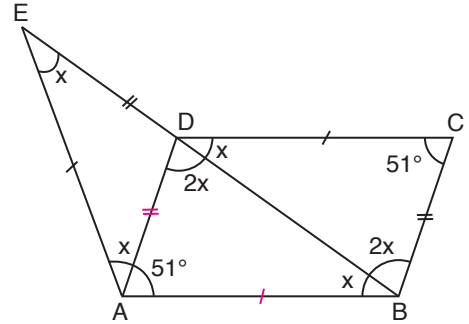
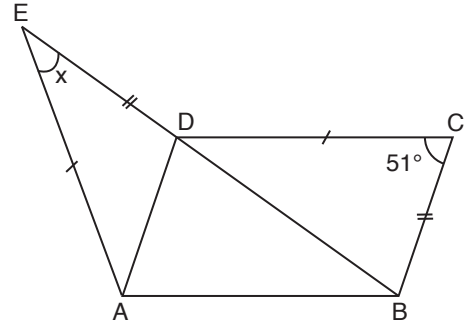
$$3x + 51^\circ = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ - 51^\circ$$

$$3x = 129^\circ$$

$$x = 43^\circ \text{ dir.}$$

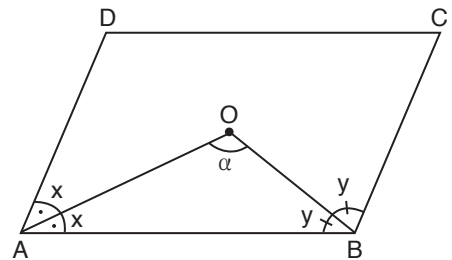
$$m(\widehat{AEB}) = x = 43^\circ \text{ bulunur.}$$



9. ÖRNEK

ABCD paralelkenarında, $[AO]$ ve $[BO]$ açıortay ise,

$m(\widehat{AOB}) = \alpha$ 'nın kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

[OA] ve [BO] açıortaydır.

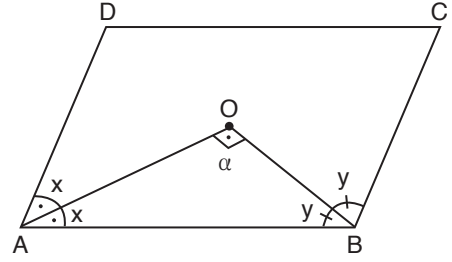
$$m(\widehat{DAO}) = m(\widehat{OAB}) = x \text{ ve } m(\widehat{ABO}) = m(\widehat{OBC}) = y$$

diyelim.

ABCD paralelkenarında komşu köşelerdeki açılar toplamı, $2x + 2y = 180^\circ$

$$x + y = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{AOB üçgeninde } m(\widehat{AOB}) &= \alpha = 180^\circ - (x + y) \\ &= 180^\circ - 90^\circ \\ \alpha &= 90^\circ \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

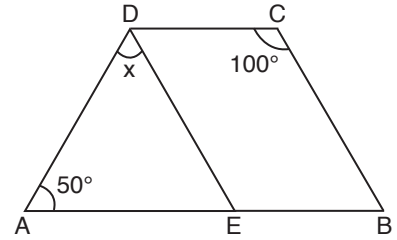


10. ÖRNEK

Yandaki ABCD yamuk ve DEBC paralelkenardır.

$$m(\widehat{DCB}) = 100^\circ \text{ ve } m(\widehat{DAE}) = 50^\circ \text{ ise}$$

$m(\widehat{ADE}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

DEBC paralelkenar olduğundan, karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.

$$m(\widehat{DCB}) = m(\widehat{DEB}) = 100^\circ \text{ dir.}$$

DEA açısı ile DEB açısı, bütünler olduğundan,

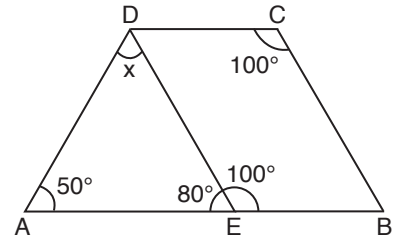
$$m(\widehat{DEA}) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \text{ dir.}$$

DAE üçgeninde iç açılar toplamından,

$$m(\widehat{ADE}) = x = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ)$$

$$x = 180^\circ - 130^\circ$$

$$x = 50^\circ \text{ bulunur.}$$



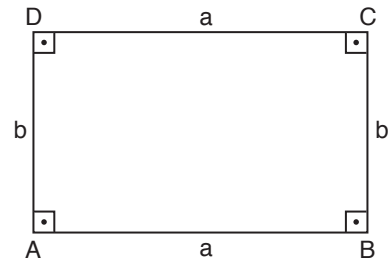
Dikdörtgen



İç açılarının her biri 90° olan paralelkenara; **dikdörtgen** denir.

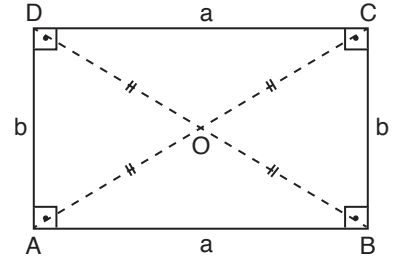
Dikdörtgenin de paralelkenar gibi karşılıklı kenarları paralel ve karşılıklı iç açıları eşitir. Aynı zamanda köşegenleri birbirini ortalar.

Buradan, dikdörtgen özel bir paralelkenardır. Her paralelkenar özel bir yamuk olduğundan, dikdörtgen de özel bir yamuktur.





- Dikdörtgenin iç açılarının ölçüleri 90° dir.
 $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90^\circ$
- Dikdörtgenin karşılıklı kenarları paraleldir.
[AB] // [DC] ve [AD] // [BC]
- Dikdörtgenin karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.
IABI = IDCI = a ve IADI = IBCI = b
- Dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşittir ve köşegenler birbirini ortalar.
IACI = IBDI
IAOI = IBOI = ICOI = IDOI



11. ÖRNEK

Yandaki ABCD dikdörtgeninde,

$m(\widehat{ECD}) = 36^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{AEB}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

$m(\widehat{ECD}) = m(\widehat{EAB}) = 36^\circ$ olur (İç ters açılar).

IAEI = IEBI olduğundan EAB ikizkenar üçgendir. Buradan,

$m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{EBA}) = 36^\circ$ olur.

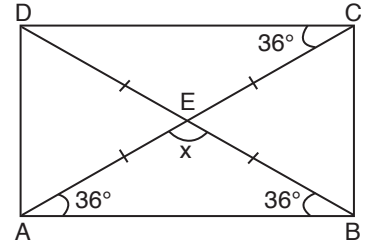
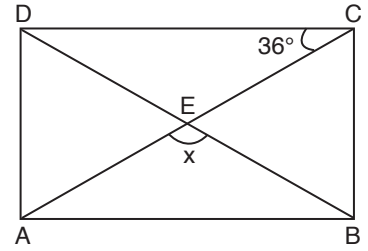
Bu durumda EAB üçgeninde iç açılar toplamı 180° olduğundan,

$$x + 36^\circ + 36^\circ = 180^\circ$$

$$x + 72^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 72^\circ$$

$$m(\widehat{AEB}) = x = 108^\circ \text{ bulunur.}$$



12. ÖRNEK

Yandaki ABCD dikdörtgeninde, $m(\widehat{AEB}) = 120^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{DBC}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

IAEI = IEBI olduğundan, EAB ikizkenar üçgen olur.

$m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{EBA}) = y$ olsun.

EAB üçgeninde iç açılar toplamından,

$$y + y + 120^\circ = 180^\circ$$

$$2y = 180^\circ - 120^\circ$$

$$y = \frac{60^\circ}{2}$$

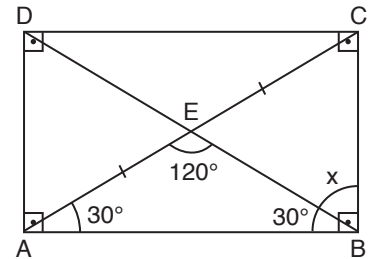
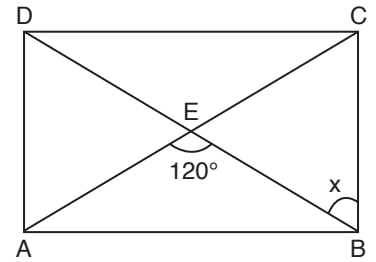
$$y = 30^\circ \text{ olur.}$$

$m(\widehat{EAB}) + m(\widehat{EBC}) = 90^\circ$

$$30^\circ + x = 90^\circ$$

$$x = 90^\circ - 30^\circ$$

$$x = 60^\circ \text{ bulunur.}$$



Eşkenar Dörtgen

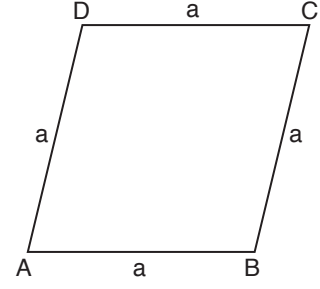


Kenarlarının uzunlukları eşit olan paralelkenara; **eşkenar dörtgen** denir. Eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir hâlidir.

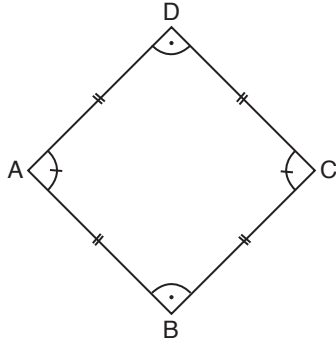
$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$$

Eşkenar dörtgenin de paralelkenar gibi karşılıklı kenarları birbirine paralel ve karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir.

Öyleyse, eşkenar dörtgen özel bir paralelkenar, her paralelkenar özel bir yamuk olduğundan, eşkenar dörtgen de özel bir yamuktur.



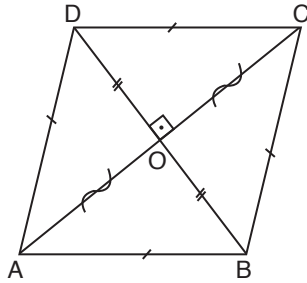
- Eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar paraleldir.
[AB] // [DC] ve [BC] // [AD]
- Eşkenar dörtgenin karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.



$$m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$$

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$$

- Paralelkenarda olduğu gibi eşkenar dörtgende de ardışık iki açının ölçüleri toplamı 180° dir.
- Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini ortalar ve dik kesişir.

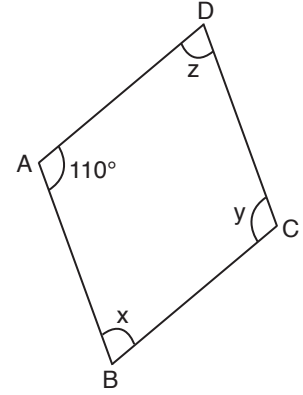


$$[AC] \perp [BD],$$

$$|OA| = |OC| \text{ ve } |OD| = |OB|$$

13. ÖRNEK

Yandaki eşkenar dörtgende, $m(\widehat{A}) = 110^\circ$,
 $m(\widehat{B}) = x$, $m(\widehat{C}) = y$ ve $m(\widehat{D}) = z$ ise
 $x + y + z$ toplamının kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

Eşkenar dörtgende karşılıklı açılar ölçüleri eşit olduğundan,
 $m(\widehat{A}) = 110^\circ$ ise $m(\widehat{C}) = y = 110^\circ$ ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D}) = x = z$ olur.

Dörtgenin iç açılar toplamı 360° dir.

$$110^\circ + y + x + z = 360^\circ$$

$$110^\circ + 110^\circ + x + z = 360^\circ$$

$$220^\circ + x + z = 360^\circ$$

$$x + z = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ \text{ dir.}$$

$$x = z \text{ olduğundan, } x = z = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ \text{ dir.}$$

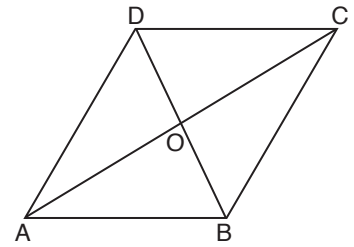
$$x = 70^\circ, z = 70^\circ, y = 110^\circ \text{ olduğundan,}$$

$$x + y + z = 70^\circ + 110^\circ + 70^\circ$$

$$x + y + z = 250^\circ \text{ bulunur.}$$

14. ÖRNEK

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde, $IOAI = 5 \text{ cm}$, $IODI = 3 \text{ cm}$
ise $IACI + IBDI$ toplamının kaç cm olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

$[BD]$ ve $[AC]$ köşegenleri birbirini dik ortalar.

$$IOAI = IOCI = 5 \text{ cm, } IODI = IOBI = 3 \text{ cm dir.}$$

$$IACI = IOAI + IOCI = 5 + 5 \text{ ise } IACI = 10 \text{ cm,}$$

$$IBDI = IODI + IOBI = 3 + 3 \text{ ise } IBDI = 6 \text{ cm olur.}$$

$$IACI + IBDI = 10 + 6$$

$$= 16 \text{ cm bulunur.}$$

Kare



Bütün kenar uzunlukları eşit olan dikdörtgene; **kare** denir.

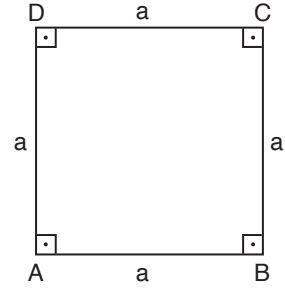
Karede birbirine eşit uzunlukta olan ve birbirini dik ortala-
yan köşegenler, aynı zamanda karenin iç açıortaylarıdır.

Karenin de dikdörtgen gibi karşılıklı kenarları paralel ve her
bir açısı dik açıdır.

Buradan, kare özel bir dikdörtgendir.

Karenin de eşkenar dörtgen gibi her bir kenarının uzunluğu
birbirine eşittir. Köşegenleri dik keser ve birbirini ortalar.

Kare aynı zamanda özel bir eşkenar dörtgendir.



- Kenar uzunlukları birbirine eşittir.

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$$

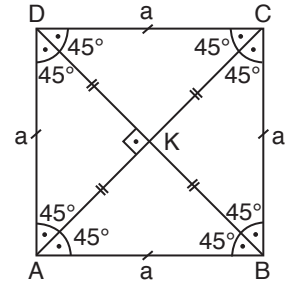
- Köşegenler birbirini dik ve eşit olarak ortalar ve köşe-
genlerin uzunlukları eşittir.

$$[AC] \perp [BD] \text{ ve } |AK| = |KC| = |KD| = |KB| \text{ olur.}$$

- Karenin her bir açısının ölçüsü 90° dir.

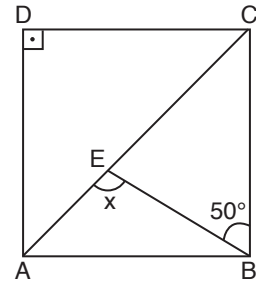
$$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90^\circ$$

- Köşegenler açıortaydır.



15. ÖRNEK

Yandaki ABCD karesinde, [AC] köşegen ve $m(\widehat{EBC}) = 50^\circ$ olduğuna
göre $m(\widehat{AEB}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

[AC] köşegen olduğundan, $m(\widehat{ACB}) = 45^\circ$ olur.

EBC üçgeninde,

$$m(\widehat{EBC}) + m(\widehat{BCE}) + m(\widehat{CEB}) = 180^\circ$$

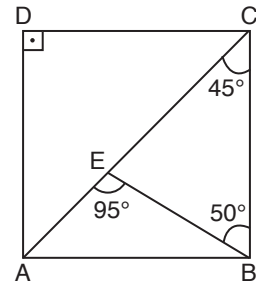
$$50^\circ + 45^\circ + m(\widehat{CEB}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{CEB}) = 180^\circ - 95^\circ$$

$$m(\widehat{CEB}) = 85^\circ \text{ olur.}$$

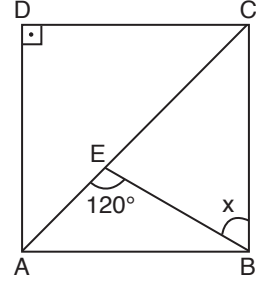
$$m(\widehat{AEB}) = 180^\circ - 85^\circ$$

$$x = 95^\circ \text{ bulunur.}$$



16. ÖRNEK

Yandaki ABCD karesinde, [AC] köşegen ve $m(\widehat{AEB}) = 120^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{EBC}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

[AC] köşegen olduğundan, $m(\widehat{ACB}) = 45^\circ$ olur.

$$m(\widehat{BEC}) = 180^\circ - 120^\circ$$

$$m(\widehat{BEC}) = 60^\circ$$

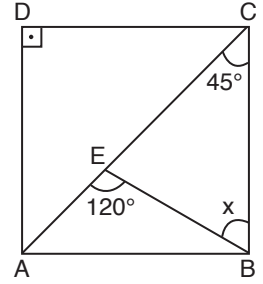
BEC üçgeninde iç açıların ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{BEC}) + m(\widehat{ECB}) + m(\widehat{CBE}) = 180^\circ$$

$$60^\circ + 45^\circ + x = 180^\circ$$

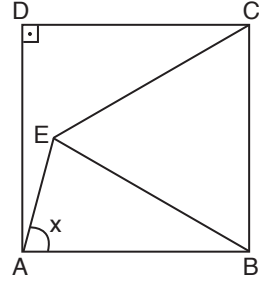
$$x = 180^\circ - 105^\circ$$

$$x = 75^\circ \text{ bulunur.}$$



17. ÖRNEK

Yandaki şekilde ABCD kare ve BEC eşkenar üçgen olduğuna göre $m(\widehat{EAB}) = x$ 'in kaç derece olduğunu bulalım.



ÇÖZÜM

$IBC = IBE$ ve $IBC = IAB$ olduğundan, BAE üçgeni, ikizkenar üçgendir.

$$m(\widehat{CBE}) = 60^\circ \text{ ise,}$$

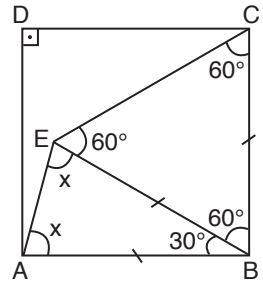
$$m(\widehat{ABE}) = 90^\circ - 60^\circ$$

$$m(\widehat{ABE}) = 30^\circ \text{ olur.}$$

BEA üçgeni tepe açısı 30° olan ikizkenar üçgen olduğundan,

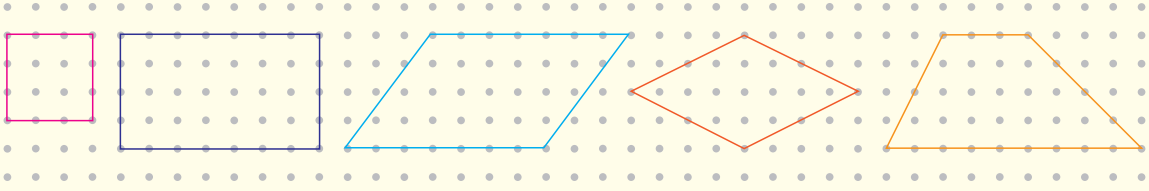
$$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{BEA}) = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ \text{ dir.}$$

$$m(\widehat{EAB}) = x = 75^\circ \text{ bulunur.}$$



ETKİNLİK

Araç ve Gereçler: noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer.



- ▶ Yukarıdaki noktalı kâğıt üzerinde verilen dörtgenleri, kendi noktalı kâğıdınıza modelleyiniz.
- ▶ Bu dörtgenlerin kenarlarını ve açılarını ölçüp üzerlerine yazınız.
- ▶ Her bir dörtgenin köşegenlerini çiziniz.
- ▶ Köşegen uzunluklarını, köşegenlerin kenarlarla ve birbiriyle oluşturdukları açıları bulunuz, dörtgen modellerinin altına not alınız.
- ▶ Oluşturduğunuz dörtgen modellerinden yararlanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Dörtgenler	Kare	Dikdörtgen	Paralelkenar	Eşkenar Dörtgen	Yamuk
Özellikler					
Karşılıklı kenar çiftleri birbirine eşittir.					
Bütün kenarlar birbirine eşittir.					
Köşegenleri birbirine eşittir.					
Bütün açıları dik açıdır.					
Köşegenleri birbirini ortalar.					
Köşegenleri birbirine diktir.					
Karşılıklı açıları birbirine eşittir.					
Ardışık açıları birbirini bütünlerdir.					

- ▶ Dörtgenlerin aynı ve farklı özelliklerini yazarak dörtgenler arasında nasıl bir ilişki kurabileceğimizi belirtiniz.

ALİŞTIRMALAR

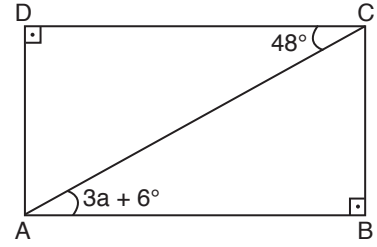
1. Yandaki ABCD dikdörtgeninde,

[AC] köşegen,

$$m(\widehat{ACD}) = 48^\circ,$$

$$m(\widehat{BAC}) = 3a + 6^\circ \text{ ise}$$

a kaç derecedir?

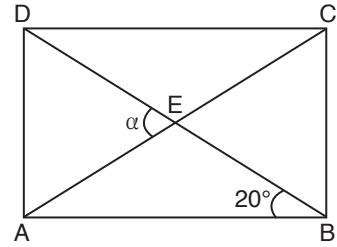


2. Yandaki ABCD dikdörtgeninde,

[AC] ve [BD] köşegen,

$$m(\widehat{ABD}) = 20^\circ \text{ ise}$$

$$m(\widehat{AED}) = \alpha \text{ kaç derecedir?}$$



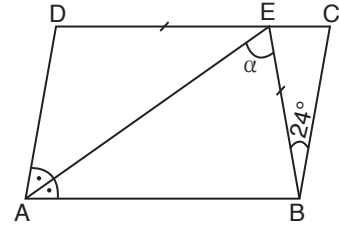
3. Yandaki ABCD paralelkenarında,

[AE] açıortay,

$$|DE| = |EB|,$$

$$m(\widehat{EBC}) = 24^\circ \text{ olduğuna göre}$$

$$m(\widehat{AEB}) = \alpha \text{ kaç derecedir?}$$



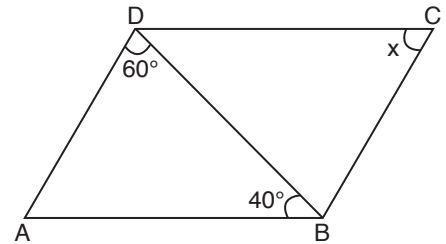
4. Yandaki ABCD paralelkenarında,

$$m(\widehat{ADB}) = 60^\circ,$$

$$m(\widehat{ABD}) = 40^\circ,$$

[BD] köşegen ise

$$m(\widehat{BCD}) = x \text{ kaç derecedir?}$$



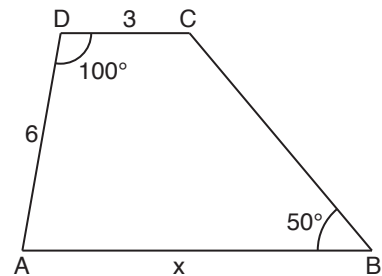
5. Yandaki ABCD yamuğunda,

$$[AB] \parallel [DC], m(\widehat{ADC}) = 100^\circ,$$

$$m(\widehat{ABC}) = 50^\circ, |AD| = 6 \text{ cm},$$

|DC| = 3 cm olduğuna göre

|AB|'nu bulunuz.

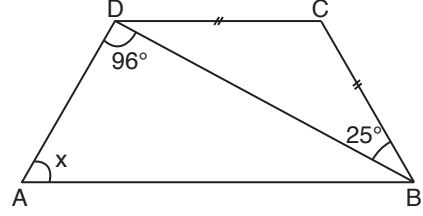


6. Yandaki ABCD yamuğunda,

$$|BC| = |CD|,$$

$$m(\widehat{BDA}) = 96^\circ \text{ ve } m(\widehat{DBC}) = 25^\circ \text{ ise}$$

$$m(\widehat{DAB}) = x \text{ kaç derecedir?}$$

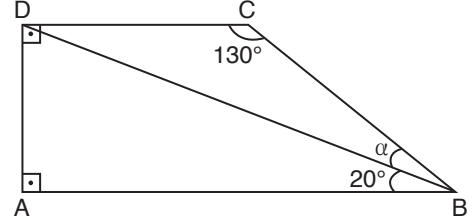


7. Yandaki ABCD dik yamuğunda,

$$[DA] \perp [DC], [DA] \perp [AB], m(\widehat{DCB}) = 130^\circ \text{ ve}$$

$$m(\widehat{ABD}) = 20^\circ \text{ ise}$$

$$m(\widehat{DBC}) = \alpha \text{ kaç derecedir?}$$

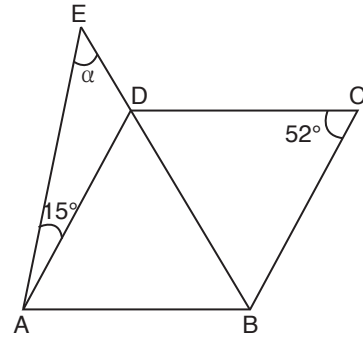


8. Yandaki ABCD eşkenar dörtgen,

$$|EA| = |EB|,$$

$$m(\widehat{DCB}) = 52^\circ \text{ ve } m(\widehat{DAE}) = 15^\circ \text{ ise}$$

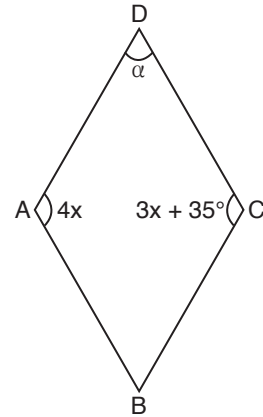
$$m(\widehat{BEA}) = \alpha \text{ kaç derecedir?}$$



9. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde,

$$m(\widehat{DAB}) = 4x, m(\widehat{BCD}) = 3x + 35^\circ \text{ ise}$$

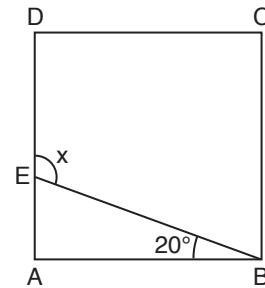
$$m(\widehat{ADC}) = \alpha \text{ kaç derecedir?}$$



10. Yandaki şekilde ABCD kare,

$$m(\widehat{EBA}) = 20^\circ \text{ olduğuna göre}$$

$$m(\widehat{DEB}) = x \text{ kaç derecedir?}$$



Eşkenar Dörtgenin ve Yamuğun Alan Bağlıları

Eşkenar Dörtgenin Alanı



$|AC| = e$, $|DB| = f$ alalım.

$$A(\widehat{ADC}) = \frac{|AC| \cdot |DO|}{2} = \frac{e \cdot \frac{f}{2}}{2},$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{|AC| \cdot |BO|}{2} = \frac{e \cdot \frac{f}{2}}{2} \text{ dir.}$$

Buradan ABCD eşkenar dörtgenin alanı,

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= A(\widehat{ADC}) + A(\widehat{ABC}) \\ &= \frac{e \cdot f}{2} + \frac{e \cdot f}{2} \\ &= \frac{2 \cdot e \cdot f}{2} \\ &= \frac{e \cdot f}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$A(ABCD) = \frac{e \cdot f}{2} \text{ olur.}$$

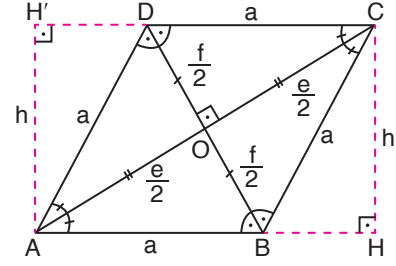
ABCD eşkenar dörtgeninin alanı, köşegenlerinin uzunlukları çarpımının yarısına eşittir.

Diğer taraftan,

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= A(\widehat{ADC}) + A(\widehat{ABD}) \\ &= \frac{|DC| \cdot |AH'|}{2} + \frac{|AB| \cdot |CH|}{2} \\ &= \frac{a \cdot h}{2} + \frac{a \cdot h}{2} \\ &= 2 \cdot \frac{a \cdot h}{2} \end{aligned}$$

$$A(ABCD) = a \cdot h \text{ bulunur.}$$

ABCD eşkenar dörtgeninin alanı, taban uzunluğu ile tabana ait yükseklik uzunluğunun çarpımına eşittir.



1. ÖRNEK

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde,

$$|DB| = 12 \text{ cm,}$$

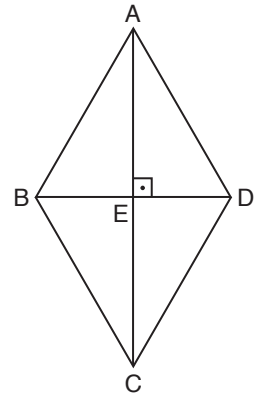
$$|AC| = 16 \text{ cm ise}$$

$A(ABCD)$ 'ni bulalım.

ÇÖZÜM

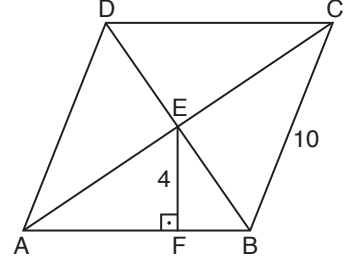
$$\begin{aligned} A(ABCD) &= \frac{|AC| \cdot |BD|}{2} \\ &= \frac{16 \cdot 12}{2} \end{aligned}$$

$$A(ABCD) = 96 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$



2. ÖRNEK

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde,
[AC] ve [BD] köşegen,
[EF] \perp [AB],
|EF| = 4 cm,
|BC| = 10 cm ise
A(ABCD)'ni bulalım.



ÇÖZÜM

Eşkenar dörtgende, yükseklikler ve tabanlara eşit olduğundan, $A(\widehat{ABE}) = A(\widehat{BCE}) = A(\widehat{CDE}) = A(\widehat{DAE})$ olur. Buradan $A(ABCD) = 4 \cdot A(\widehat{ABE})$ olur.

|AB| = |BC| = 10 cm olmak üzere

$$A(\widehat{ABE}) = \frac{|AB| \cdot |EF|}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2}$$

$$A(\widehat{ABE}) = 20 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

$$A(ABCD) = 4 \cdot A(\widehat{ABE}) = 4 \cdot 20$$

$$A(ABCD) = 80 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

3. ÖRNEK

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde,
[AC] ve [BD] köşegen, |DE| = 6 cm,
|CE| = 8 cm ise A(ABCD)'ni bulalım.

ÇÖZÜM

Eşkenar dörtgenin alanı, köşegenlerin çarpımının yarısına eşittir.

Köşegenler, birbirini ortaladığından,

$$|AE| = |CE| \text{ ve } |DE| = |BE| \text{ olur.}$$

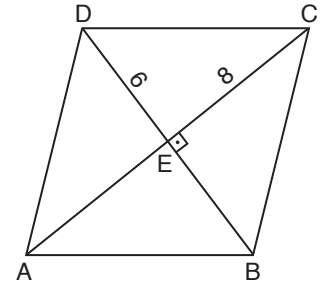
$$\text{Buradan, } |AC| = |CE| + |AE| = 8 + 8$$

$$|AC| = 16 \text{ cm'dir.}$$

$$|BD| = |DE| + |BE| = 6 + 6$$

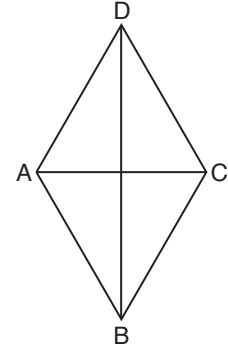
$$|BD| = 12 \text{ cm olur.}$$

$$A(ABCD) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = \frac{192}{2} = 96 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$



4. ÖRNEK

Yandaki şekilde verilen ABCD eşkenar dörtgeninin alanı 108 cm^2 dir. $|AC| = 9 \text{ cm}$ olduğuna göre $[DB]$ köşegeninin uzunluğunu bulalım.



ÇÖZÜM

$$A(\text{ABCD}) = \frac{|AC| \cdot |BD|}{2}$$

$$108 = \frac{9 \cdot |BD|}{2}$$

$$108 = \frac{9 \cdot |BD|}{2}$$

$$|BD| = \frac{216}{9}$$

$$|BD| = 24 \text{ cm bulunur.}$$

Yamuğun Alanı



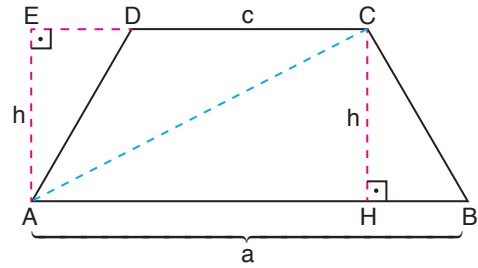
Yandaki ABCD yamuğunda $|AB| = a$, $|CD| = c$ ve $|AE| = |CH| = h$ ise, ABCD yamuğunun alanı,

$$A(\text{ABCD}) = A(\widehat{ABC}) + A(\widehat{CDA})$$

$$A(\text{ABCD}) = \frac{a \cdot h}{2} + \frac{c \cdot h}{2}$$

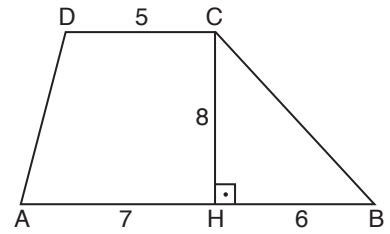
$$A(\text{ABCD}) = \left(\frac{a+c}{2}\right) \cdot h \text{ olur.}$$

Bir ABCD yamuğunun alanı, taban uzunlukları toplamının yarısının yükseklik ile çarpımına eşittir.



5. ÖRNEK

Yandaki ABCD yamuğunda,
 $[CH] \perp [AB]$, $|AH| = 7 \text{ cm}$, $|HB| = 6 \text{ cm}$,
 $|DC| = 5 \text{ cm}$, $|CH| = 8 \text{ cm}$ ise
 $A(\text{ABCD})$ 'ni bulalım.



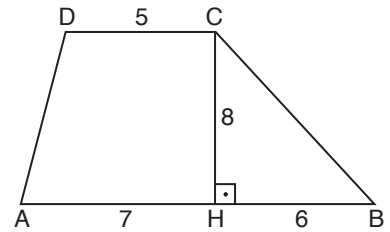
ÇÖZÜM

$$A(\text{ABCD}) = \left(\frac{a+c}{2}\right) \cdot h$$

$$= \left(\frac{13+5}{2}\right) \cdot 8$$

$$= 9 \cdot 8$$

$$A(\text{ABCD}) = 72 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

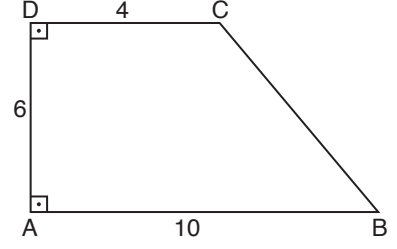


6. ÖRNEK

Yandaki ABCD dik yamuğunda,

$[AD] \perp [AB]$, $|AB| = 10$ cm, $|DC| = 4$ cm, $|DA| = 6$ cm ise

$A(ABCD)$ 'ni bulalım.



ÇÖZÜM

ABCD yamuğunda $|DA| = h = 6$ cm olur.

$$A(ABCD) = \frac{(|AB| + |DC|) \cdot |DA|}{2}$$

$$A(ABCD) = \frac{(10 + 4) \cdot 6}{2}$$

$$A(ABCD) = \frac{7 \cdot 14 \cdot 6}{2 \cdot 1}$$

$$A(ABCD) = 7 \cdot 6$$

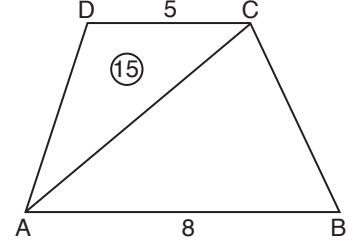
$$A(ABCD) = 42 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

7. ÖRNEK

Yandaki şekildeki ABCD yamuğunda $[DC] \parallel [AB]$,

$|DC| = 5$ cm, $|AB| = 8$ cm, $A(\widehat{DAC}) = 15 \text{ cm}^2$ ise

$A(ABCD)$ 'ni bulalım.



ÇÖZÜM

$$A(\widehat{DAC}) = \frac{|DC| \cdot |AH|}{2}$$

$$15 = \frac{5 \cdot |AH|}{2}$$

$$|AH| = \frac{3 \cdot 15 \cdot 2}{5 \cdot 1}$$

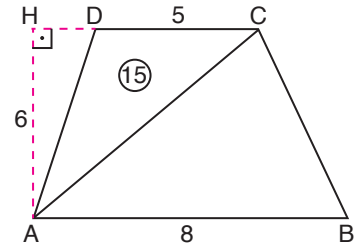
$$|AH| = 6 \text{ cm olur.}$$

$$A(ABCD) = \frac{(|AB| + |DC|) \cdot |AH|}{2}$$

$$= \frac{(8 + 5) \cdot 6}{2}$$

$$= \frac{13 \cdot 6 \cdot 3}{1 \cdot 2}$$

$$= 39 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$



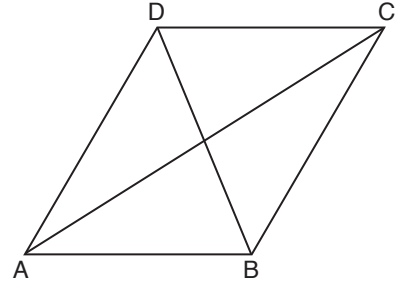
ALİŞTIRMALAR

1. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde,

$$|BD| = 10 \text{ cm},$$

$$|AC| = 18 \text{ cm} \text{ ise}$$

$A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

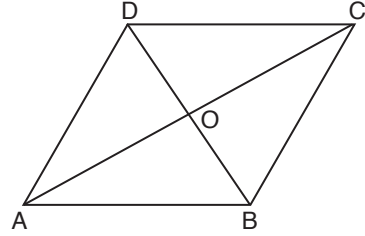


2. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde,

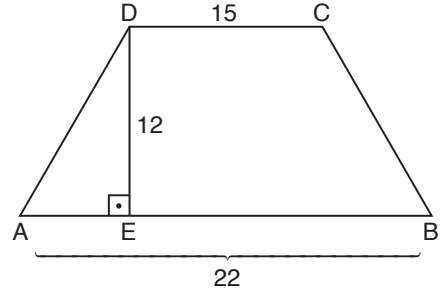
$$A(ABCD) = 48 \text{ cm}^2,$$

$$|AC| = 8 \text{ cm} \text{ olduğuna göre}$$

$|OB|$ 'nu bulunuz.



3. Yandaki ABCD yamuğunda, $[AB] \perp [DE]$,
 $|AB| = 22 \text{ cm}$, $|DE| = 12 \text{ cm}$, $|CD| = 15 \text{ cm}$ olduğuna göre
ABCD yamuğunun alanını bulunuz.



4. Yandaki ABCD yamuğunda,

$$[BK] \perp [DK],$$

$$A(ABCD) = 96 \text{ cm}^2,$$

$$|BK| = 8 \text{ cm},$$

$|AB| = 18 \text{ cm}$ olduğuna göre $|DC|$ 'nu bulunuz.



5. Yandaki ABCD dik yamuğunda,

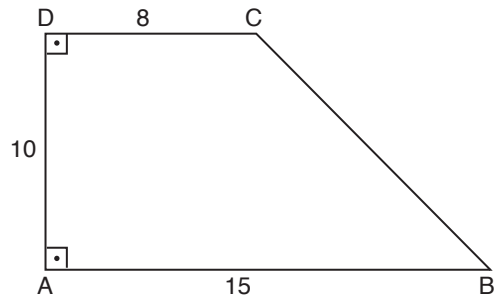
$$[AB] \perp [AD],$$

$$|AB| = 15 \text{ cm},$$

$$|DA| = 10 \text{ cm},$$

$$|DC| = 8 \text{ cm} \text{ ise}$$

ABCD yamuğunun alanını bulunuz.

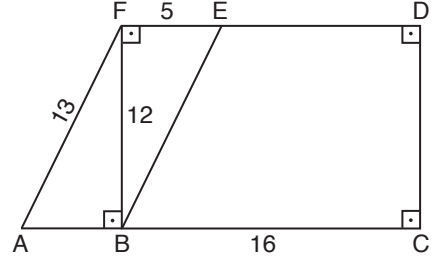


Alan ile İlgili Problemler

1. ÖRNEK

Yandaki şekilde BCDF dikdörtgen, ABEF paralelkenar, BCDE yamuk, $IAFI = 13$ cm, $IBFI = 12$ cm, $IFEI = 5$ cm, $IBCI = 16$ cm'dir.

Buna göre ABCDEF bölgesinin alanını, üçgen, dikdörtgen, yamuk ve paralelkenarın alanlarından yararlanarak bulalım.



ÇÖZÜM

1. Yol

ABCD dikdörtgen olduğundan, $IBCI = IFDI = 16$ cm'dir.

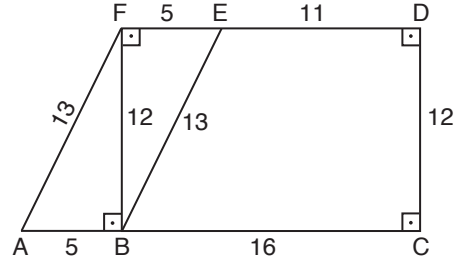
$IEDI = IFDI - IFEI = 16 - 5 = 11$ cm olur.

BCDE yamuk ve ABEF paralelkenardır.

$A(ABCDEF) = A(BCDE) + A(ABEF)$

$$\begin{aligned} A(ABCDEF) &= \frac{(16 + 11)}{2} \cdot 12 + 5 \cdot 12 \\ &= 27 \cdot 6 + 60 \\ &= 162 + 60 \end{aligned}$$

$A(ABCDEF) = 222$ cm² bulunur.



2. Yol

BCDE dikdörtgen ve ABF üçgendir.

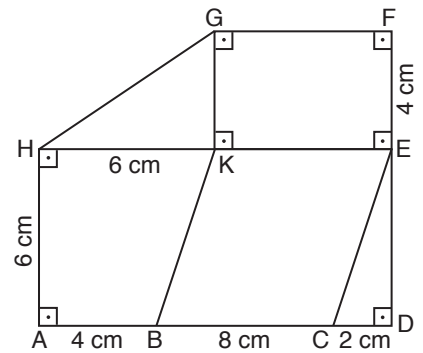
$A(ABCDEF) = A(BCDF) + A(\widehat{ABF})$

$$\begin{aligned} &= 16 \cdot 12 + \frac{5 \cdot 12}{2} \\ &= 192 + 5 \cdot 6 \\ &= 192 + 30 \end{aligned}$$

$A(ABCDEF) = 222$ cm² bulunur.

2. ÖRNEK

Verilenlere göre yandaki ABCDEFGH bölgesinin alanını, üçgen, dikdörtgen, paralelkenar ve yamuğun alanlarından yararlanarak bulalım.



ÇÖZÜM

Yandaki şekilde,

$$IHKI = 6 \text{ cm}$$

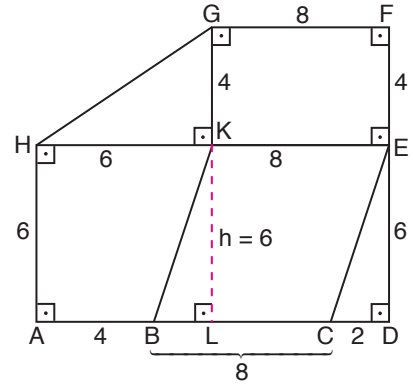
$$IAHI = IKLI = IEDI = 6 \text{ cm}$$

$$IABI = 4 \text{ cm}$$

$$IBCI = IKEI = IGFI = 8 \text{ cm}$$

$$ICDI = 2 \text{ cm}$$

$$IFEI = IGKI = 4 \text{ cm'dir.}$$



$$\begin{aligned} A(ABCDEFGH) &= A(ABKH) + A(BCEK) + A(\widehat{CDE}) + A(KEFG) + A(\widehat{HKG}) \\ &= \frac{(6+4)}{2} \cdot 6 + 8 \cdot 6 + \frac{6 \cdot 2}{2} + 8 \cdot 4 + \frac{6 \cdot 4}{2} \\ &= 30 + 48 + \frac{12}{2} + 32 + \frac{24}{2} \\ &= 30 + 48 + 6 + 32 + 12 \end{aligned}$$

$$A(ABCDEFGH) = 128 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

3. ÖRNEK

Yanda verilen dikdörtgen şeklindeki arsa üzerine çay bahçesi, çocuk parkı, otopark yapılacak ve geriye kalan kısma çim ekilecektir.

Verilenlere göre çim ekili alan kaç m^2 dir? Bulalım.

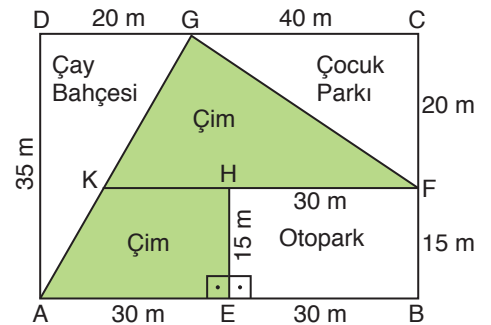
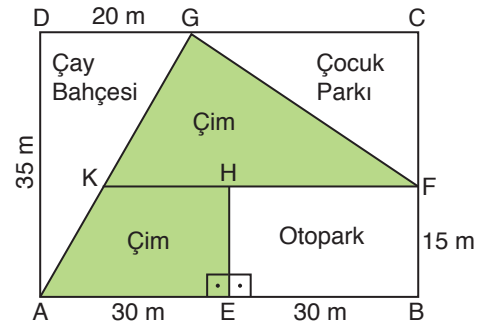
ÇÖZÜM

Dikdörtgen şeklindeki arsayı üçgen, dikdörtgen ve yamuk şekillerine ayırıp şekillerin ayrı ayrı alanlarını bulalım.

Yandaki şekil, eni 35 m, boyu 60 m olan dikdörtgendir. Şekilde, IHFI = 30 m, IHEI = 15 m, IGCI = 40 m olur.

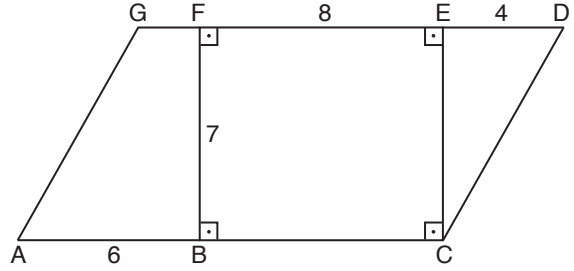
$$\begin{aligned} \text{Boyalı alan} &= A(ABCD) - [A(\widehat{ADG}) + A(EBFH) + A(\widehat{GCF})] \\ &= 60 \cdot 35 - \left[\frac{35 \cdot 20}{2} + 30 \cdot 15 + \frac{40 \cdot 20}{2} \right] \\ &= 2100 - [350 + 450 + 400] \\ &= 2100 - 1200 \\ &= 900 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\text{Boyalı Alan} = A(AEHK) + A(\widehat{GKF}) = 900 \text{ m}^2 \text{ bulunur.}$$



4. ÖRNEK

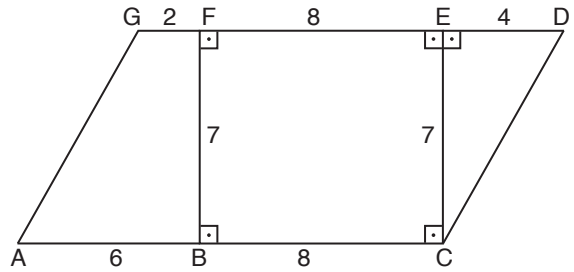
Yandaki şekilde ACDG paralelkenar, BCEF dikdörtgen, CDE üçgen, ABFG yamuk olmak üzere, IABI = 6 cm, IFEI = 8 cm, IEDI = 4 cm ve IBFI = 7 cm ise A(ACDG)'ni bulalım.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} A(ACDG) &= A(ABFG) + A(BCEF) + A(\widehat{CED}) \\ &= \left(\frac{6+2}{2}\right) \cdot 7 + 8 \cdot 7 + \frac{2 \cdot 4 \cdot 7}{2} \\ &= 4 \cdot 7 + 8 \cdot 7 + 2 \cdot 7 \\ &= 28 + 56 + 14 \end{aligned}$$

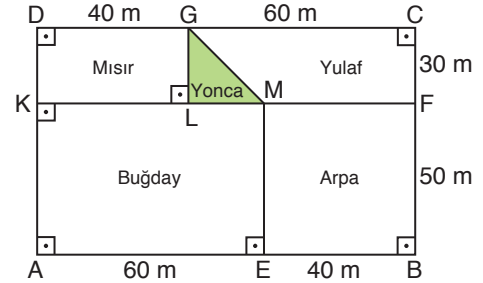
A(ACDG) = 98 cm² bulunur.



5. ÖRNEK

Bir çiftçi, dikdörtgen şeklindeki tarlasını 6 parçaya ayır-
mış ve buralara arpa, buğday, yonca, yulaf ve mısır ekmiştir.

Yandaki şekilde verilenlere göre çiftçi kaç m² lik alana yonca ekmiştir? Bulalım.



ÇÖZÜM

Şekilde verilenlerden yararlanarak verilmeyen kenarları belirleyelim.

$$IMEI = 50 \text{ m, } IMFI = 40 \text{ m, } IGLI = 30 \text{ m, } IDKI = 30 \text{ m}$$

$$IKLI = 40 \text{ m, } ILMI = 20 \text{ m ve } IKAI = 50 \text{ m'dir.}$$

$$A(ABCD) = A(AEMK) + A(EBFM) + A(MFCG) + A(\widehat{LMG}) + A(KLGD)$$

$$100 \cdot 80 = 60 \cdot 50 + 40 \cdot 50 + \frac{(60+40) \cdot 30}{2} + A(\widehat{LMG}) + 40 \cdot 30$$

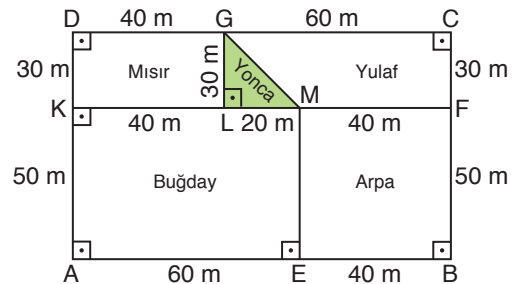
$$8000 = 3000 + 2000 + 1500 + A(\widehat{LMG}) + 1200$$

$$A(\widehat{LMG}) = 8000 - (3000 + 2000 + 1500 + 1200)$$

$$A(\widehat{LMG}) = 8000 - (7700)$$

$$A(\widehat{LMG}) = 300 \text{ m}^2 \text{ olur.}$$

Yonca ekilecek bölgenin alanı, 300 m² olarak bulunur.



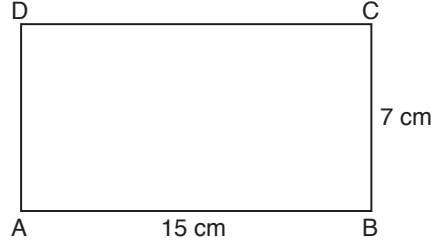
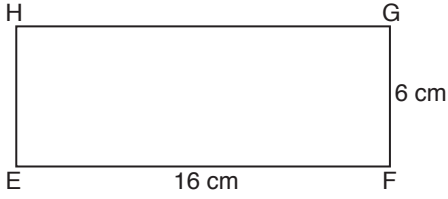
Çevre Alan İlişkisi



Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu ve alanı hesaplanırken kenar uzunluklarından faydalanırız. Buna göre çevre ve alan, kenar uzunluğu ile doğrudan ilişkilidir. Bu ilişkiye göre çevre uzunluğu fazla olan dikdörtgenlerin alanlarının fazla olacağı düşünülebilir, ancak bu düşünce her zaman doğru olmaz.

6. ÖRNEK

Aşağıdaki dikdörtgenlerin çevreleri ile alanlarını inceleyelim.



ÇÖZÜM

Yukarıdaki şekillerde verilen dikdörtgenlerden EFGH dikdörtgeninin çevre uzunluğu,

$$\text{Çevre(EFGH)} = 2 \cdot (16 + 6) = 2 \cdot 22 = 44 \text{ cm,}$$

ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğu,

$$\text{Çevre(ABCD)} = 2 \cdot (15 + 7) = 2 \cdot 22 = 44 \text{ cm olur.}$$

EFGH dikdörtgeninin alanı,

$$A(\text{EFGH}) = |EF| \cdot |FG| = 16 \cdot 6 = 96 \text{ cm}^2,$$

ABCD dikdörtgeninin alanı,

$$A(\text{ABCD}) = |AB| \cdot |BC| = 15 \cdot 7 = 105 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Çevre(EFGH)} = 44 \text{ cm} \\ \text{Çevre(ABCD)} = 44 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{Çevre(EFGH)} = \text{Çevre(ABCD)}$$

$$\left. \begin{array}{l} A(\text{EFGH}) = 96 \text{ cm}^2 \\ A(\text{ABCD}) = 105 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} A(\text{EFGH}) < A(\text{ABCD})$$

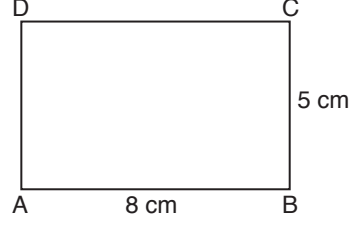
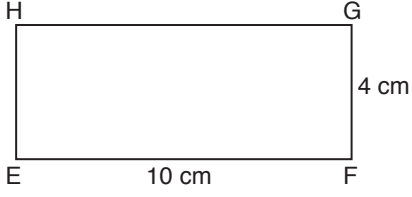
Görüldüğü gibi EFGH ve ABCD dikdörtgenlerinin çevre uzunlukları birbirine eşit olmasına rağmen dikdörtgenlerin alanları farklıdır.



Çevre uzunlukları eşit olan dikdörtgenlerden kenar uzunlukları birbirine yakın olanların alanları daha büyüktür.

7. ÖRNEK

Aşağıda verilen dikdörtgenlerin çevre ve alanlarını inceleyelim.



ÇÖZÜM

Yukarıdaki verilen dikdörtgenlerin alanlarını bulalım.

EGFH dikdörtgeninin alanı,

$$A(\text{EFGH}) = \text{IEFI} \cdot \text{IGFI} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}^2,$$

ABCD dikdörtgeninin alanı,

$$A(\text{ABCD}) = \text{IABI} \cdot \text{IBCI} = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Görüldüğü gibi iki farklı dikdörtgenin alanı, birbirine eşittir.

EFGH dikdörtgeninin çevresi,

$$\begin{aligned} \text{Çevre}(\text{EFGH}) &= 2 \cdot (\text{IEFI} + \text{IFGI}) = 2 \cdot (10 + 4) \\ &= 2 \cdot 14 = 28 \text{ cm,} \end{aligned}$$

ABCD dikdörtgeninin çevresi,

$$\begin{aligned} \text{Çevre}(\text{ABCD}) &= 2(\text{IABI} + \text{IBCI}) = 2 \cdot (8 + 5) \\ &= 2 \cdot 13 = 26 \text{ cm olur.} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} A(\text{EFGH}) = 40 \text{ cm}^2 \\ A(\text{ABCD}) = 40 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} A(\text{EFGH}) = A(\text{ABCD})$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Çevre}(\text{EFGH}) = 28 \text{ cm} \\ \text{Çevre}(\text{ABCD}) = 26 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{Çevre}(\text{EFGH}) > \text{Çevre}(\text{ABCD})$$

Görüldüğü gibi EFGH dikdörtgeni ile ABCD dikdörtgeninin alanları eşit olmasına rağmen çevreleri farklıdır.

ABCD dikdörtgeninin kenar uzunlukları, EFGH dikdörtgeninin kenar uzunluklarına göre birbirine daha yakındır.



Alanları eşit olan dikdörtgenlerden, kenar uzunlukları birbirine yakın olanların çevre uzunlukları daha küçüktür.

8. ÖRNEK

Kenar uzunlukları pozitif tam sayı olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğu 34 cm ise alanının **en fazla** kaç cm^2 olacağını bulalım.

ÇÖZÜM

Çevre uzunluğu eşit olan dikdörtgenlerde kenar uzunlukları birbirine yakın olan dikdörtgenin alanı daha büyüktür.

Dikdörtgenin çevresi 34 cm olduğundan, birbirine dik olan kenarların uzunlukları toplamı 17 cm'dir. Toplamları 17 olan pozitif tam sayıların çarpımlarını yazalım.

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 17 \text{ cm} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \cdot 16 = 16 \\ 2 \cdot 15 = 30 \\ 3 \cdot 14 = 42 \\ 4 \cdot 13 = 52 \\ 5 \cdot 12 = 60 \\ 6 \cdot 11 = 66 \\ 7 \cdot 10 = 70 \\ 8 \cdot 9 = 72 \end{array}$$

Yandaki kenar uzunluklarından birbirine en yakın uzunluklar, 8 cm ile 9 cm'dir ve çarpımları en büyüktür.

Buradan, çevre uzunluğu 34 cm olan dikdörtgenin alanı **en fazla**, $8 \cdot 9 = 72 \text{ cm}^2$ bulunur.

9. ÖRNEK

Alanı 30 cm^2 olan dikdörtgenin kenar uzunlukları tam sayı olduğuna göre çevre uzunluğunun **en az** kaç cm olacağını bulalım.

ÇÖZÜM

Alanları eşit olan dikdörtgenlerde kenar uzunlukları birbirine yakın olanların çevre uzunluğu, daha küçüktür.

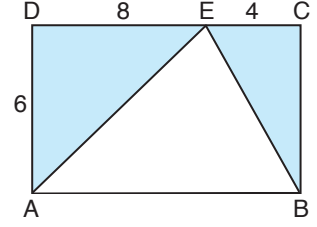
$$\begin{array}{l} \text{Alan} = 30 \text{ cm}^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \cdot 30 \\ 2 \cdot 15 \\ 3 \cdot 10 \\ 5 \cdot 6 \end{array}$$

Yukarıdaki kenar uzunluklarından birbirine en yakın uzunluklar, 5 cm ile 6 cm'dir. Öyleyse alanı 30 cm^2 olan dikdörtgenin çevresi **en az**,

$$2 \cdot (5 + 6) = 2 \cdot 11 = 22 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

ALİŞTIRMALAR

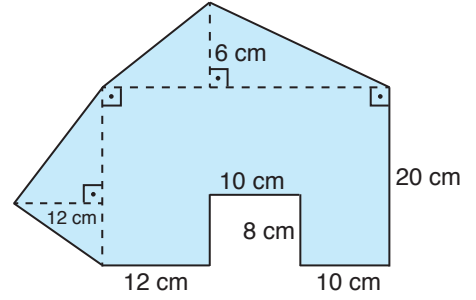
1. Yanda ABCD dikdörtgeninde,
IDEI = 8 cm, IECI = 4 cm, IDAI = 6 cm
olduğuna göre $A(\widehat{ABE})$ 'ni bulunuz.



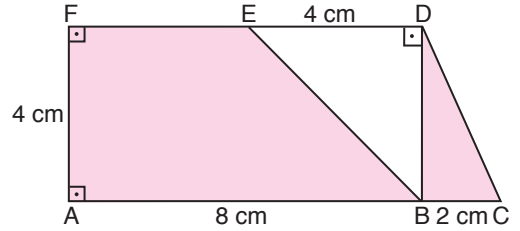
2. Bir kenarının uzunluğu 20 m olan kare şeklindeki bir bahçenin içerisine kenar uzunlukları 3 m ve 4 m olan dikdörtgen şeklindeki bir havuz yapılmıştır.

Havuzun dışındaki alanlar çimle kaplanacaktır. Buna göre kaç m^2 alan çimle kaplanır?

3. Yandaki şekilde verilenlere göre boyalı bölgenin alanını bulunuz.



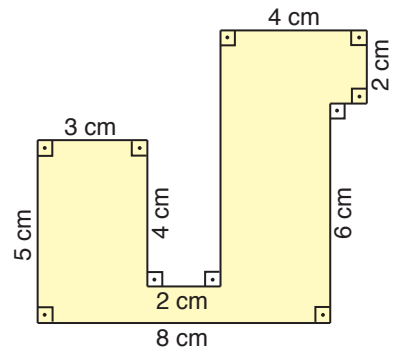
4. Yandaki şekilde verilenlere göre boyalı alanı bulunuz.



5. Kenar uzunlukları tam sayı olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğu 36 cm olduğuna göre bu dikdörtgenin alanı **en fazla** kaç cm^2 dir?

6. Alanı $72 cm^2$ olan dikdörtgenin kenar uzunlukları tam sayı olduğuna göre bu dikdörtgenin çevre uzunluğu **en az** kaç cm 'dir?

7. Yanda ölçüleri verilen kapalı şeklin alanı kaç cm^2 dir?

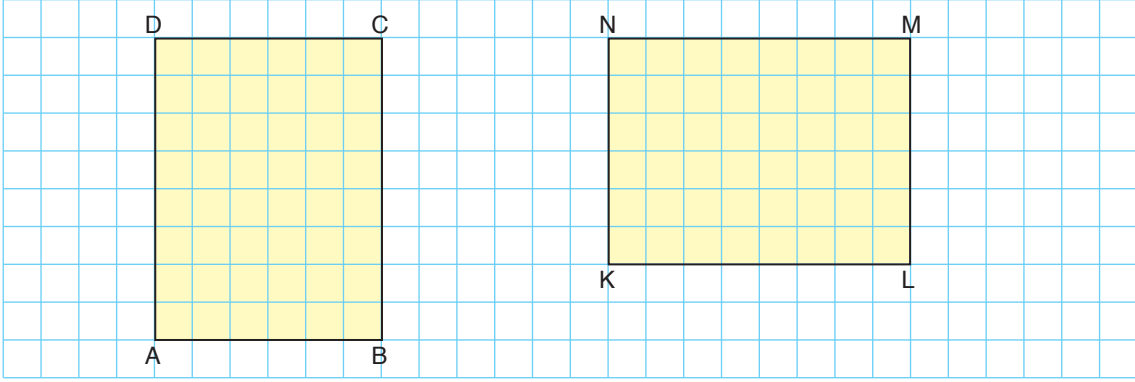


DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

Eş Şekiller

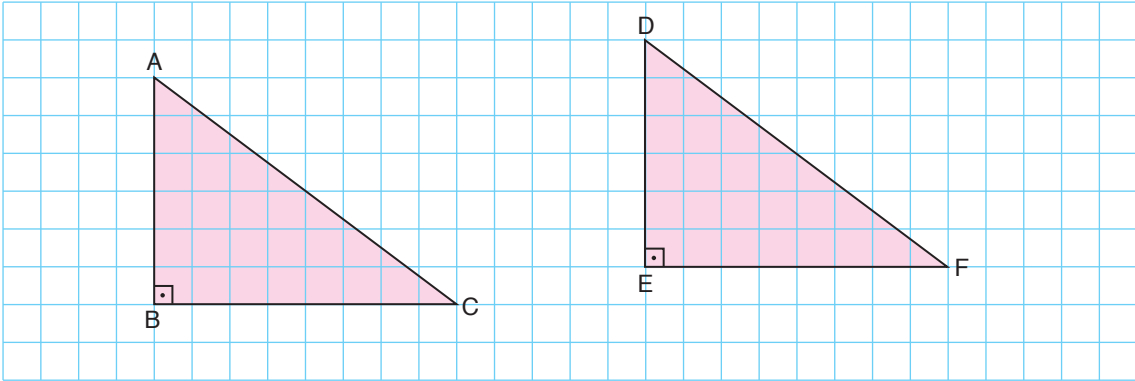


İki çokgenin karşılıklı açılarının ölçüleri ve karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşit ise bu iki çokgen **eşitir** denir.



Yukarıdaki şekilde verilen ABCD dikdörtgeni ile KLMN dikdörtgeni eş dikdörtgenlerdir. Her iki dikdörtgenin de kısa kenar uzunlukları 6 br, uzun kenar uzunlukları 8 br, olduğundan, bu iki dikdörtgen birbirine eştir.

Bu eşlik $ABCD \cong NKLM$ şeklinde gösterilir ve ABCD dikdörtgeni eştir NKLM dikdörtgeni diye okunur.



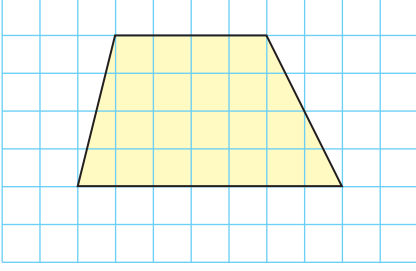
Yukarıdaki şekilde verilen \widehat{ABC} ile \widehat{DEF} eş üçgenlerdir. Çünkü karşılıklı kenar uzunlukları ve karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.

$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ şeklinde gösterilir.

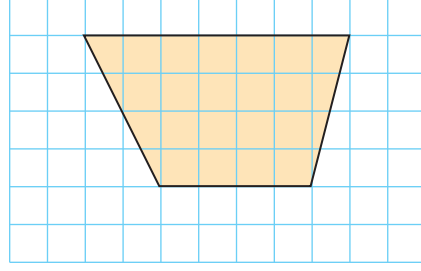
1. ÖRNEK

Aşağıdaki şekillerin eş olup olmadıklarını belirtelim.

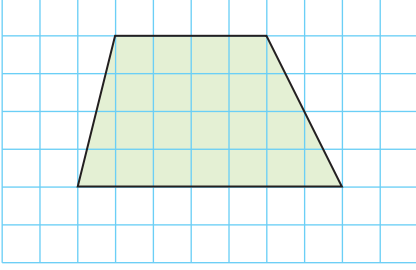
a.



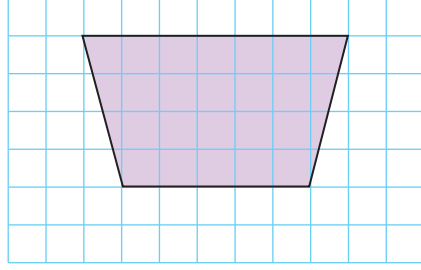
b.



c.



ç.



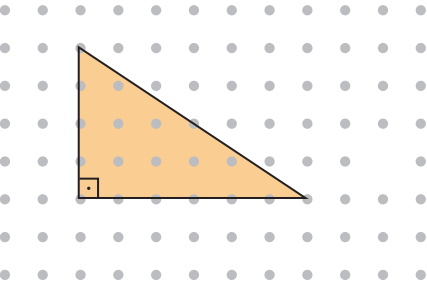
ÇÖZÜM

Yukarıda verilen şekiller incelendiğinde, karşılıklı kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eş olduğundan, a, b ve c şıklarındaki dörtgenlerin (yamukların) eş oldukları görülür. ç şıkında verilen dörtgen ise diğerlerine eş değildir.

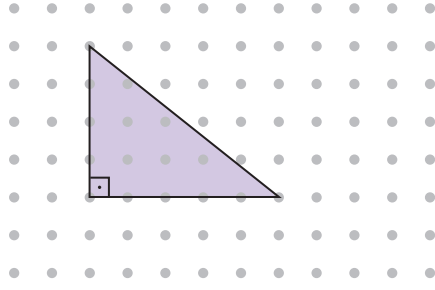
2. ÖRNEK

Aşağıdaki üçgenlerden birbirine eş ve eş olmayan üçgenleri belirtelim.

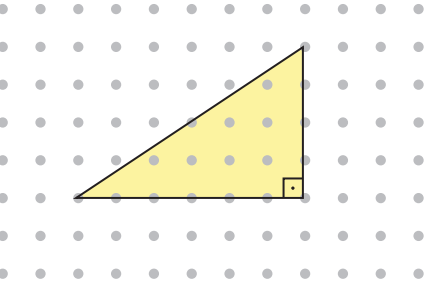
a.



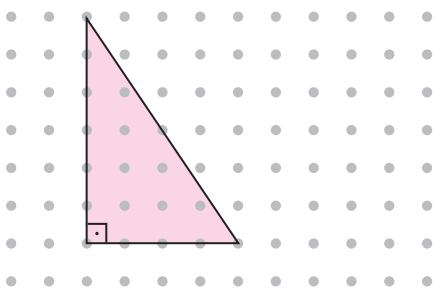
b.



c.



ç.

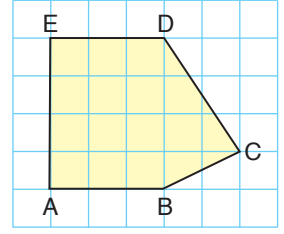


ÇÖZÜM

Yukarıda çizilen şekiller, incelendiğinde, karşılıklı kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eşit olan a, c ve ç şıklarındaki üçgenler birbirine eştir. b şıkındaki üçgenin kenar uzunlukları ve açı ölçüleri diğer şıklarındaki üçgenlerinkinden farklı olduğundan, diğerlerine eş olmadığı görülmektedir.

3. ÖRNEK

Yanda kareli kâğıtta verilen şekle eş bir şekil çizelim.



ÇÖZÜM

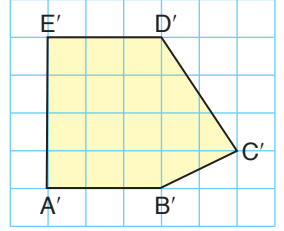
Karşılıklı kenar uzunluklarına ve açı ölçülerine eşit olmak üzere verilen şekle yandaki gibi eş bir şekil çizebiliriz.

$$IEDI = IE'D'I, IABI = IA'B'I, IEAI = IE'A'I,$$

$$IDCI = ID'C'I, IBCI = IB'C'I \text{ ve}$$

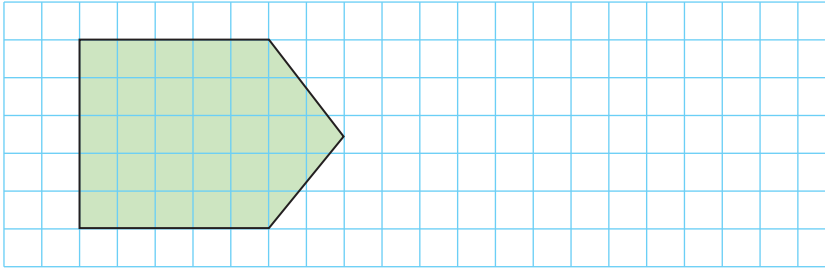
karşılıklı köşelerindeki açıların ölçüleri eşit olduğundan,

$$ABCDE \cong A'B'C'D'E'$$

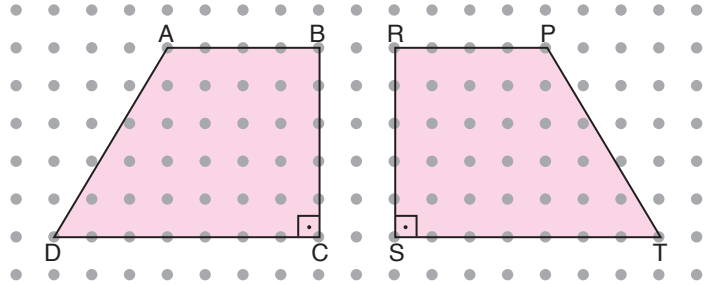


ALİŞTIRMALAR

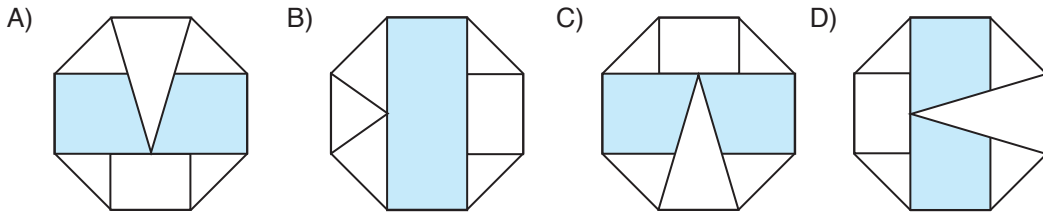
1. Kareli kâğıt üzerine yandaki şekle eş bir şekil çiziniz.



2. Yandaki şekilde verilen ABCD dörtgeni ile PRST dörtgeni, eş midir? Belirtiniz.



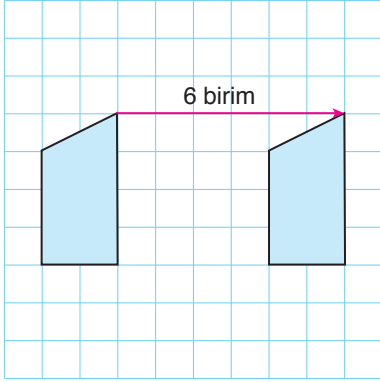
3. Aşağıda verilen şekillerden hangisi diğerlerinden farklıdır?



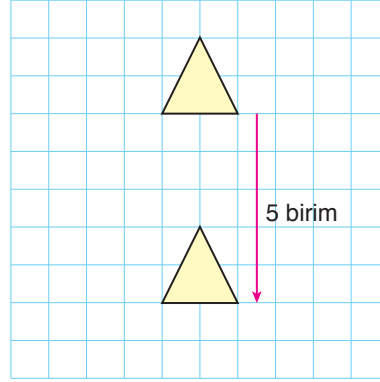
Öteleme



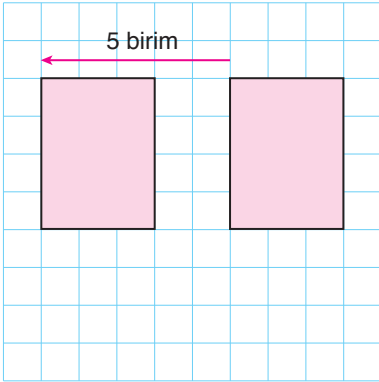
Bir nesnenin, bir yerden başka bir yere, belirli bir doğrultu ve yönde yer değiştirmesine; **öteleme** denir.



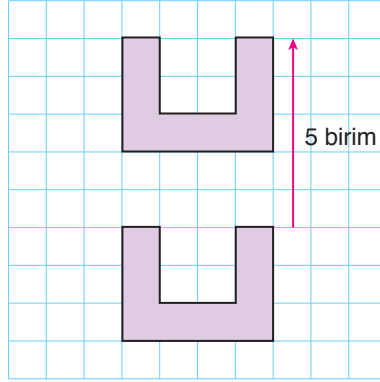
6 birim sağa ötelenmiştir.



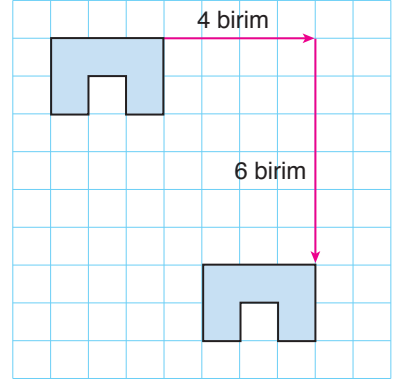
5 birim aşağı ötelenmiştir.



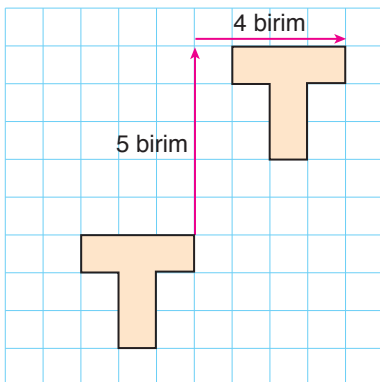
5 birim sola ötelenmiştir.



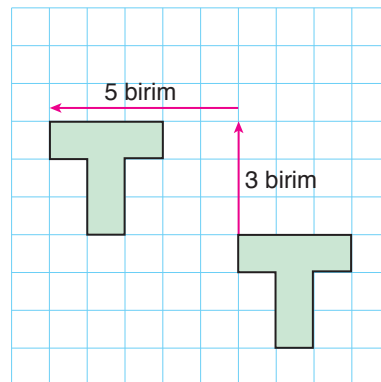
5 birim yukarı ötelenmiştir.



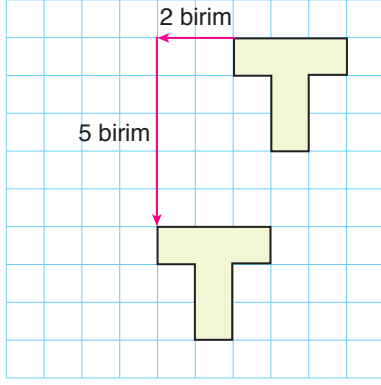
4 birim sağa, 6 birim aşağı ötelenmiştir.



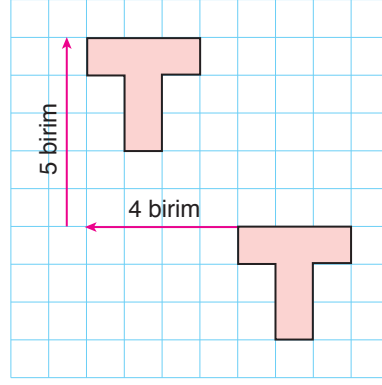
5 birim yukarı, 4 birim sağa ötelenmiştir.



3 birim yukarı, 5 birim sola ötelenmiştir.



2 birim sola, 5 birim aşağı
ötelenmiştir.



4 birim sola, 5 birim yukarı
ötelenmiştir.



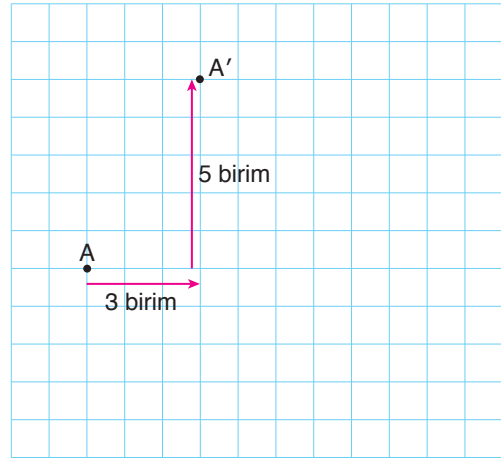
Ötelenen bir şeklin üzerindeki her bir nokta, aynı yön ve büyüklükte ötelenir.

1. ÖRNEK

Kareli kâğıt üzerinde bir A noktası alıp 3 birim sağa, 5 birim yukarı öteleyelim.

ÇÖZÜM

A noktası, 3 birim sağa, 5 birim yukarı ötelenerek A noktasına eş A' noktası elde edilir. Belli bir yön ve doğrultuda ötelenerek yer değiştirmiştir.

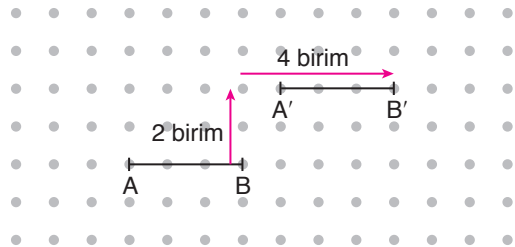


2. ÖRNEK

Noktalı kâğıt üzerinde bir AB doğru parçası alıp 2 birim yukarı, 4 birim sağa öteleyelim.

ÇÖZÜM

AB doğru parçası, 2 birim yukarı, 4 birim sağa ötelenerek A'B' doğru parçası elde edilmiştir. Sadece belli bir yön ve doğrultuda ötelenerek yer değiştirmiştir.

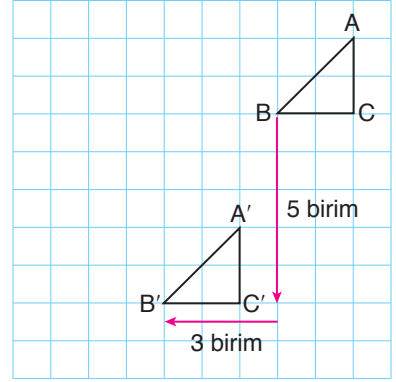
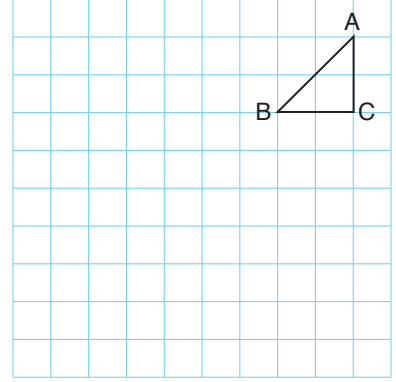


3. ÖRNEK

Yanda kareli kâğıt üzerindeki ABC üçgenini, 5 birim aşağı, 3 birim sola öteleyelim.

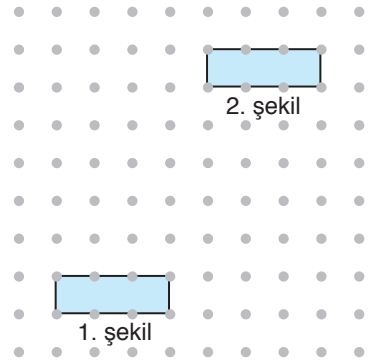
ÇÖZÜM

ABC üçgeni, kareli kâğıt düzleminde 5 birim aşağı, 3 birim sola ötelenerek A'B'C' üçgeni elde edilmiştir. Sadece belli bir yönde ve doğrultuda ötelenerek konum değiştirmiştir. Şekil ile ötelenecek şekil birbirinin aynı kalmıştır.



4. ÖRNEK

Yanda verilenlere göre 2. şekil, 1. şeklin kaç birim ötelenmiş hâlidir? Bulalım.

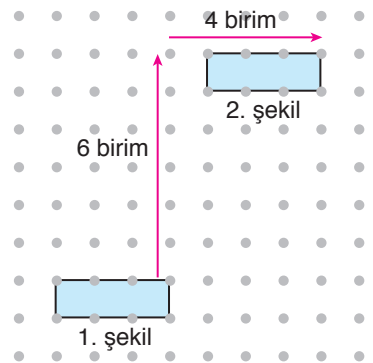


ÇÖZÜM

2. şekil, 1. şeklin 6 birim yukarı, 4 birim sağa ötelenmiş hâlidir.

Ötelenecek 2. şekil ile 1. şekil birbirine eşittir.

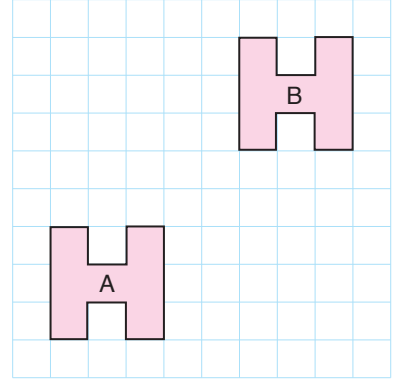
1. şekil, konum değiştirerek 2. şekil konumuna ötelenir.



ALİŞTIRMALAR

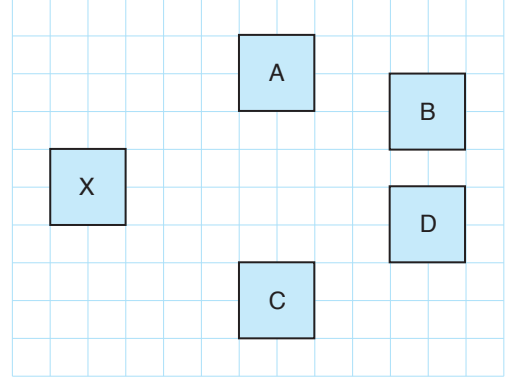
1. Yanda kareli kâğıt üzerinde bulunan A şekli ve B şekli arasındaki ilişki ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) B şekli, A şeklinin 5 br sola, 5 br aşağı ötelenmiş hâlidir.
- B) B şekli, A şeklinin 5 br sola, 5 br yukarı ötelenmiş hâlidir.
- C) B şekli, A şeklinin 5 br sağa, 5 br aşağı ötelenmiş hâlidir.
- D) B şekli, A şeklinin 5 br sağa, 5 br yukarı ötelenmiş hâlidir.



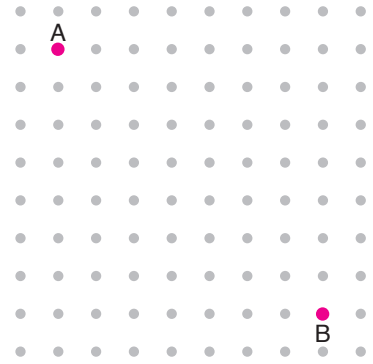
2. Yanda verilen X şeklini 2 br yukarı ve 9 br sağa ötelerssek hangi şekil oluşur?

- A) D
- B) C
- C) B
- D) A



3. Yanda noktalı kâğıtta verilen A noktasının öteleme altındaki görüntü noktası B noktasıdır. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) A noktası, 5 br sağa, 6 br aşağı ötelenerek B noktasına gelmiştir.
- B) A noktası, 7 br sola, 7 br aşağı ötelenerek B noktasına gelmiştir.
- C) A noktası, 7 br sağa, 7 br aşağı ötelenerek B noktasına gelmiştir.
- D) A noktası, 7 br sola, 7 br yukarı ötelenerek B noktasına gelmiştir.

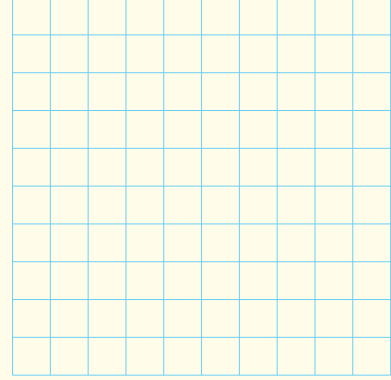


Öteleme Şekil ile Görüntüsünü Karşılaştırma

ETKİNLİK

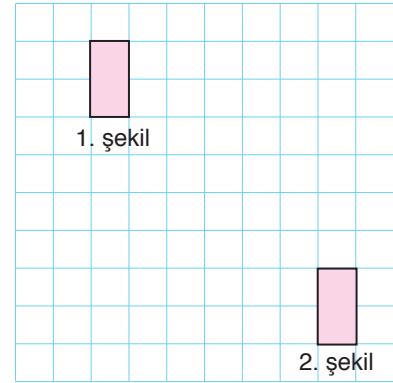
Araç ve Gereçler: kareli kâğıt, cetvel, kalem.

- ▶ Kareli kâğıt üzerine bir üçgen şekli çiziniz.
- ▶ Çizdiğiniz üçgenin köşelerini A, B, C olarak adlandırınız.
- ▶ ABC üçgeninin kenarları üzerine sırasıyla D, E ve F noktalarını yazınız.
- ▶ ABC üçgenini sağa doğru 3 br öteleme yapınız.
- ▶ ABC üçgeninin öteleme ile oluşan yeni üçgene A'B'C' üçgeni adını veriniz.
- ▶ ABC üçgeni 3 br ötelendiğinde A, B, C köşeleri kaçar birim ötelendi?
- ▶ ABC üçgeni 3 br ötelendiğinde, kenarlar üzerindeki D, E ve F noktaları kaçar birim ötelendi?
- ▶ ABC üçgeni ötelendiğinde $IAA'I = IBB'I = ICC'I$ iken D, E ve F noktalarının öteleme sonucu oluşan görüntüleri D', E' ve F' olmak üzere $IDD'I = IEE'I = IFF'I$ oldu mu? Açıklayınız.
- ▶ Şekil ve görüntünün ötelemeden dolayı kenar uzunluklarının değişip değişmediğini belirtiniz.



1. ÖRNEK

Yandaki şekilde 2. şeklin, 1. şeklin kaç birim ötelenmiş hâli olduğunu bularak iki şeklin eş olup olmadığını belirtelim.



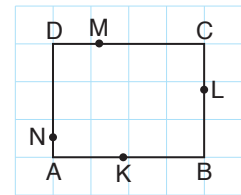
ÇÖZÜM

2. şekil, 1. şeklin 6 birim sağa, 6 birim aşağı ötelenmiş hâlidir. Buradaki 1. şekil ile 2. şekil birbirine eş şekillerdir.

1. şekil, konum değiştirerek 2. şeklin konumuna ötelenmiştir. Şekillerin büyüklükleri değişmemiştir.

2. ÖRNEK

Yanda kareli kâğıt üzerindeki ABCD dörtgenini 8 birim sağa, 2 birim yukarı ötelediğimizde şekil üzerindeki K, L, M, N noktalarının yeni konumları ile şeklin yeni konumu arasındaki ilişkiyi ve şekille görüntüsünün eş olduğunu gösterelim.

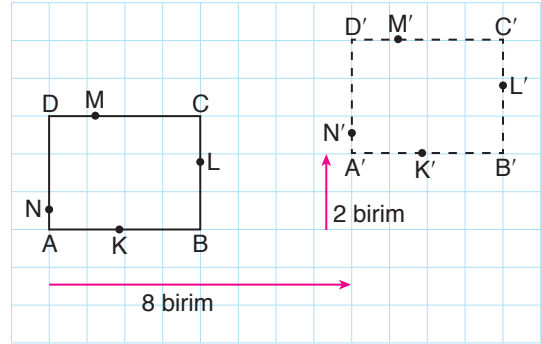


ÇÖZÜM

Yandaki ABCD dörtgenini 8 birim sağa ve 2 birim yukarıya ötelediğimizde, A'B'C'D' dörtgeni elde edilir.

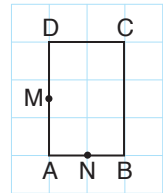
Şekilde de görüldüğü gibi ötelemede şekil üzerindeki her bir nokta, aynı yön ve büyüklükte bir dönüşüme tabidir. Oluşan şekillerde eşitir.

$ABCD \cong A'B'C'D'$ olur.



3. ÖRNEK

Yanda kareli kâğıtta bir ABCD dörtgeni çizerek 4 birim yukarı, 3 birim sağa öteleyip ABCD dörtgeninin her noktasının da aynı yön ve doğrultuda ötelendiğini gösterelim.

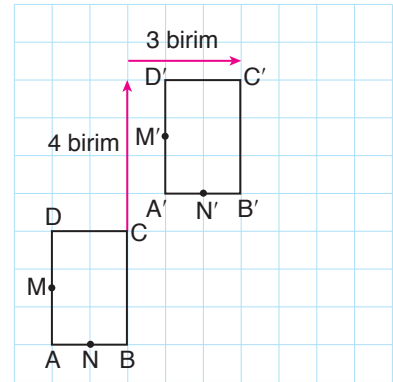


ÇÖZÜM

ABCD dörtgeninin kareli düzlem üzerinde 4 birim yukarı, 3 birim sağa ötelenmiş A'B'C'D' dörtgenidir. Burada ABCD dörtgeninin her noktası da aynı ölçülerde ötelenmiş olur.

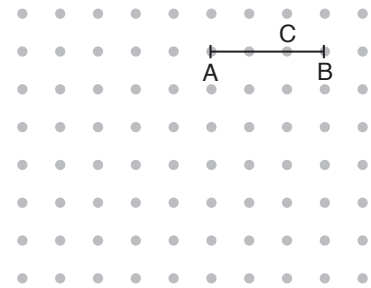
Görüldüğü gibi ABCD dörtgenindeki öteleme yer değiştirmesi A, B, C ve D noktalarını da 4 birim yukarı, 3 birim sağa ötelemiştir. Şekil üzerindeki [DA] kenarı üzerindeki M noktası ve [AB] kenarı üzerindeki N noktası da 4 birim yukarı, 3 birim sağa ötelenmiştir.

Ötelenmiş şekillerin görüntülerinin de eş olduğunu görüyoruz. Şekiller eş ise üzerlerindeki noktaların da eşit mesafede ötelenmiş olduğu görülmektedir.



4. ÖRNEK

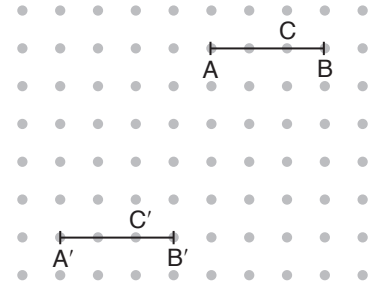
Yandaki noktalı kâğıtta verilen [AB]'nin 5 birim aşağı 4 birim sola ötelenmişini göstererek [AB]'nin üzerindeki her bir noktanın aynı yön ve doğrultuda ötelendiğini gösterelim.



ÇÖZÜM

[AB]'nin noktalı kâğıt üzerinde 5 birim aşağı, 4 birim sola ötelenmiş [A'B']'dir. Burada [AB]'nin üzerindeki her bir noktası da aynı ölçüde 5 birim aşağı, 4 birim sola ötelenmiştir.

Burada ötelenmiş [AB] ile [A'B']'nin ve C ile C' noktalarının eş olduğunu görüyoruz. Ötelemede şekiller eş ise üzerlerindeki noktaların da aynı yön ve büyüklükte ötelenmiş olduğu görülmektedir.



5. ÖRNEK

Bilgisayar programında bir çokgenin ötelemesini yapalım.

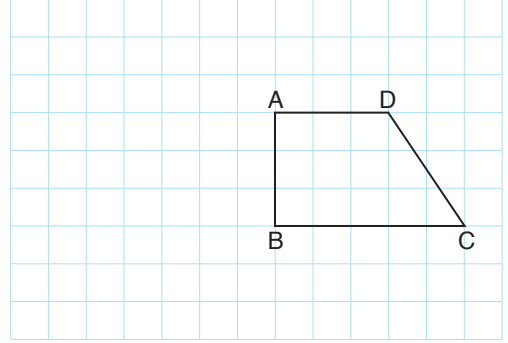
ÇÖZÜM

GeoGebra programını çalıştırarak **Çokgen** seçeneğini işaretleyelim. ABCDE çokgenini çizelim. Çokgenin dışında bir F noktası işaretleyelim. **Matematiksel Fonksiyonlar** menüsünden **Ötele** seçeneğini seçelim.

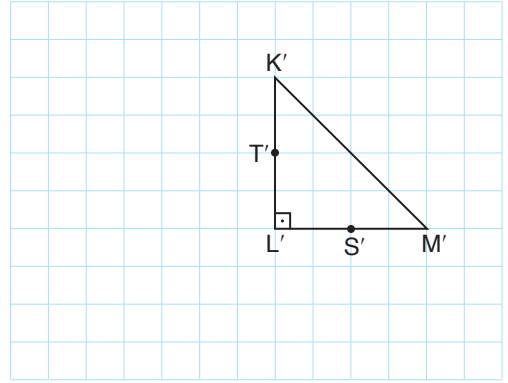
Giriş bölümüne **ötele[çokgen1, F]** yazıp enter tuşuna bastığımızda, ABCDE çokgeni 5 birim sağa 3 birim aşağı ötelenmiş olur.

ALİŞTIRMALAR

1. Yandaki kareli kâğıt üzerinde verilen ABCD dörtgenini 6 birim sola 2 birim aşağı öteleme yapınız. Ötelenen şekil ile görüntüsünü karşılaştırınız.

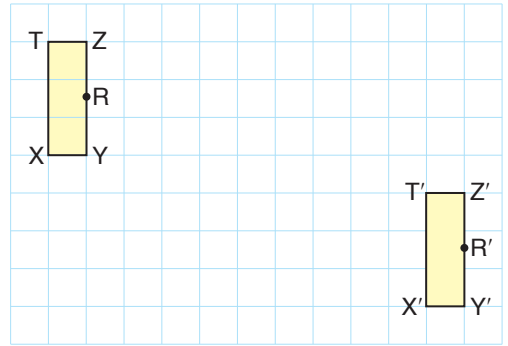


2. Yandaki kareli kâğıt üzerinde çizilmiş $K'L'M'$ üçgeni, KLM üçgeninin 6 birim sağa 3 birim yukarı ötelenmiş şeklidir. KLM üçgenini, geri öteleme yaparak bulunuz ve çiziniz. Görüntü ile KLM üçgenini karşılaştırınız.

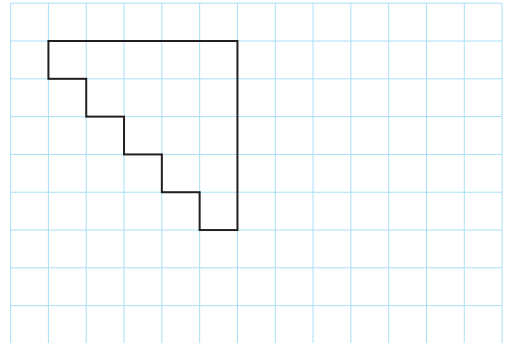


3. Yanda TXYZ dörtgeni ötelenerek $T'X'Y'Z'$ dörtgeni elde ediliyor. Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) 5 birim aşağı, 3 birim sağa ötelenmiştir.
- B) 8 birim aşağı, 4 birim sola ötelenmiştir.
- C) Ötelenen şekil ile görüntüsü eşittir.
- D) 10 birim sola 5 birim yukarı ötelenmiştir.



4. Yanda kareli kâğıt üzerindeki şekli 2 birim sağa 3 birim aşağıya öteleyiniz.



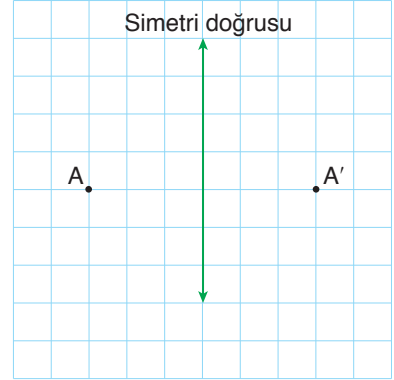
Yansıma



Düzlemde nokta, doğru parçası ve şekillerin simetri doğrusuna göre simetriği yansıma olarak adlandırılır.

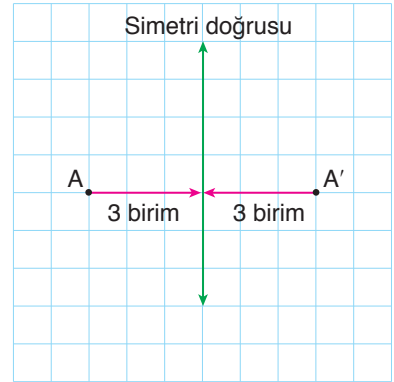
1. ÖRNEK

Yanda kareli kâğıt üzerindeki bir A noktasının simetri doğrusuna göre yansımasını bulalım.



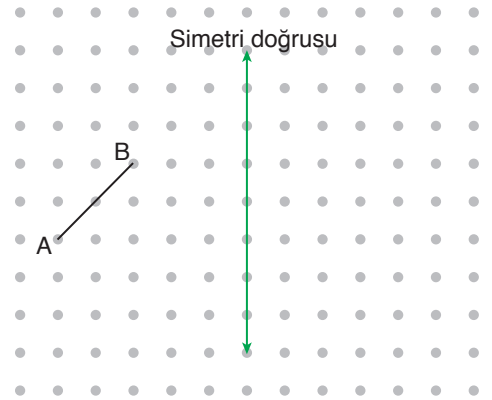
ÇÖZÜM

A noktası simetri doğrusuna 3 br uzaktadır. A noktasının yansımasının görüntüsü olan A' noktası, simetri doğrusunun diğer tarafında ve 3 br uzaklıkta olur. A noktasının simetri doğrusuna göre yansıması A' noktasıdır.



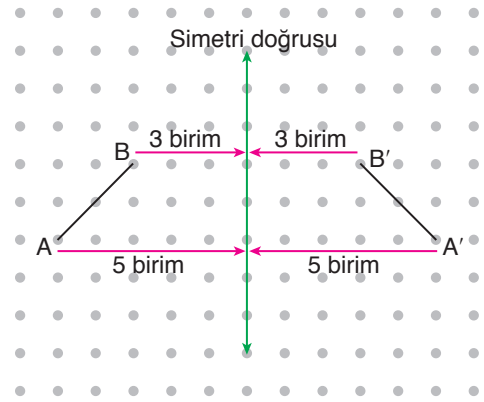
2. ÖRNEK

Yanda noktalı kâğıt üzerindeki bir [AB]'nin simetri doğrusuna göre yansımasını bulalım.



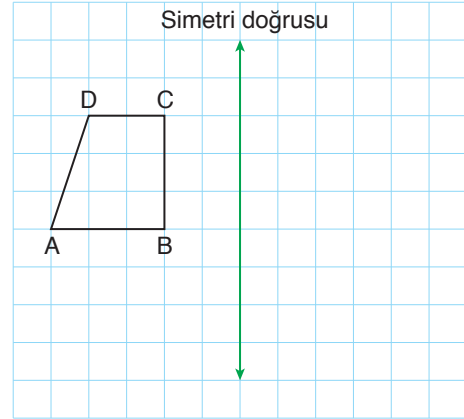
ÇÖZÜM

[AB]'nin simetri doğrusuna uzaklığı ile [A'B']'nin yansımasının görüntüsü olan [A'B']'nin simetri doğrusuna uzaklığının eşit olması gerekir. [AB]'nin uç noktalarından olan B noktası, simetri doğrusuna 3 br uzaklıkta ise [A'B']'nin B' noktası da simetri doğrusuna 3 br uzaklıkta olur. Diğer taraftan [AB]'nin A noktası simetri doğrusuna 5 birim uzaklıkta ise [A'B']'nin A' noktası da simetri doğrusuna 5 birim uzaklıkta olacaktır.



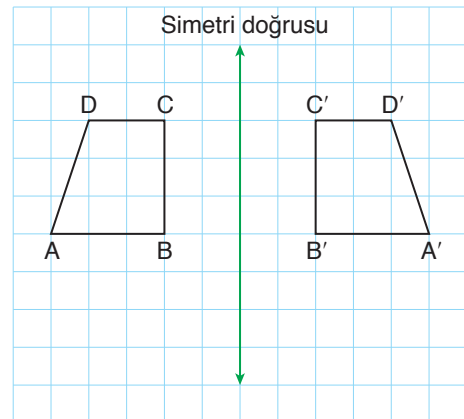
3. ÖRNEK

Yandaki kareli kâğıtta verilen ABCD dörtgeninin simetri doğrusuna göre yansımasını bulalım.



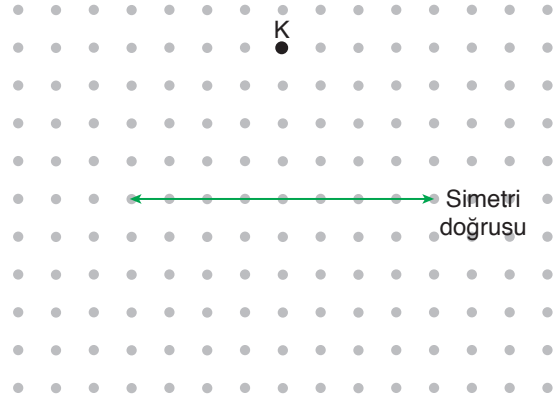
ÇÖZÜM

A noktası simetri doğrusuna 5 br uzakta ise görüntüsü olan A' noktası da simetri doğrusuna 5 br uzaklıkta, B noktası simetri doğrusuna 2 br uzakta ise B' noktası da 2 br uzaklıkta, C noktası simetri doğrusuna 2 br uzaklıkta ise C' noktası da simetri doğrusuna 2 br uzaklıkta, D noktası simetri doğrusuna 4 br uzaklıkta ise D' noktası da simetri doğrusuna 4 br uzaklıkta olur. Böylece ABCD dörtgeninin simetri doğrusuna göre yansıması A'B'C'D' dörtgeni yandaki gibi olur.

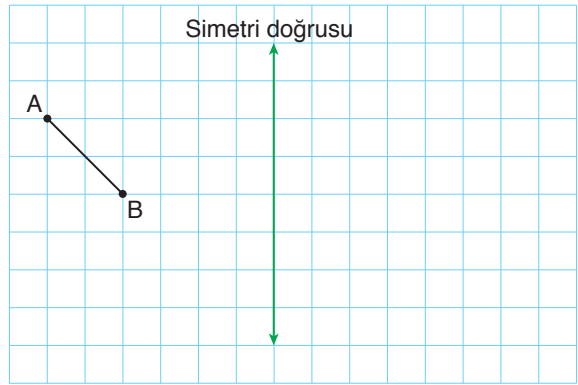


ALIŞTIRMALAR

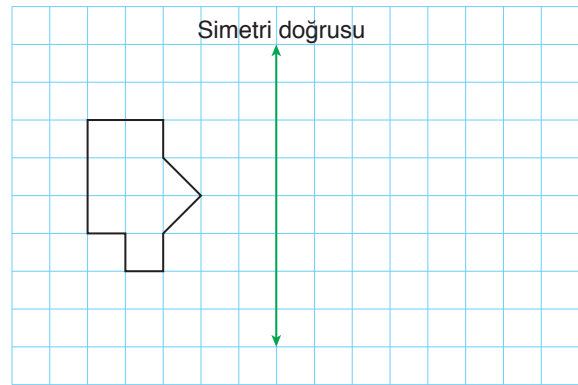
1. Yanda noktalı kâğıt üzerindeki bir K noktasının simetri doğrusuna göre yansımısını bulunuz.



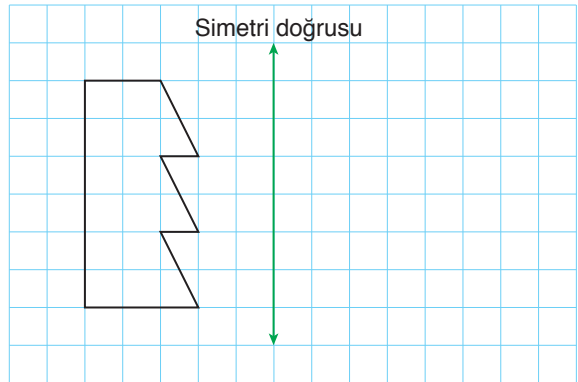
2. Yanda kareli kâğıt üzerinde [AB]'nın simetri doğrusuna göre yansımısını bulunuz.



3. Yanda kareli kâğıt üzerinde verilen şeklin simetri doğrusuna göre yansımısını bulunuz.



4. Yanda kareli kâğıt üzerinde verilen şeklin simetri doğrusuna göre yansımısını bulunuz.

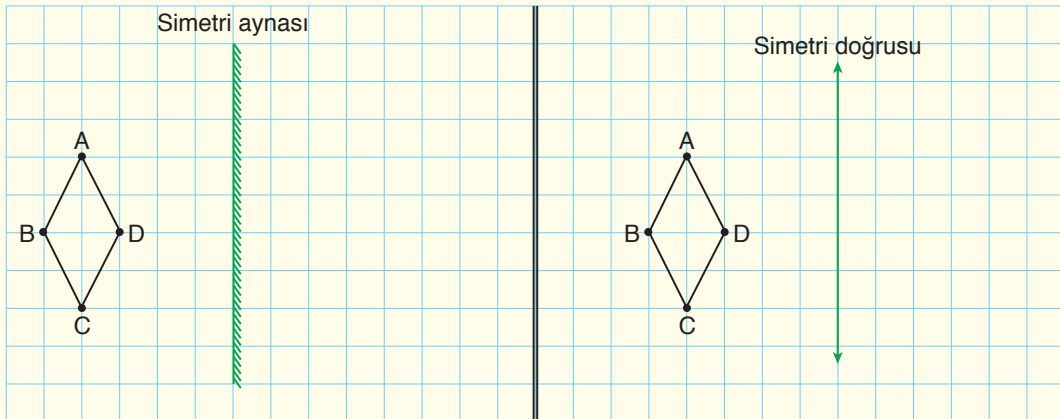


Yansıtılan Şekil ile Görüntüsünü Karşılaştırma

ETKİNLİK

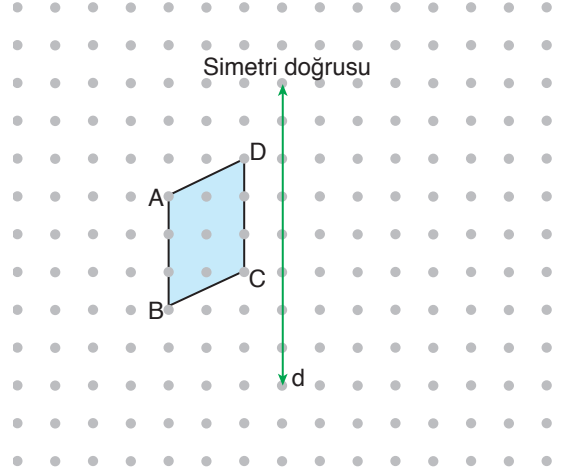
Araç ve Gereçler: kareli kâğıt, simetri aynası, kalem, cetvel.

- ▶ Kareli kâğıdınızı ikiye katlayıp açınız.
- ▶ Oluşan katlama çizgisini cetvel ve kalem ile belirleyiniz.
- ▶ Katlama çizgisinin sol tarafında belirlediğiniz dört noktayı birleştirerek bir dörtgen oluşturunuz.
- ▶ Belirlediğiniz noktaların her birini isimlendiriniz.
- ▶ Simetri aynasını katlama çizgisi üzerine yerleştiriniz ve çizdiğiniz dörtgenin aynadaki görüntüsünü inceleyiniz.
- ▶ Çizdiğiniz şeklin köşeleri ile bu köşelerin yansımalarının katlama çizgisine uzaklıkları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- ▶ Dörtgen ile yansıması arasındaki biçim ve boyut ilişkisini açıklayınız.
- ▶ Dörtgenin her bir noktasının aynaya (simetri doğrusuna) uzaklığı ile dörtgenin görüntüsünün köşe noktalarının aynaya (simetri doğrusuna) uzaklığının eşit olduğunu, şekil ile görüntüsünün eş olduğunu fakat şeklin yönünün değiştiğini gözlemleyiniz.
- ▶ Sonra aynayı kaldırarak ayna varmış gibi katlama çizgisinin sağ tarafına ve eşit uzaklıkta görüntü noktalarını işaretleyiniz.
- ▶ İşaretlediğiniz bu noktaları birleştiriniz ve adlandırınız.
- ▶ Karşılıklı olarak noktaların simetri doğrusuna uzaklıklarını ölçünüz.
- ▶ Ölçtüğünüz uzaklık değerlerini karşılaştırınız.
- ▶ Dörtgenin şeklini ve görüntüsünü karşılaştırınız.
- ▶ Uzaklıklar ve şekiller eş ise bu iki şekil ile görüntü arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.



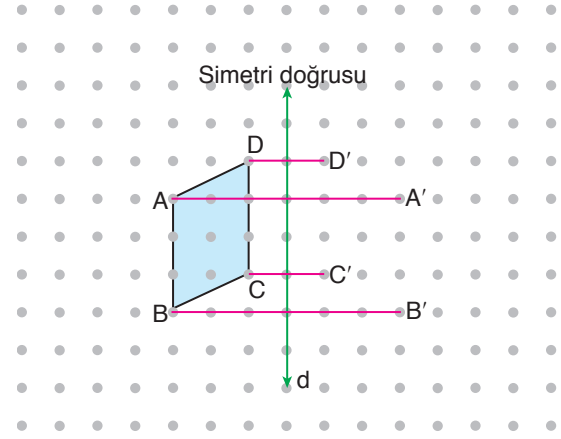
1. ÖRNEK

Yanda verilen ABCD paralelkenarının d simetri doğrusuna göre yansımalarını bulalım.



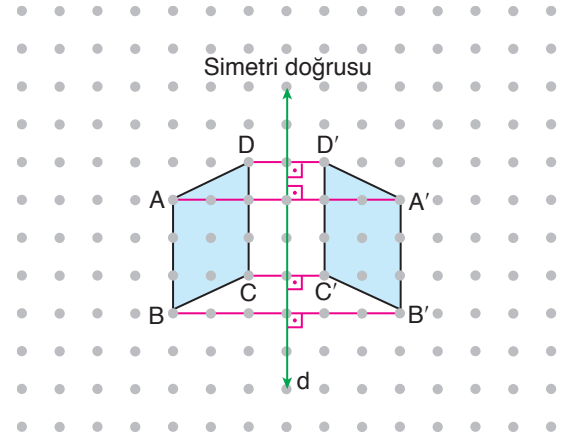
ÇÖZÜM

Şeklin yansımalarını oluştururken şeklin üzerindeki her noktanın yansımalarını alıp bu noktaları birleştirdiğimizde, A'B'C'D' paralelkenarı oluşur.



Yanda görüldüğü gibi, A ve A' noktalarının simetri doğrusuna uzaklığı olan doğru parçası d doğrusuna diktir. [AA'] \perp d, [BB'] \perp d, [CC'] \perp d ve [DD'] \perp d'dir.

Aynı zamanda $ABCD \cong A'B'C'D'$ olur.



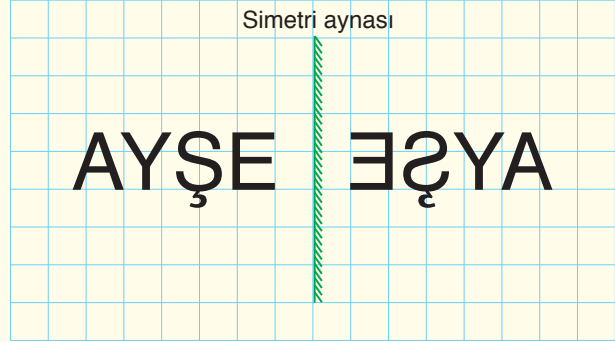
Yansımada, şekil ile görüntüsü üzerinde birbirlerine karşılık gelen noktaların simetri doğrusuna olan uzaklıkları eşit ve şekil ile görüntüsü eşittir.

Şekil ile görüntüsü üzerinde birbirine karşılık gelen noktaları birleştiren doğru parçaları, simetri doğrusuna diktir.

ETKİNLİK

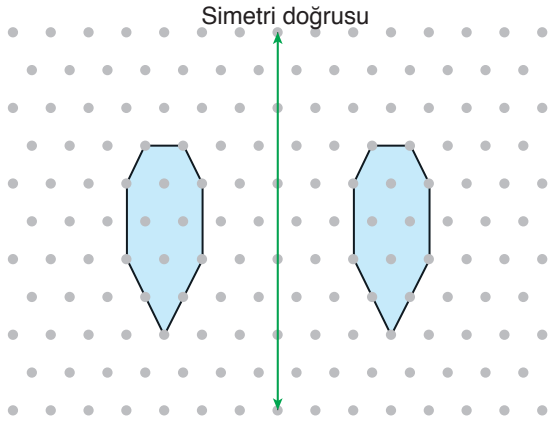
Araç ve Gereçler: simetri aynası, cetvel, kareli kâğıt.

- ▶ Kâğıdınızı ikiye katlayıp açınız.
- ▶ Oluşan katlama çizgisini cetvel yardımıyla belirleyiniz.
- ▶ Katlama çizgisinin bir yanına “AYŞE” kelimesini yazınız.
- ▶ Simetri aynasını katlama çizgisi üzerine yerleştiriniz.
- ▶ “AYŞE” kelimesinin aynadaki görüntüsünü inceleyiniz. Yansıyan görüntüde harflerin biçimi ve büyüklüğü değişti mi? Harflerin yönünde bir değişiklik var mı? Açıklayınız.
- ▶ “AYŞE” kelimesinin hangi harfleri değişti? Nedenini açıklayınız.

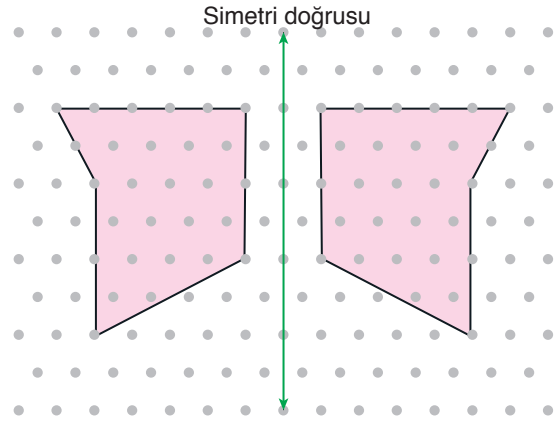


2. ÖRNEK

Aşağıda, simetri doğrularının solunda bazı şekiller, sağında ise doğruya göre yansımaları verilmiştir. Bu şekilleri ve şekillerin doğruya göre simetrilerini inceleyelim.



1. şekil



2. şekil

ÇÖZÜM

Yansıma sonucunda şekillerin biçimi veya büyüklüğü değişmemiştir. Burada 1. şekilde yansıma sonucunda görüntünün yönü değişmemiştir. 2. şekilde ise yansıma sonucunda görüntünün yönü değişmiştir.



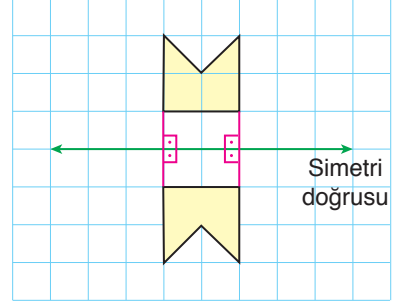
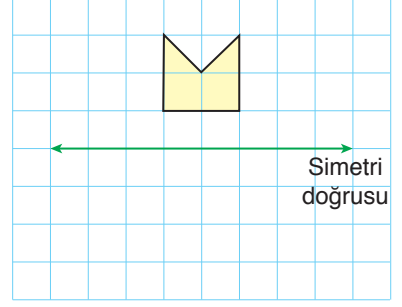
Yansımada şeklin yönü her zaman değişmez, yeri değişir.

3. ÖRNEK

Yandaki kareli kâğıtta verilen şeklin simetri doğrusuna göre yansımalarını bulalım.

ÇÖZÜM

Simetri doğrusuna göre verilen şeklin yansıması yandaki gibi olur. Yansıma sonucu oluşan şekil ile görüntüsü eşittir.

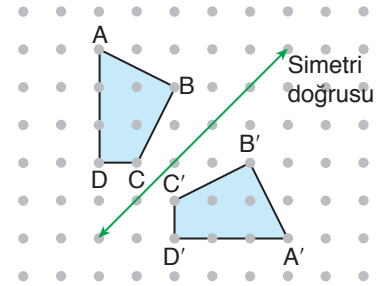
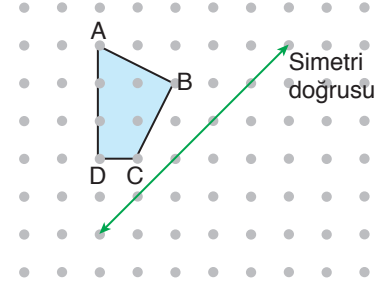


4. ÖRNEK

Yandaki çokgenin eğik simetri doğrusuna göre yansımalarını bulalım.

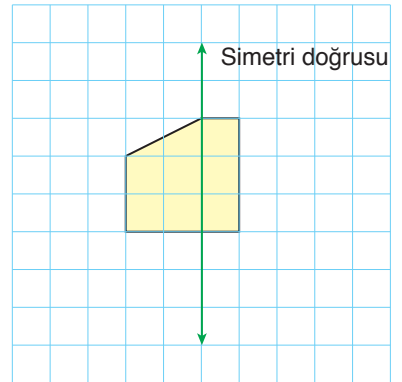
ÇÖZÜM

Eğik simetri doğrusuna göre simetri, yatay ve dikey simetri doğrularında olduğu gibi şeklin simetri doğrusuna uzaklığına göre bulunmaktadır. Burada iki şeklin de simetri doğrusuna uzaklıklarının eşit olduğunu, şekillerin büyüklüklerinin aynı fakat yönlerinin değiştiğini görmekteyiz.



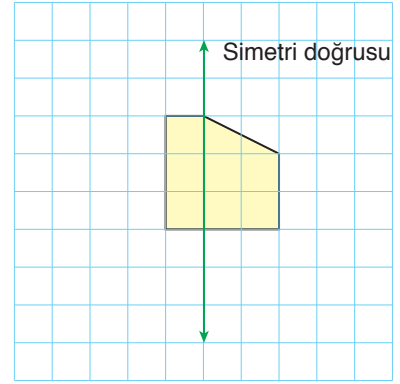
5. ÖRNEK

Yandaki kareli kâğıtta verilen çokgenin simetri doğrusuna göre yansımalarını bulalım.



ÇÖZÜM

Verilen çokgenin simetri doğrusuna göre yansıması yandaki gibidir. Görüldüğü gibi şekil ile görüntüsü eştir.



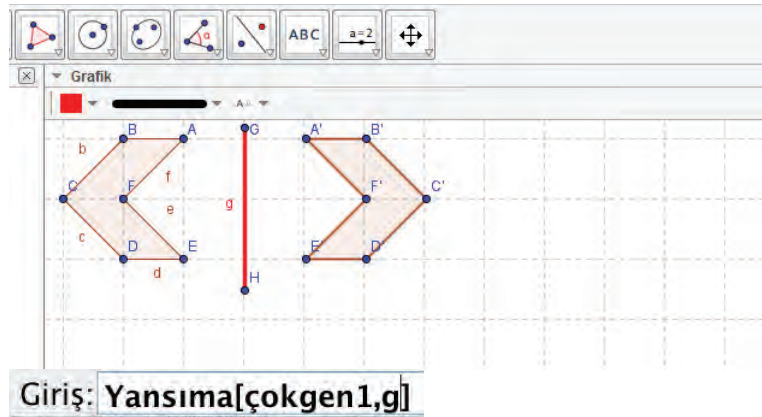
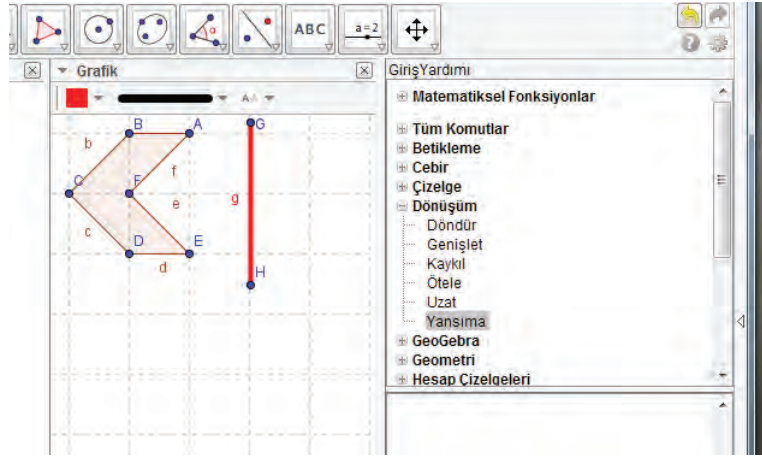
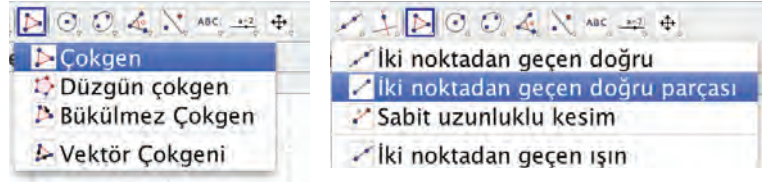
6. ÖRNEK

Bilgisayar programını kullanarak A, B, C, D, E, F noktalarının simetri doğrusuna göre yansımalarını alalım.

ÇÖZÜM

GeoGebra programını çalıştırarak **Çokgen** menüsünü seçerek A, B, C, D, E, F noktalarını tıklayarak yandaki şekli elde edelim. **İki noktadan geçen doğru parçası** menüsünü seçerek G ve H noktalarını birleştirerek g doğru parçasını çizelim.

Matematiksel Fonksiyonlar-Yansıma-Yansıma[<Çokgen>, <Doğru>] seçeneğini alalım. **Giriş** bölümünde **Çokgen** yerine **çokgen1** doğru yerine de **g** yazarak enter tuşuna bastığımızda, çizdiğimiz şeklin yansımasını almış oluruz. Yandaki görüldüğü gibi A, B, C, D, E, F noktalarına karşılık gelen A', B', C', D', E', F' noktalarının g simetri doğrusuna uzaklıkları eşittir ve oluşan şekiller eştir.



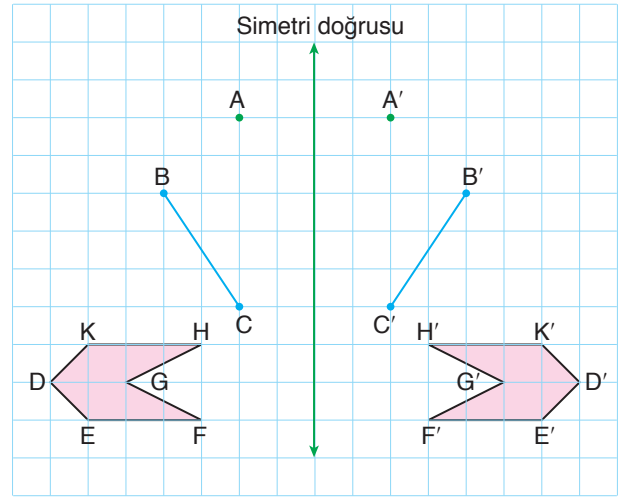
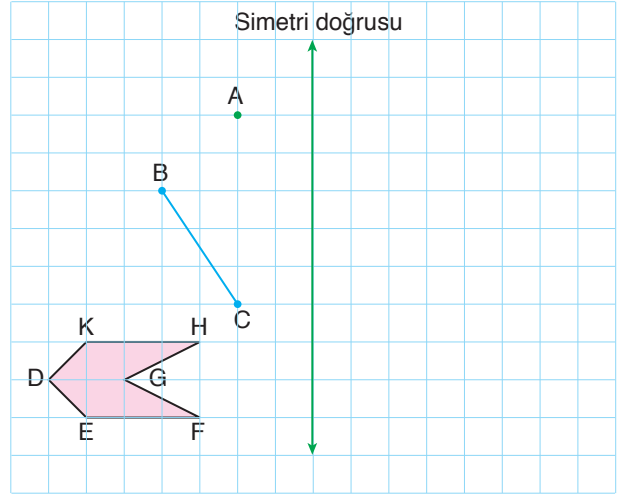
7. ÖRNEK

Yanda aynı düzlem üzerinde bulunan nokta, doğru parçası ve şeklin simetri doğrusuna göre yansımalarını bulalım.

ÇÖZÜM

Verilen nokta, doğru parçası ve şeklin simetri doğrusuna göre yansımaları yanda verilen şekildeki gibi olur.

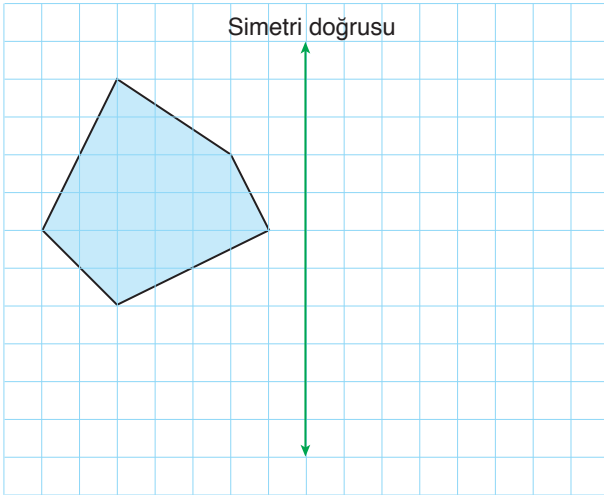
Şekiller ile görüntüleri eştir.



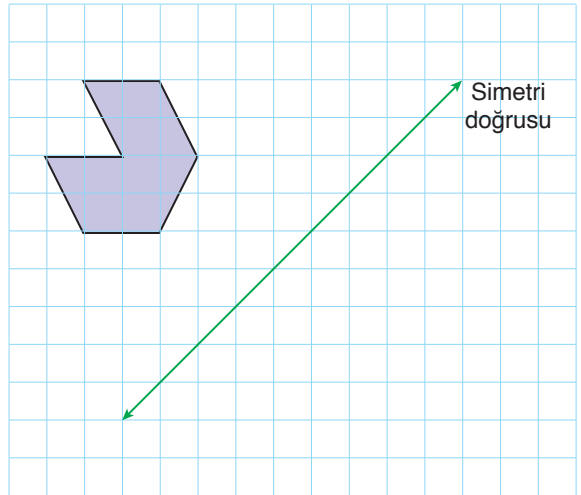
ALİŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki çokgenlerin simetri doğrusuna göre yansımalarını bulunuz. Yansıyan şekil ile görüntüsünü karşılaştırınız.

a.

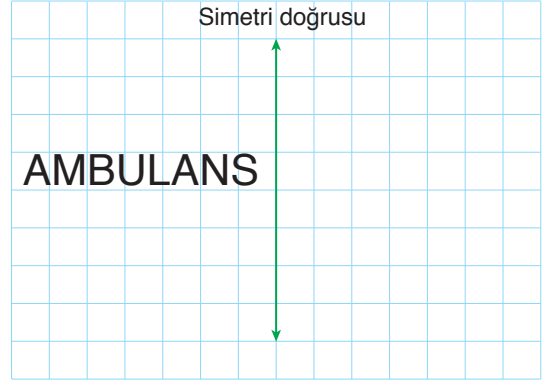


b.



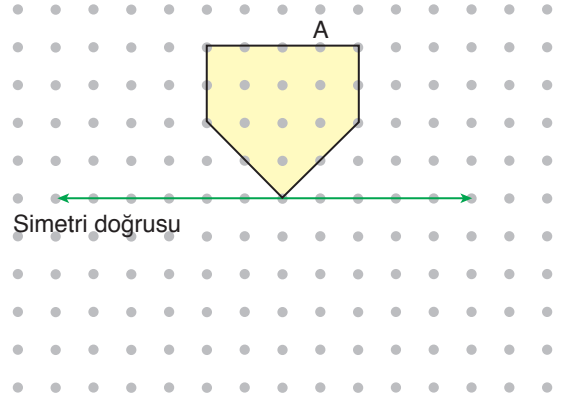
2. Yandaki kareli kâğıtta yazılan “AMBULANS” kelimesinin simetri doğrusuna göre yansımalarını bulunuz. Yansıyan harfler ile görüntülerini karşılaştırınız.

Ambulans araçlarının önündeki yazının neden ters yazıldığını açıklayınız.



3. Yanda simetri doğrusu üzerinde olan şeklin simetri doğrusuna göre yansımalarını bulunuz.

A noktasının simetri doğrusuna olan uzaklığı ile yansıması sonucu oluşan görüntüsünde oluşan A' noktasının simetri doğrusuna olan uzaklığını karşılaştırınız.



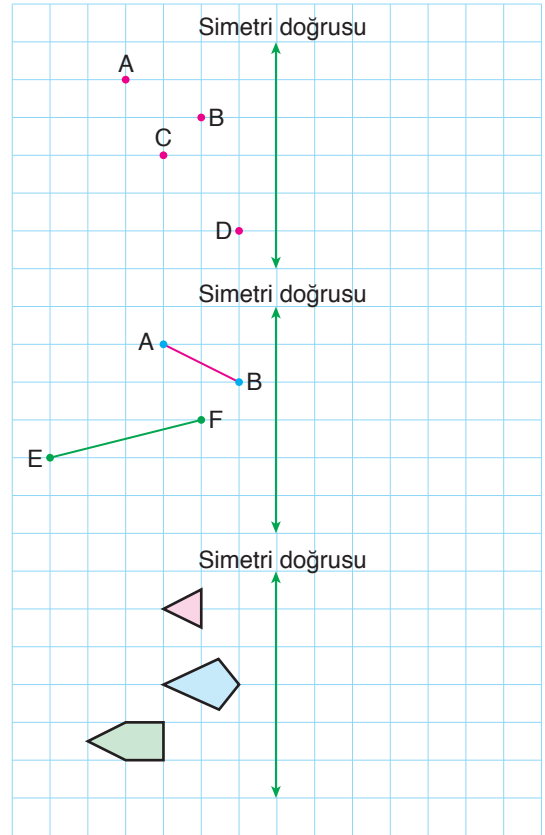
4. Aşağıdaki soruları yandaki şekilde verilenlere göre cevaplayınız.

a. A, B, C ve D noktalarının simetri doğrusuna göre yansımalarını bulunuz.

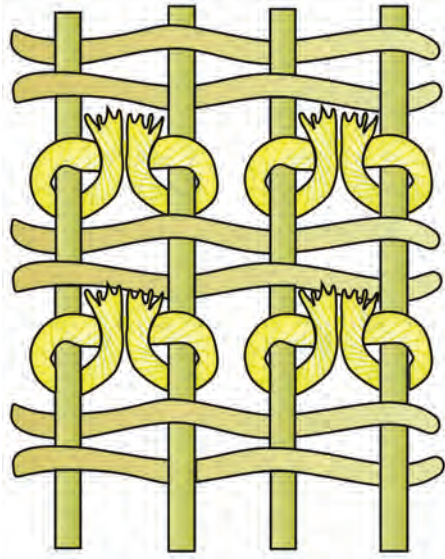
b. [AB] ve [EF]'nin simetri doğrusuna göre yansımalarını bulunuz.

c. Düzlemsel şekillerin simetri doğrusuna göre yansımalarını bulunuz.

Noktalar ile yansıma sonucu oluşan karşılıklı noktaları birleştiren doğru parçalarının simetri doğrularına dik olduğunu gözlemleyiniz.



Ardışık Ötelemeler ve Yansımaların Görünümleri



Bir tekstil ürünü olan kilimin, değerini belli eden kendine has karakteristik özellikleri vardır. Motifler el yapımı Türk kilimlerde her zaman kullanılmıştır. Motif yapmadaki ana teknik düğümdür. “Türk düğümü” diye bilinen çift düğüm, el yapımı Türk kilimlerinin karakteristik bir özelliğidir. Dizayn ve motiflerde gelişmeler olsa da Türk kilimleri tarihî ve geleneksel özelliklere sadık kalınarak üretilir.

Her bölgenin kendine has motifleri ve teknikleri vardır. Kilimin motiflerinde saklı hikâyelerin oluşumu ve bu motiflerdeki anlam, Anadolu’da dokunan ilk kilime kadar uzanır. Kilimi dokuyan kişi, kilime duygularını ve düşüncelerini katar (sosyal kısıtlamalar gibi), bu duygu ve düşünceleri aktarmak için kodlar ve semboller meydana getirir. Motifler bu şekilde doğmuş ve anlam kazanmıştır.

Motifler, hizmet ettikleri amaçlara göre dört farklı başlıkta incelenebilir:

- Doğumu ve çoğalmayı anlatan motifler
- Hayatı temsil eden motifler (hayatın ortaya çıkışına, hayatın temellerine ve korunmasına dair motifler)
- Ölüme ait motifler
- Ölümsüzlük ve aile ile ilgili motifler

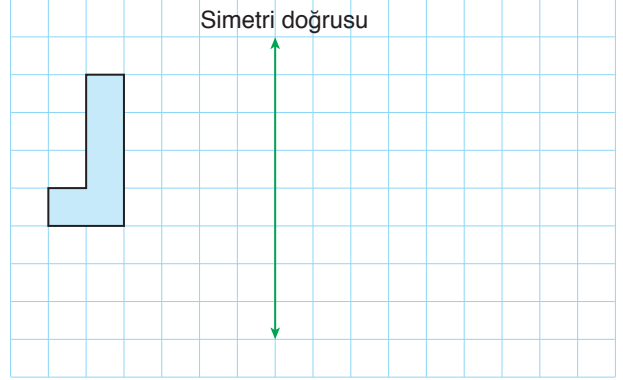
Kilimi dokuyan kişi, önce doğumla ilgili motiflerden başlar, hayatı sembolize eden motifleri koyarak devam eder ve kilimin dokunması ölüm motifleriyle son bulur. Kilime bakıldığında hayatın her ayrıntısını görmek mümkündür.

Kilim motiflerinin ortaya çıkışında duygular ön plandadır.

Resimdeki kilimde, yansıma ve öteleme hareketlerinden hangilerinin bulunduğunu belirleyiniz.

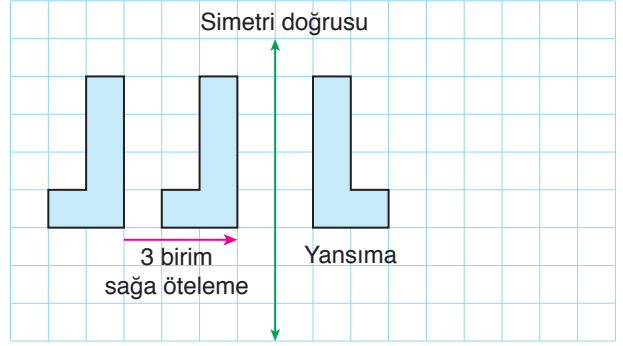
1. ÖRNEK

Yanda kareli kâğıtta verilen şekli 3 birim sağa öteleyelim. Simetri doğrusuna göre yansımalarını bulalım.



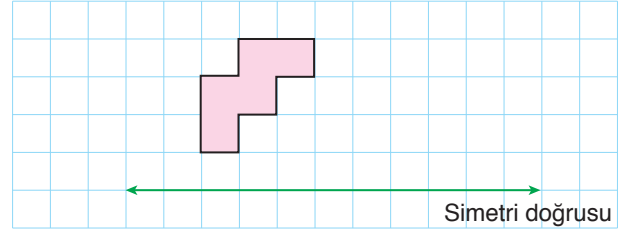
ÇÖZÜM

Yukarıdaki istenenleri yaptığımızda yandaki şekil elde edilir.



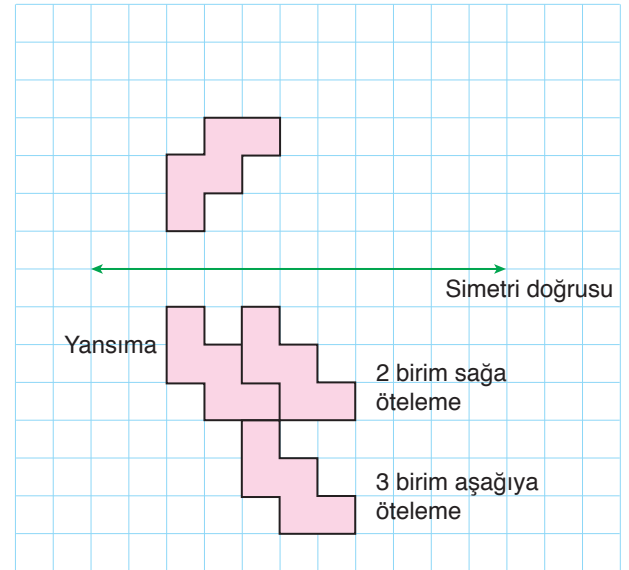
2. ÖRNEK

Yandaki kareli kâğıtta verilen şekli simetri doğrusuna göre yansıtıp 2 birim sağa, 3 birim aşağıya öteleyelim.



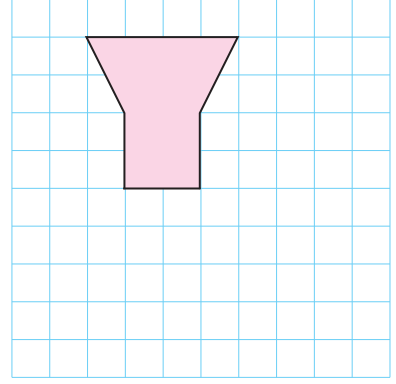
ÇÖZÜM

Yukarıdaki istenenleri yaptığımızda yandaki şekil elde edilir.

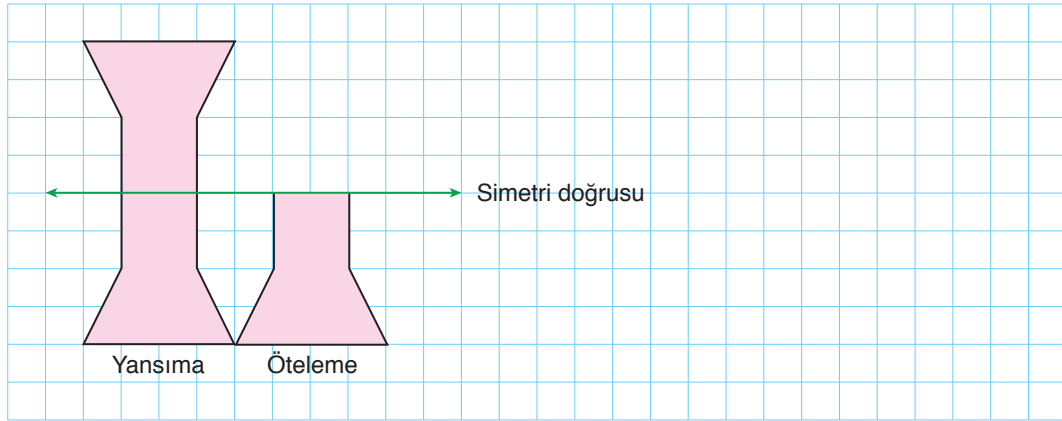


3. ÖRNEK

Yandaki kareli kâğıt üzerindeki modeli kullanarak önce yansıma, sonra 4 br sağa öteleme sonucu oluşan görüntüyü bulalım.

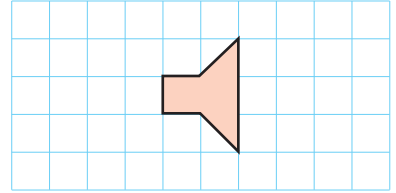


ÇÖZÜM

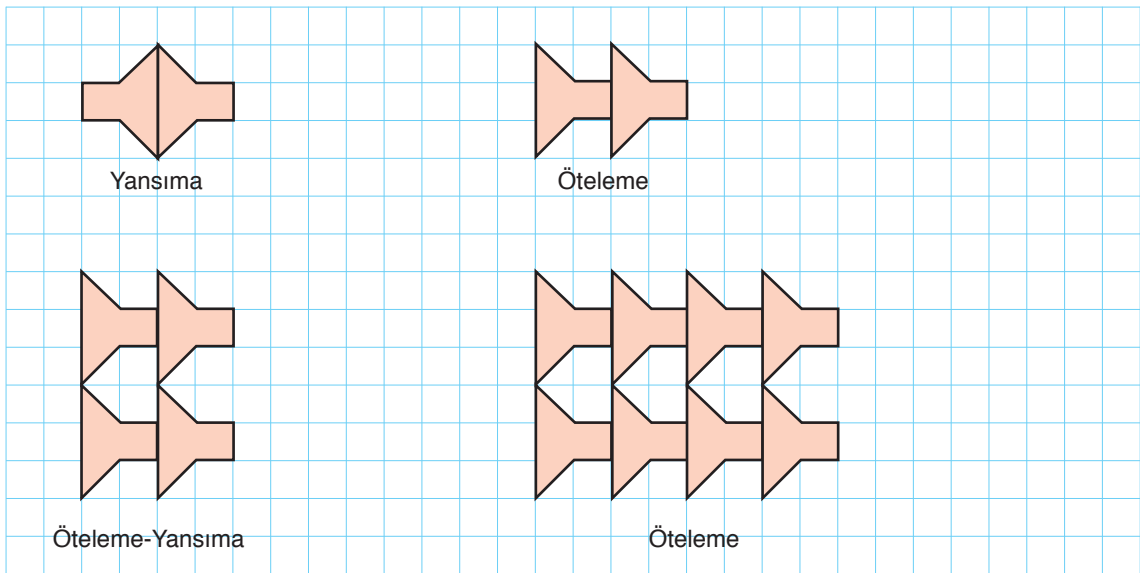


4. ÖRNEK

Yandaki modeli kullanarak yansıma ve öteleme hareketleri ile süslemeler oluşturalım.



ÇÖZÜM



5. ÖRNEK

Aşağıdaki şekillerden hangisinin ötelenmesi ile aralarında boşluk kalmayacak şekilde süsleme **yapılamayacağı**ı bulalım.

A)



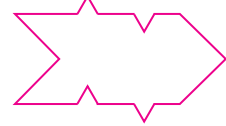
B)



C)



D)

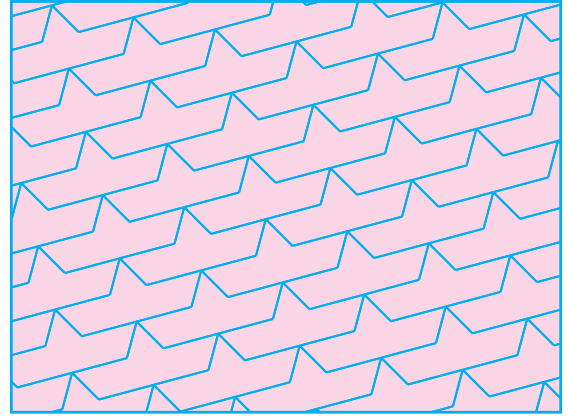


ÇÖZÜM

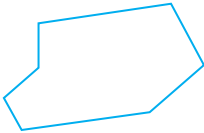
C seçeneğindeki şekil ile öteleme yapılarak boşluk kalmayacak şekilde süsleme yapılamaz. Çünkü bu şekil ile öteleme yapılsa süslemede boşluk kalır. Şeklin alt tarafındaki çıkıntının simetriği olan girintinin üst tarafta olması gerekir. Oysa üst tarafta girinti yerine yine çıkıntı olduğundan, öteleme yaparak oluşturulan süslemede arada boşluk kalır. Bu yüzden, C seçeneğindeki şekille boşluk kalmayacak şekilde öteleme süslemesi yapılamaz.

6. ÖRNEK

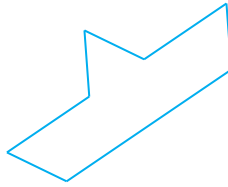
Yandaki şekilde görülen süsleme, aşağıdaki şekillerden hangisinin ötelenmesi ile elde edilmiştir? Bulalım.



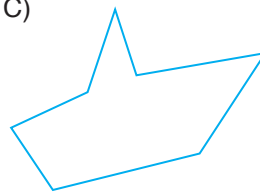
A)



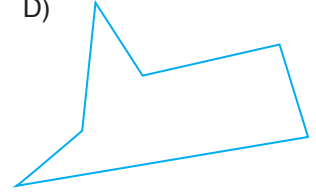
B)



C)



D)

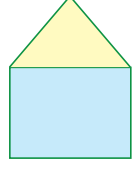


ÇÖZÜM

Yukarıdaki süsleme B seçeneğindeki parçanın ötelenmesi ile yapılmıştır.

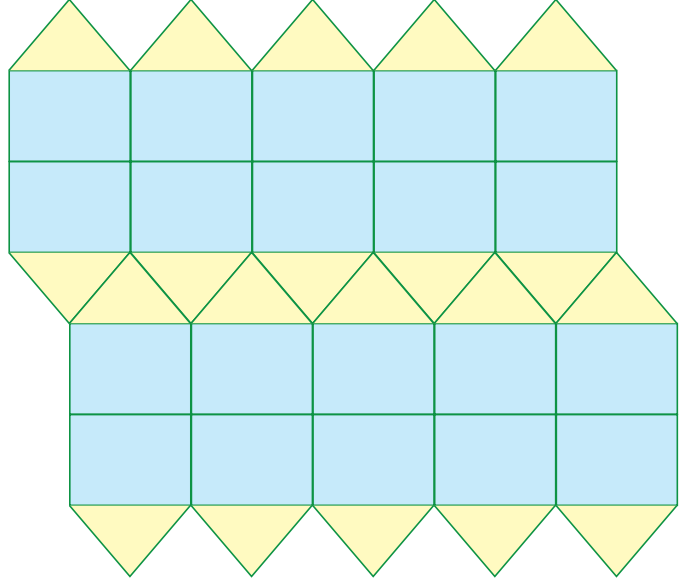
7. ÖRNEK

Yandaki şekli kullanarak yansıma ve öteleme ile süsleme yapalım.



ÇÖZÜM

Yukarıdaki şeklin yansıma ve ötelenmesi ile yandaki süsleme elde edilir.



ETKİNLİK

Araç ve Gereçler: örüntü blokları, noktalı veya izometrik kâğıt, kalem, boya kalemleri, cetvel.

- ▶ Sınıfınızdaki örüntü bloklarından aynı olanlarını tespit ediniz.
- ▶ Örüntü bloklarını kullanarak boşluk kalmayacak şekilde süsleme yapınız.
- ▶ Süslemenizi noktalı veya izometrik kâğıtlardan uygun olanına çiziniz.
- ▶ Çizdiğiniz süslemenizi farklı renklerde boya kalemleri ile boyayınız.

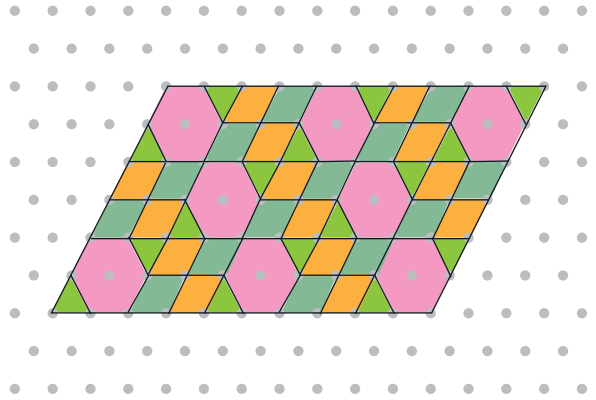
8. ÖRNEK

Yandaki süslemeyi inceleyelim.

ÇÖZÜM

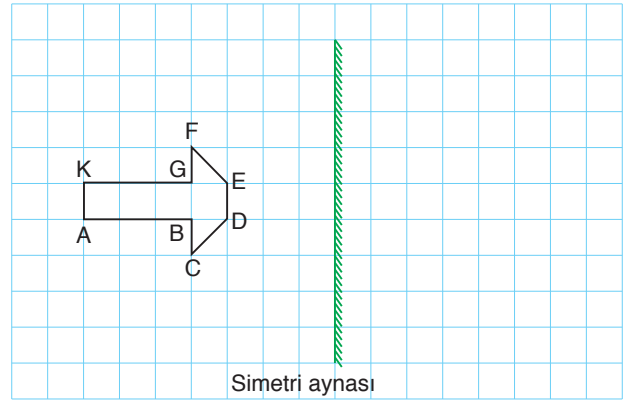
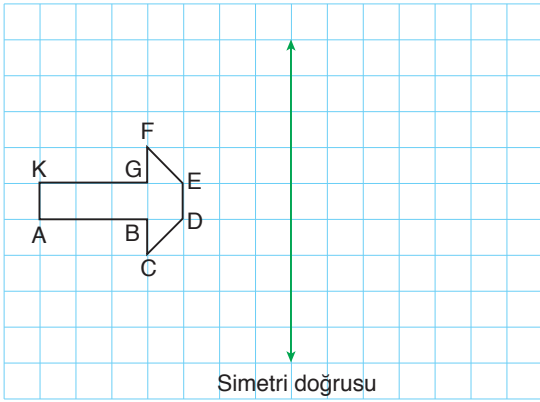
Yandaki şekil düzgün altıgen, eşkenar dörtgen ve eşkenar üçgen kullanılarak yapılmıştır.

Süsleme yapılırken çokgenler arasında hiçbir boşluk bırakılmamıştır.



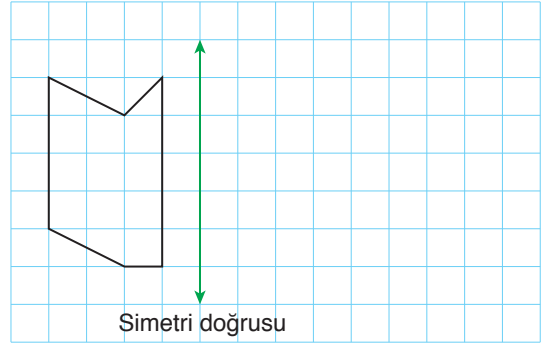
ALİŞTIRMALAR

1.

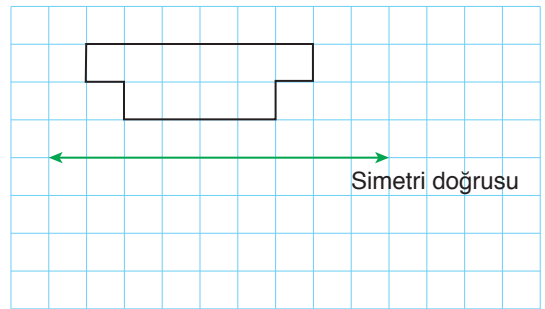


Yukarıdaki kareli kâğıt üzerinde ABCDEFGK şeklinin simetri doğrusu ile simetri aynasına göre yansımaları sonucu elde edilen $A'B'C'D'E'F'G'K'$ görüntüsünü çizerek görüntüleri karşılaştırınız ve yorumlayınız.

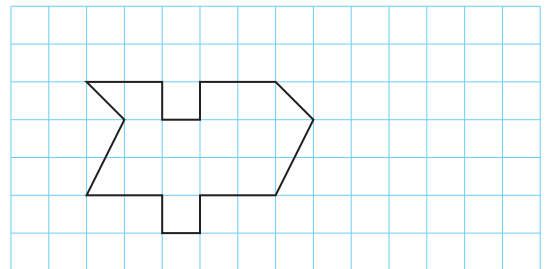
2. Yandaki kareli kâğıt üzerinde görülen modeli kullanarak önce simetri doğrusuna göre yansıma sonra da 1 br sağa öteleme sonucu oluşan görüntüyü çizerek yorumlayınız.



3. Yandaki kareli kâğıt üzerinde görülen modeli kullanarak önce 2 br sağa, 1 br aşağıya öteleyip sonra da d doğrusuna göre yansımalarını bulunuz.

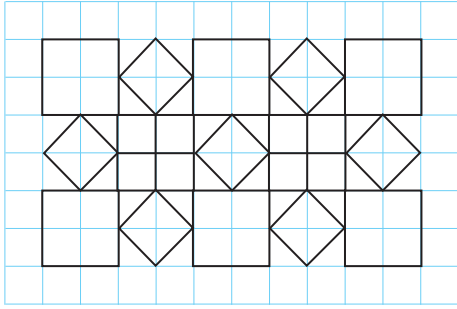


4. Yandaki şekli kullanarak öteleme ile süsleme yapınız.

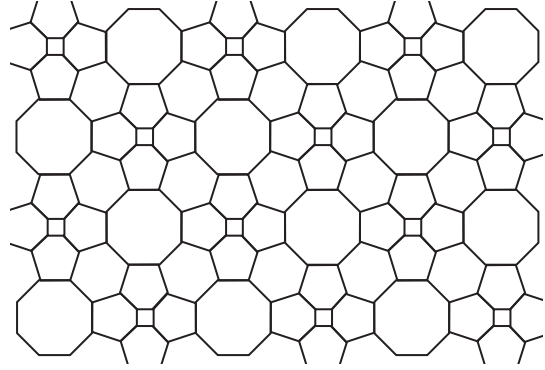


5. Aşağıdaki süslemelerde hangi geometrik şekiller kullanılmıştır? Bu süslemeleri boya kalemleriyle renklendiriniz.

a.

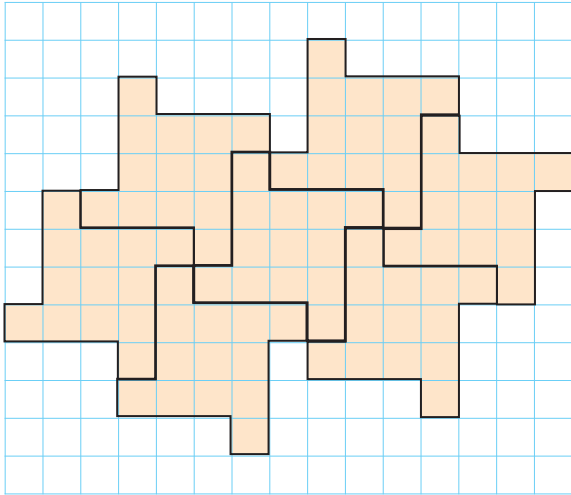


b.

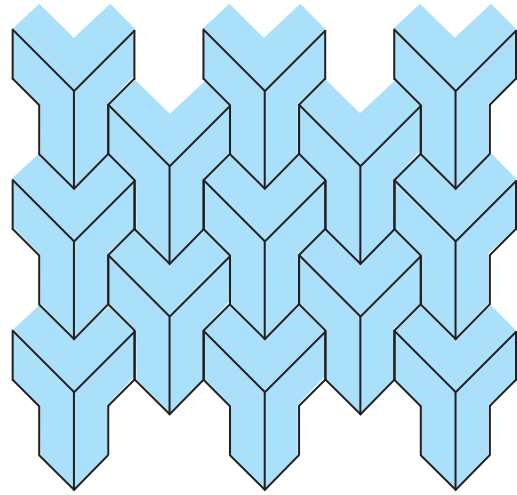


6. Aşağıdaki süslemelerde hangi hareketlerin kullanıldığını yazınız.

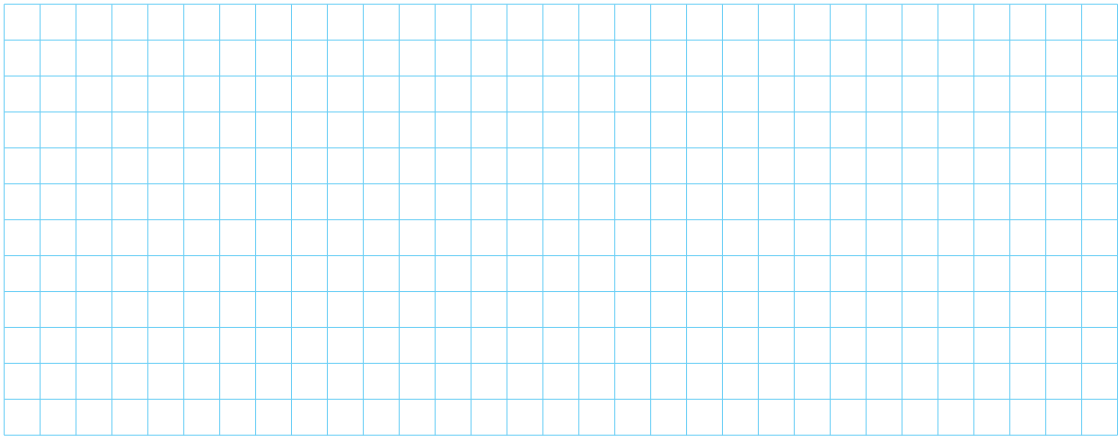
a.



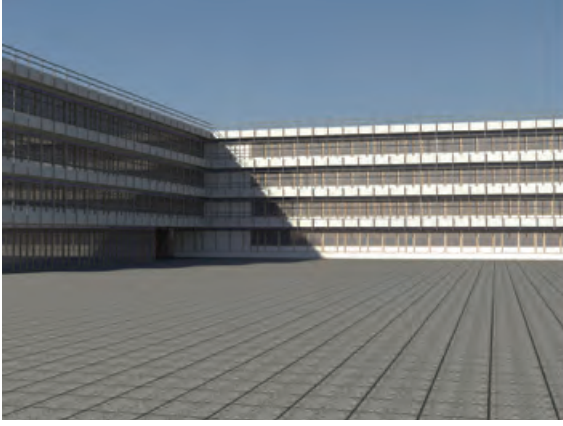
b.



7. Kareli kâğıt üzerinde eşkenar üçgen ve kare kullanarak bir süsleme yapınız.



CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ



Mimar, bir binayı tasarlarken binanın farklı yönlerden görünümünü çizer. Bu çizimler binayı yapacak olan kişilerin işlerini kolaylaştırır.

Hayalinizde bir bina tasarlayınız. Bu binanın görünümünün başka biri tarafından tam olarak anlaşılabilmesi için hangi yönlerden görünümünün çizilmesi gerekir? Açıklayınız.

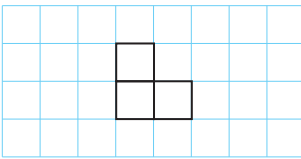
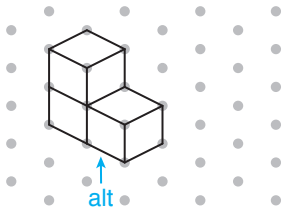
Üç Boyutlu Cisimlerin İki Boyutlu Görünümlerini Çizme

Görüntü Çizimi



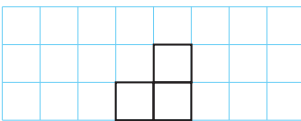
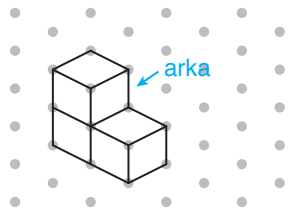
Verilen bir yapının herhangi bir yönden görüntüsü çizilirken bakış açısına dik, yüzeyler çizilir.

a. Önden Görünüm



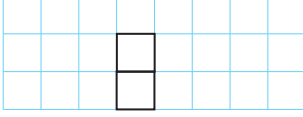
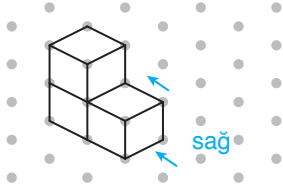
Yandaki izometrik kâğıt üzerine çizilmiş birim küplerden oluşan yapının önden görünümü, şeklin altındaki iki boyutlu çizimdir.

b. Arkadan Görünüm

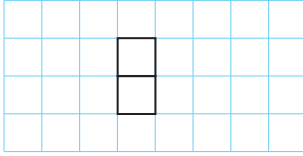
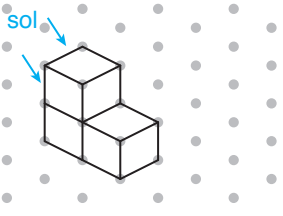


Yandaki izometrik kâğıt üzerine çizilmiş birim küplerden oluşan yapının arkadan görünümü, şeklin altındaki iki boyutlu çizimdir.

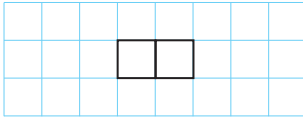
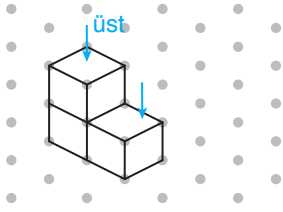
c. Sağdan Görünüm



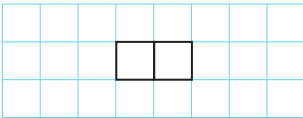
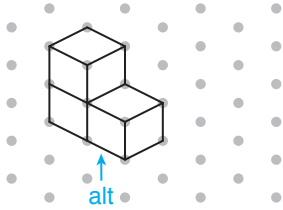
ç. Soldan Görünüm



d. Üsten Görünüm



e. Alttan Görünüm



Yandaki izometrik kâğıt üzerine çizilmiş birim küplerden oluşan yapının sağdan görünümü; şeklin altındaki iki boyutlu çizimdir.

Yandaki izometrik kâğıt üzerine çizilmiş birim küplerden oluşan yapının soldan görünümü; şeklin altındaki iki boyutlu çizimdir.

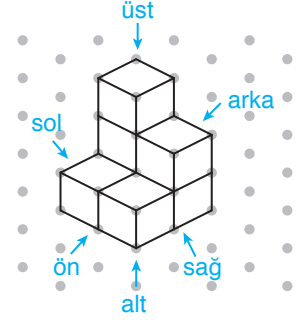
Yandaki izometrik kâğıt üzerine çizilmiş birim küplerden oluşan yapının üstten görünümü; şeklin altındaki iki boyutlu çizimdir.

Yandaki izometrik kâğıt üzerine çizilmiş birim küplerden oluşan yapının alttan görünümü; şeklin altındaki kareli zemine çizilmiş iki boyutlu çizimdir.

Görüntü çizimlerine bakıldığında, sağdan-soldan, önden-arkadan ve üstten-alttan görünümünün iki boyutlu çizimleri, birbirine **eş ve simetrik**dir.

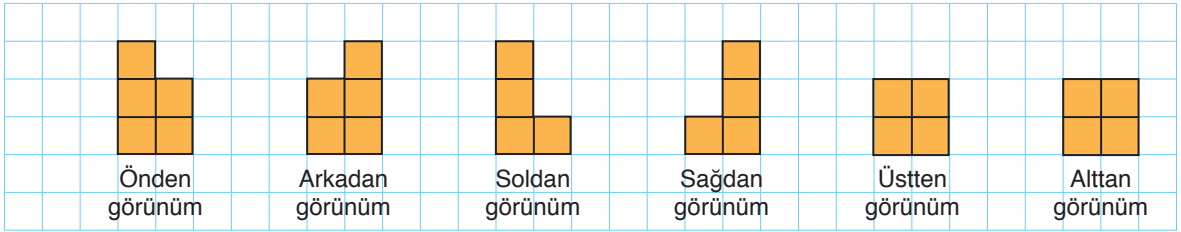
1. ÖRNEK

Yanda verilen eş küplerden oluşmuş yapının, önden, arkadan, sağdan, soldan, üstten ve alttan görünümünü iki boyutlu çizelim.



ÇÖZÜM

Birim küplerden oluşmuş yukarıdaki yapının önden arkadan, sağdan soldan ve üstten görünümünün iki boyutlu çizimleri, alttaki kareli kâğıttaki gibidir.

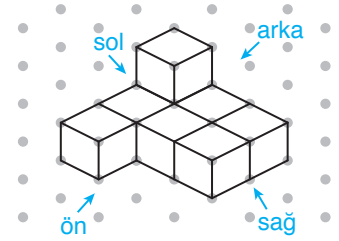


İki boyutlu çizimleri incelediğimizde, önden ve arkadan görünümünün iki boyutlu çizimleri, birbirine **eş ve simetriktir**.

Sağdan ve soldan görünümünün iki boyutlu çizimleri de birbirine **eş ve simetriktir**.

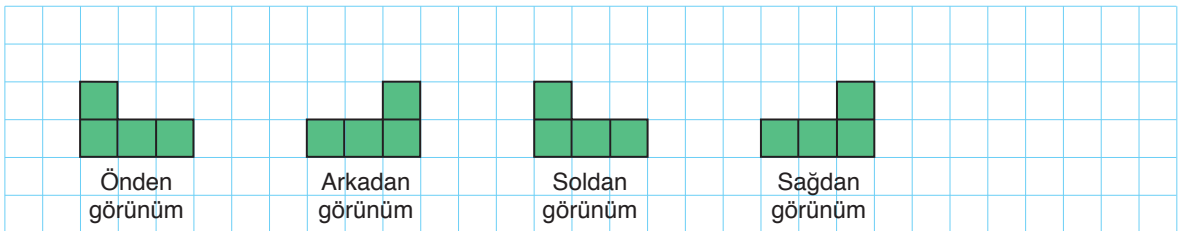
2. ÖRNEK

Yanda verilen eş küplerden oluşmuş yapının, önden, arkadan, sağdan, soldan görünümünün iki boyutlu görünümünü çizelim.



ÇÖZÜM

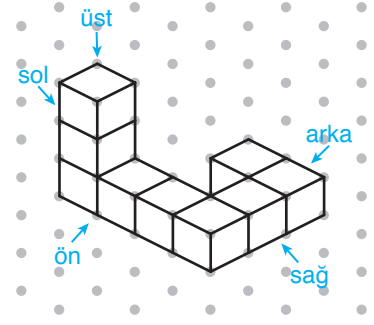
Birim küplerden oluşan yukarıdaki yapının önden, arkadan, sağdan, soldan görünümünün iki boyutlu çizimleri aşağıdaki kareli kâğıttaki gibidir.



İki boyutlu çizimleri incelediğimizde, önden ve arkadan, soldan ve sağdan görünümünün iki boyutlu çizimleri birbirine **eş ve simetriktir**.

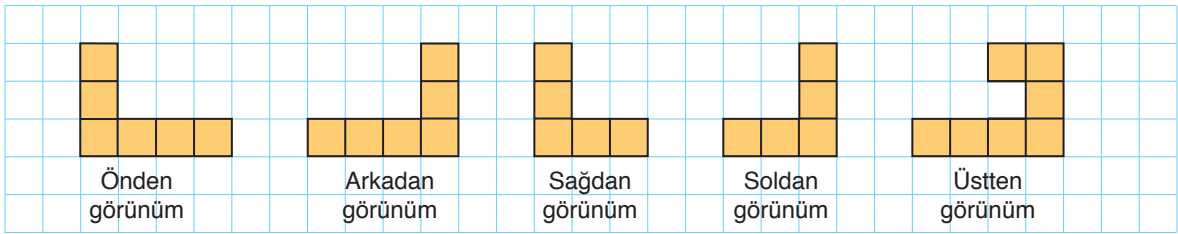
3. ÖRNEK

Yanda verilen yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümünü aşağıdaki kareli kâğıt üzerine çizelim.



ÇÖZÜM

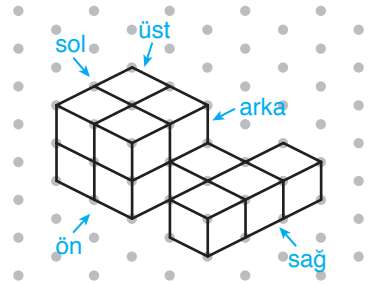
Verilen yapının farklı yönlerden görünümü aşağıdaki gibidir.



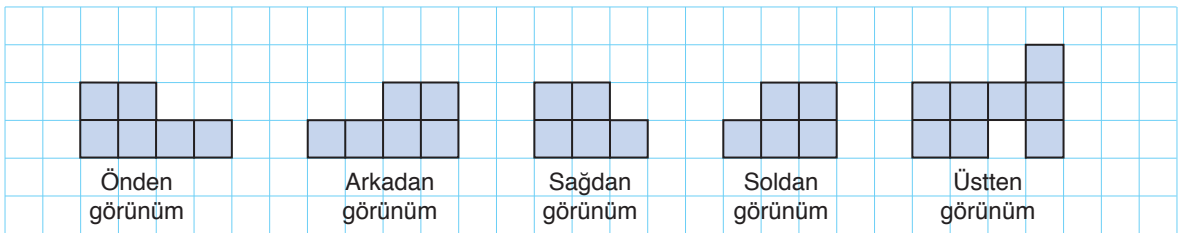
Çizdiğimiz iki boyutlu görünümü incelediğimizde, önden ve arkadan, sağdan ve soldan görünümünün iki boyutlu çizimleri birbirine **eş ve simetriktir**.

4. ÖRNEK

Yanda verilen yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümünü aşağıdaki kareli kâğıt üzerine çizelim.



ÇÖZÜM



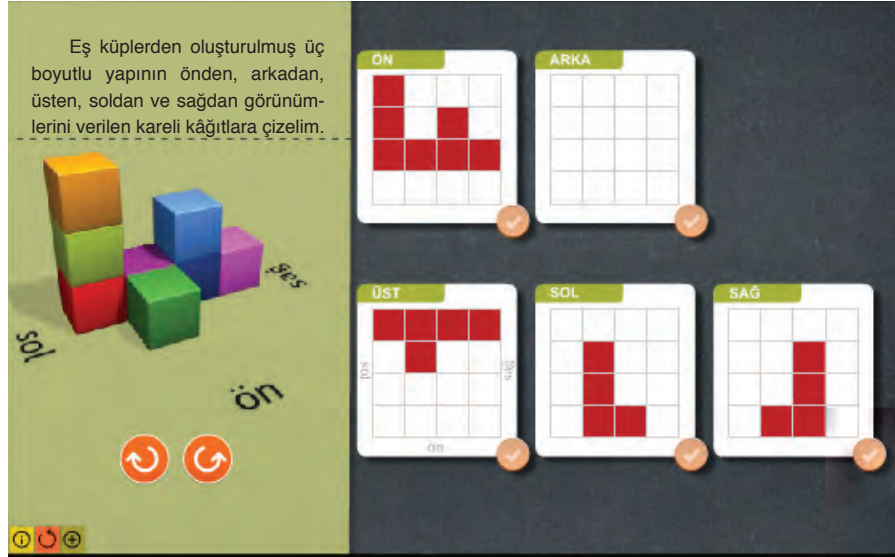
İki boyutlu çizimleri incelediğimizde, önden ve arkadan, sağdan ve soldan görünümünün iki boyutlu çizimleri birbirine **eş ve simetriktir**.

5. ÖRNEK

Bilgisayar programında bir yapının farklı görünümünü çizelim.

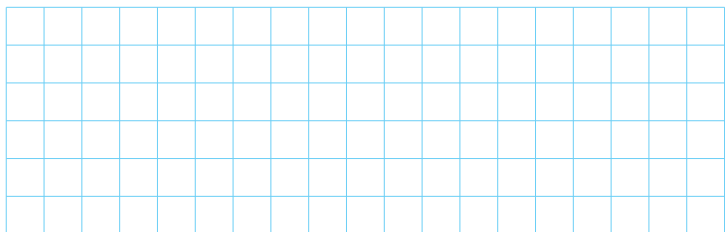
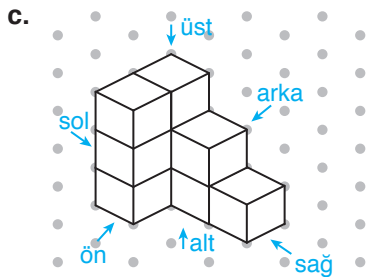
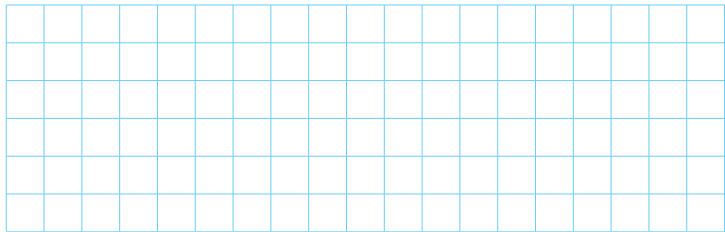
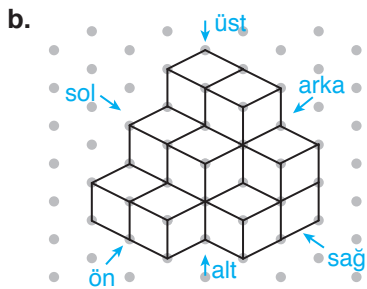
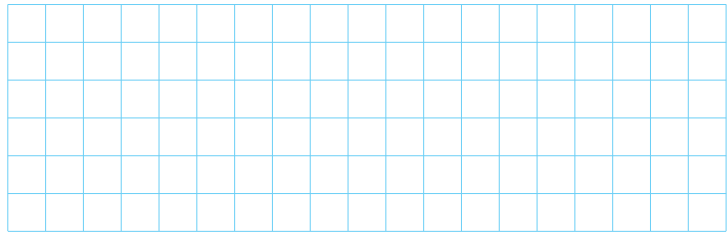
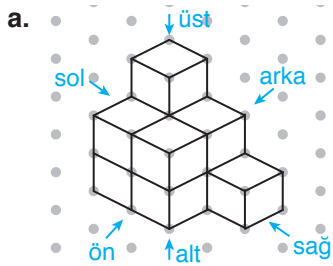
ÇÖZÜM

eba.gov.tr adresinden yapıların farklı yönlerden görünümünü içeren videoyu açalım. Gerekli talimatları yerine getirerek yandaki şekiller elde edilir.

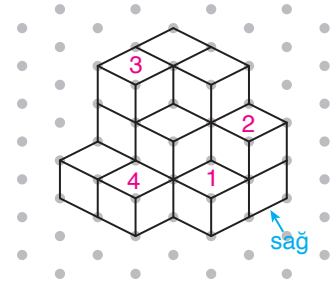
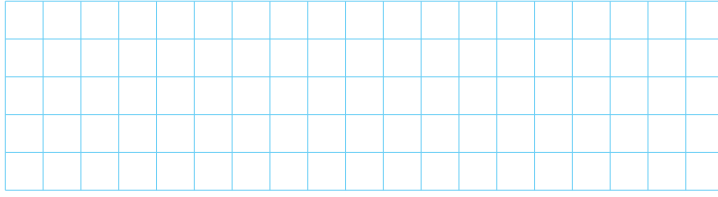


ALİŞTIRMALAR

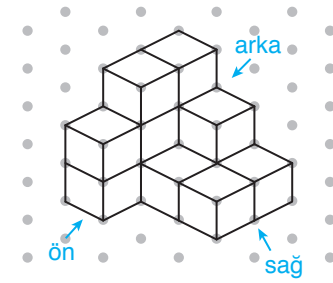
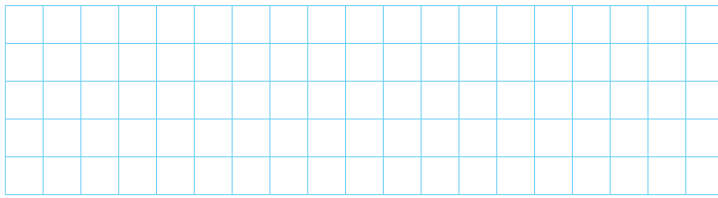
1. Aşağıda verilen yapıların sağdan, soldan, üstten, alttan, arkadan ve önden görünümünü çiziniz.



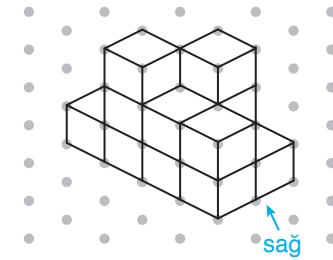
2. Yandaki şekilde verilen yapının sağdan, soldan, alttan, üstten, arkadan ve önden görünümünü çiziniz.



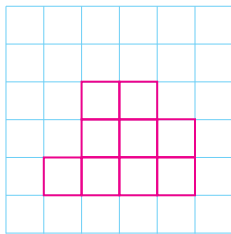
3. Yanda verilen yapının sağdan, önden ve arkadan görünümünü çiziniz.



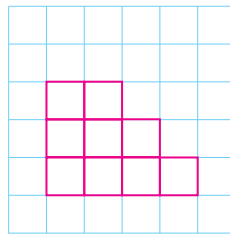
4. Aşağıdakilerden hangisi yanda verilen yapının sağdan görünümü olur?



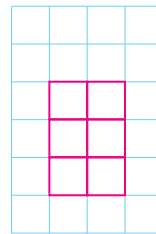
A)



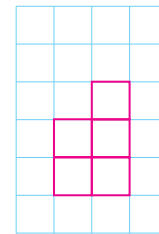
B)



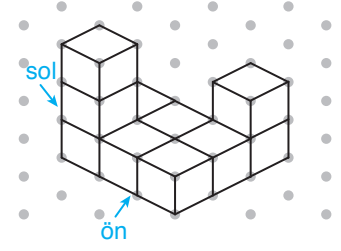
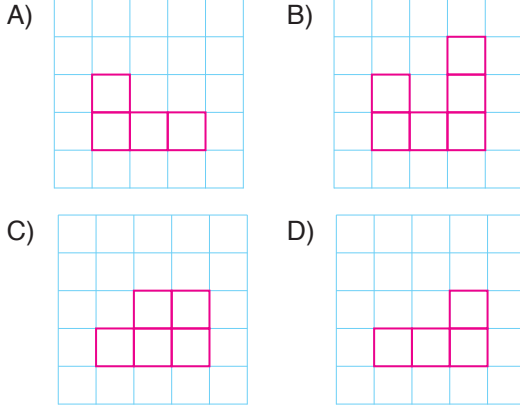
C)



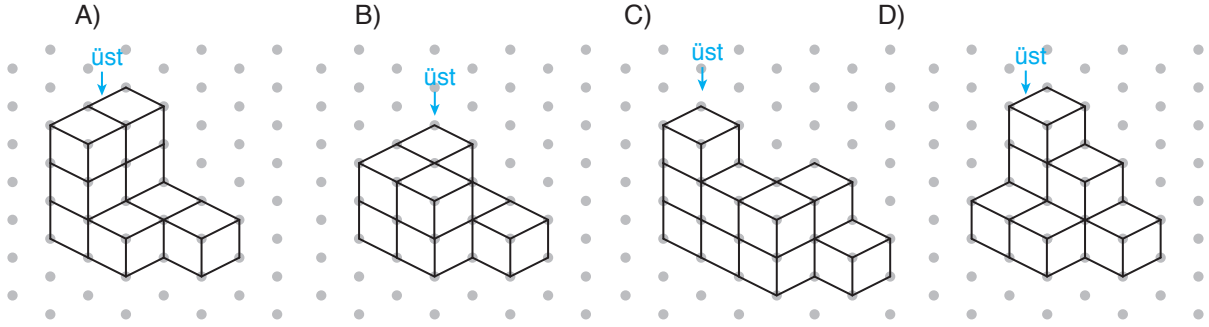
D)



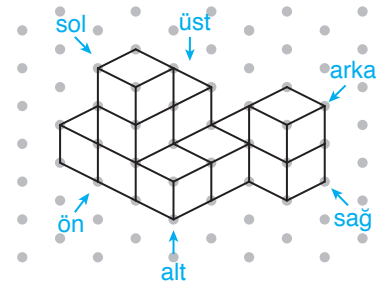
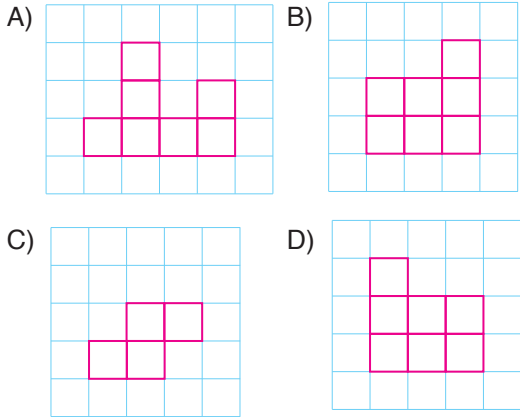
5. Aşağıdaki şekillerden hangisi yanda verilen yapının soldan görünümüdür?



6. Aşağıdaki yapılardan hangisinin üstten görünümü diğerlerinden **farklıdır**?

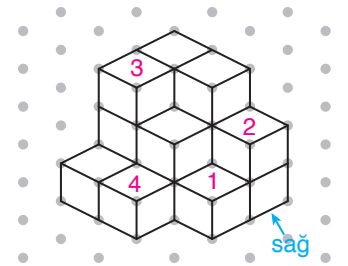


7. Aşağıdakilerden hangisi yanda verilen yapının herhangi bir yönden görünümü **olamaz**?



8. Yandaki numaralı küplerden hangisini çıkarırsak yapının sağdan görünümü değişir?

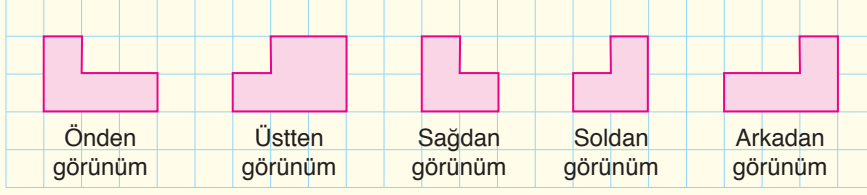
- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4



Farklı Yönlerden Görünümleri Verilen Yapıyı Oluşturma

ETKİNLİK

Araç ve Gereçler: birim küpler, izometrik kâğıt, kareli kâğıt.

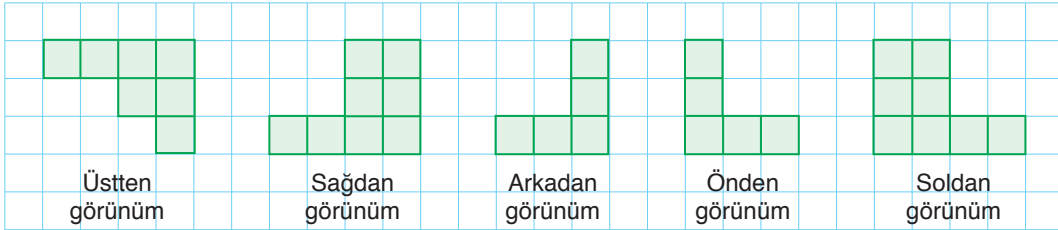


- ▶ Yukarıda bir yapının kareli kâğıt üzerinde farklı yönlerden görünümü verilmiştir. Bu görünümü inceleyiniz.
- ▶ Bu görünlere bakarak yapıyı birim küplerle oluşturunuz.
- ▶ Oluşturduğunuz yapıyı izometrik kâğıda çiziniz.
- ▶ Çiziminizi arkadaşlarınızın çizimleriyle karşılaştırınız.
- ▶ Kareli kâğıda bir yapının önden görünümünü, her iki yandan görünümünü ve üstten görünümünü çiziniz.
- ▶ Çizdiğiniz yapının oluşturulup oluşturulamayacağını birim küplerle deneyiniz. Oluşabilenleri izometrik kâğıda çiziniz.

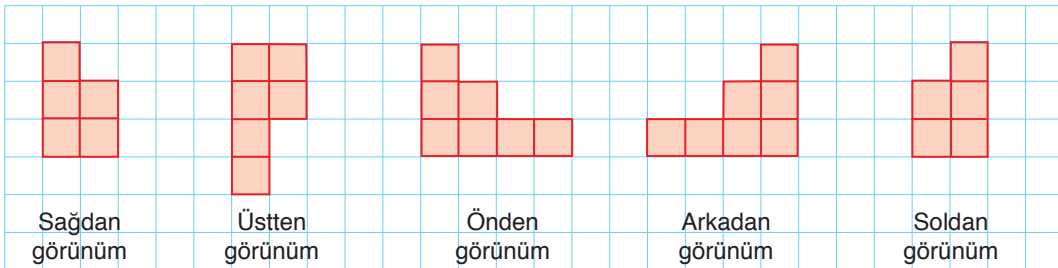
1. ÖRNEK

Aşağıda, yapıların farklı yönlerden görünümü verilmiştir. Bu yapıları izometrik kâğıda çizelim.

a.

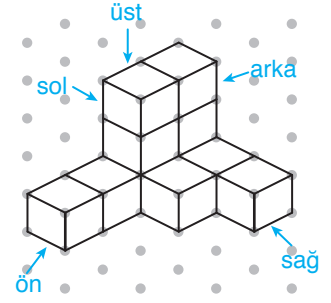


b.

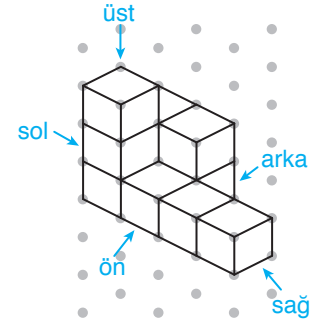


ÇÖZÜM

a. Görünümü verilen yapı yandaki gibidir.

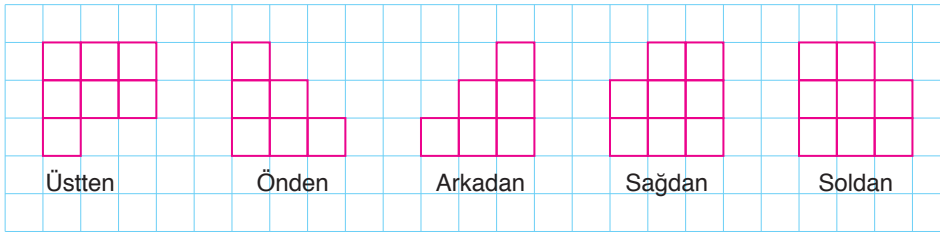


b. Görünümü verilen yapı yandaki gibidir.



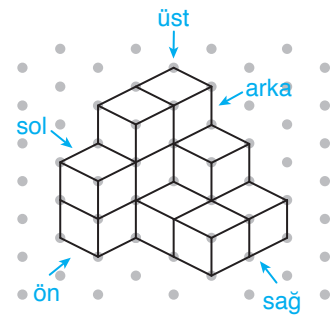
2. ÖRNEK

Aşağıda bir yapının farklı yönlerden görünümü verilmiştir. Bu yapıyı izometrik kâğıda çizelim.



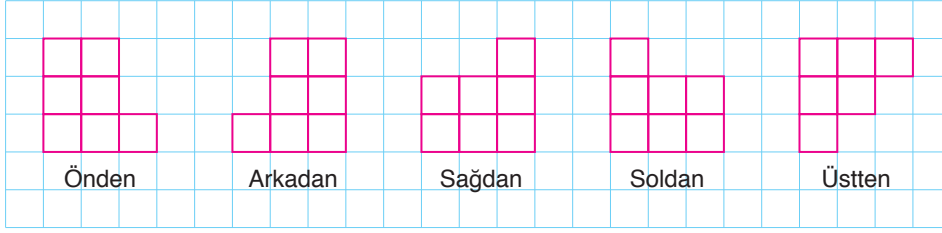
ÇÖZÜM

Görünümü verilen yapı yandaki gibidir.



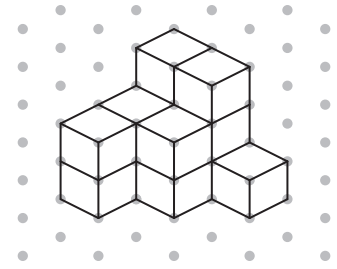
3. ÖRNEK

Aşağıda farklı yönlerden görünümü verilen yapıyı oluşturalım.



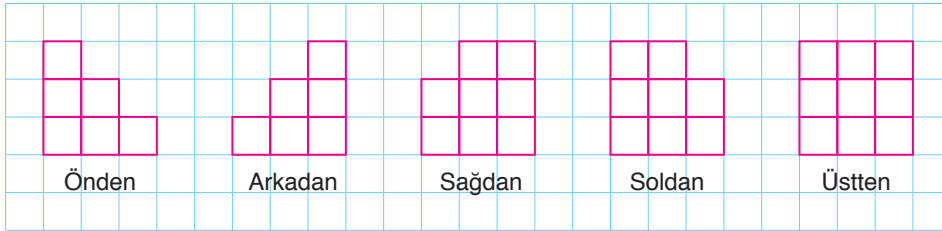
ÇÖZÜM

Yukarıda görünümü verilen yapı yandaki gibidir.



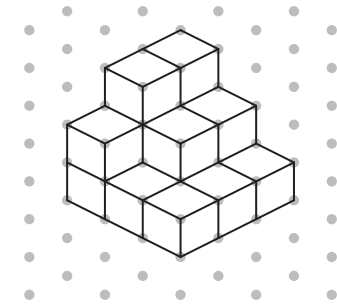
4. ÖRNEK

Aşağıda farklı yönlerden görünümü çizilen yapıyı oluşturalım.



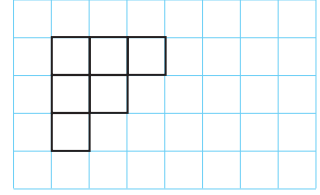
ÇÖZÜM

Yukarıda görünümü verilen yapı yandaki gibidir.



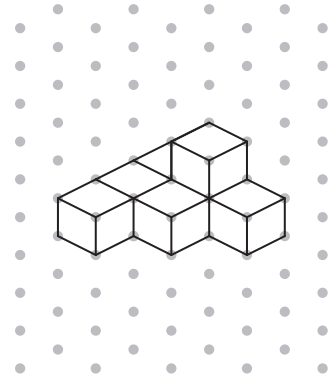
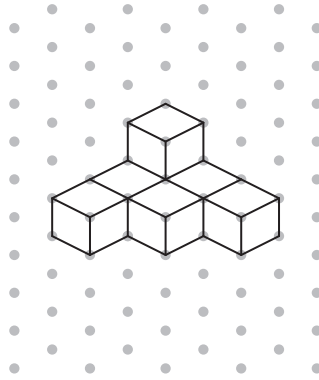
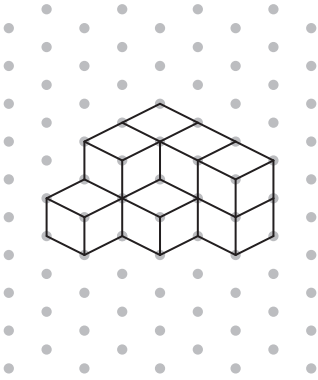
5. ÖRNEK

Yanda kareli kâğıt üzerine çizilen görünümün, hangi yapıların üstten görünümü olabileceğini bulalım.

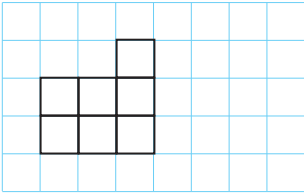


ÇÖZÜM

Yukarıda verilen yapının üstten görünümüne ait yapılardan bazıları aşağıda verilmiştir.



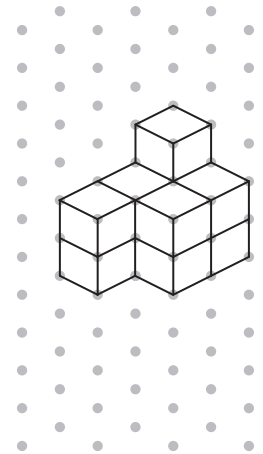
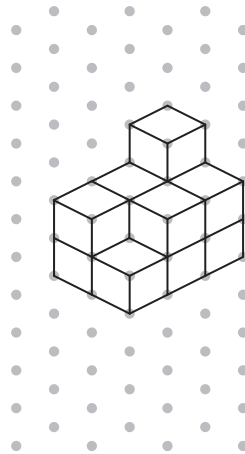
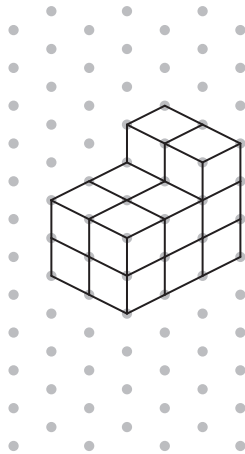
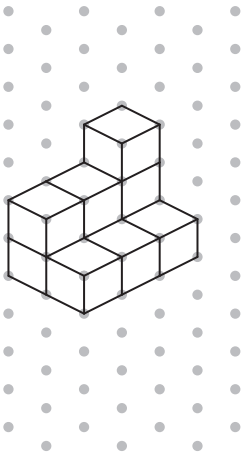
6. ÖRNEK



Yandaki kareli kâğıt üzerine çizilen görünümün, hangi yapıların sağdan görünümü olabileceğini bulalım.

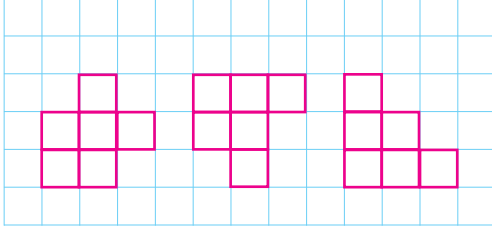
ÇÖZÜM

Yukarıda verilen yapının sağdan görünümüne ait yapılardan bazıları aşağıda verilmiştir.

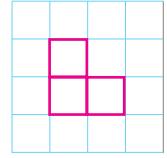


ALİŞTIRMALAR

1. Aşağıda verilen görünlere ait yapıyı yandaki izometrik kâğıda çiziniz.

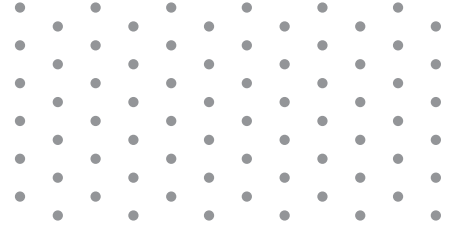
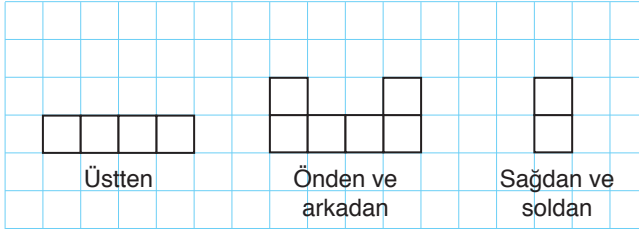


2. Üstten görünümü yandaki şekilde verildiği gibi olan iki farklı yapıyı birim küplerle oluşturunuz. Oluşan yapıları izometrik kâğıda çiziniz.

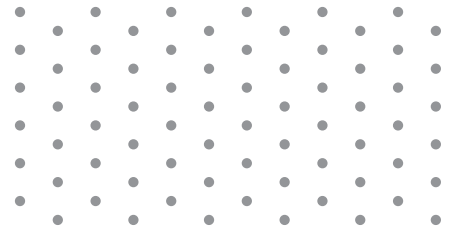
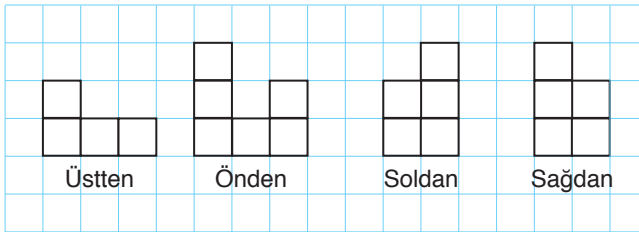


3. Aşağıda iki boyutlu görünümleri verilen yapıları birim küplerle oluşturarak yanlarında verilen izometrik kâğıda çiziniz.

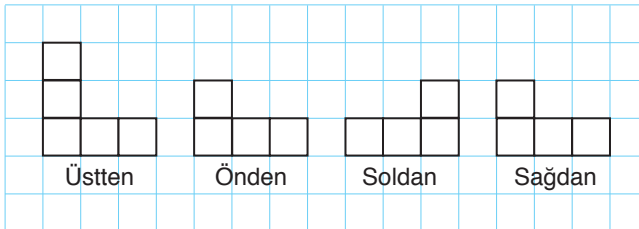
a.



b.



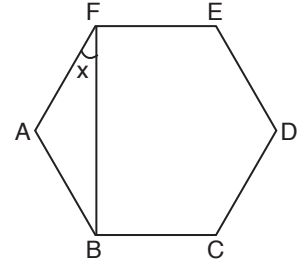
c.



5. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Yandaki düzgün altıgende, $[BF] \perp [FE]$,
olduğuna göre $m(\widehat{BFA}) = x$ kaç derecedir?

- A) 15° B) 30°
C) 45° D) 60°

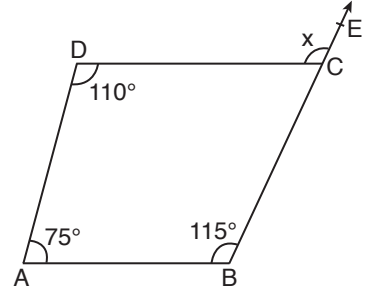


2. Bir dış açısının ölçüsü 24° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15

3. Yandaki şekilde $m(\widehat{DAB}) = 75^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 115^\circ$,
 $m(\widehat{ADC}) = 110^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{DCE}) = x$ kaç derecedir?

- A) 105° B) 110°
C) 120° D) 135°



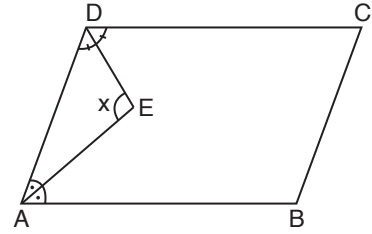
4. Yandaki ABCD paralelkenarında

$$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{DAE}),$$

$$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{ADE}) \text{ ise}$$

$$m(\widehat{AED}) = x \text{ kaç derecedir?}$$

- A) 90° B) 95°
C) 100° D) 110°

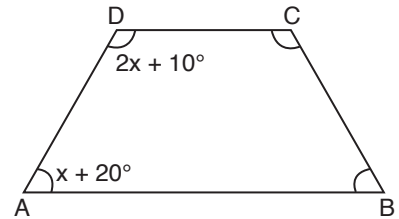


5. Yandaki ABCD yamuğunda

$[AB] \parallel [DC]$ olmak üzere

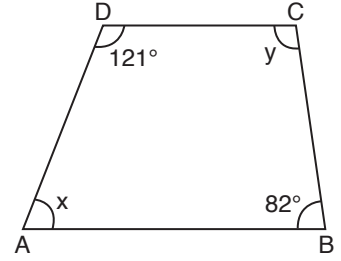
$$m(\widehat{A}) = x + 20^\circ, m(\widehat{D}) = 2x + 10^\circ \text{ ise } x \text{ kaç derecedir?}$$

- A) 150° B) 75°
C) 65° D) 50°



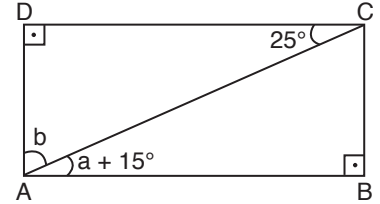
6. Yandaki ABCD yamuğunda, $[AB] \parallel [DC]$, $m(\widehat{ADC}) = 121^\circ$, $m(\widehat{BAD}) = x$, $m(\widehat{ABC}) = 82^\circ$ ve $m(\widehat{BCD}) = y$ olduğuna göre $y - x$ kaç derecedir?

- A) 41° B) 40°
C) 39° D) 38°



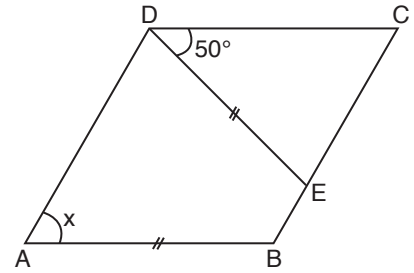
7. Yandaki ABCD dikdörtgeninde, $m(\widehat{BAC}) = a + 15^\circ$, $m(\widehat{ACD}) = 25^\circ$ ve $m(\widehat{CAD}) = b$ ise, $a + b$ değeri kaçtır?

- A) 85° B) 75°
C) 65° D) 45°



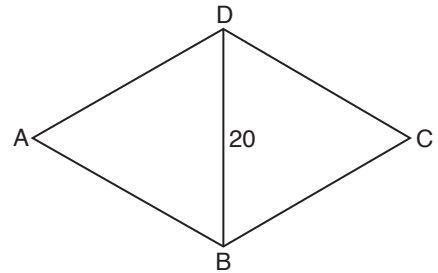
8. Yandaki şekilde verilen ACBD eşkenar dörtgeninde, $|DE| = |AB|$ ve $m(\widehat{CDE}) = 50^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?

- A) 75° B) 70°
C) 65° D) 60°



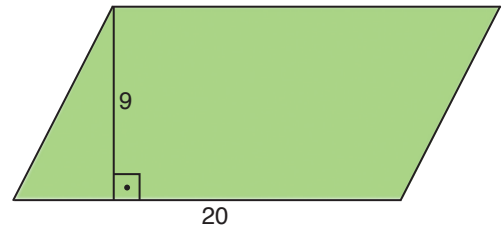
9. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde, $|DB| = 20$ cm ve $A(ABCD) = 400$ cm² olduğuna göre $|AC|$ kaç cm'dir?

- A) 50 B) 40
C) 25 D) 15



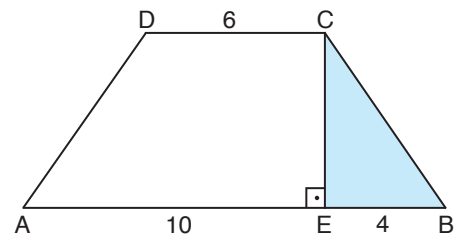
10. Begüm Hanım, yanda ölçüleri verilen paralelkenar şeklindeki bahçesi için çim satın alacaktır. Çimin metre karesi 6 TL olduğuna göre Begüm Hanım, toplam kaç TL ödeyecektir?

- A) 1080 B) 1050
C) 950 D) 900



11. Yandaki ABCD yamuğunda, $[AB] \parallel [CD]$, $[CE] \perp [AB]$, $|AE| = 10$ cm, $|DC| = 6$ cm, $|EB| = 4$ cm ve $A(\widehat{EBC}) = 10$ cm² olduğuna göre $A(ABCD)$ kaç cm² dir?

- A) 20 B) 40
C) 50 D) 70



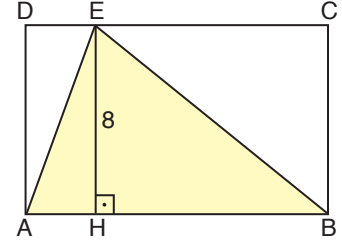
12. Yandaki ABCD dikdörtgeninde,

$[EH] \perp [AB]$, $IEHI = 8 \text{ cm}$,

$A(\widehat{AEB}) = 40 \text{ cm}^2$ ise

$A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

- A) 80 B) 65
C) 50 D) 45



13. Bir dikdörtgenin kısa kenarının uzun kenarına oranı $\frac{3}{7}$ ve çevresi 40 cm ise bu dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 96 B) 84 C) 72 D) 60

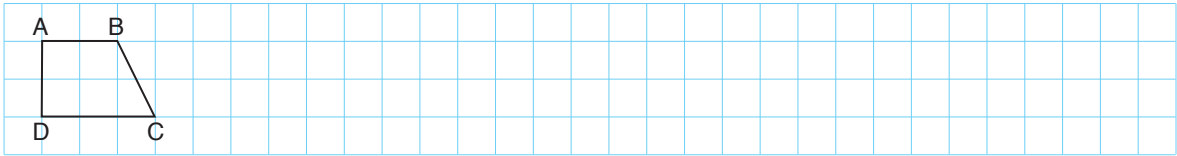
14. Kenar uzunlukları cm cinsinden tam sayı olan bir dikdörtgenin çevresi 42 cm ise alan **en fazla** kaç cm^2 dir?

- A) 110 B) 100 C) 84 D) 76

15. Alanı 48 cm^2 olan dikdörtgenin kenar uzunlukları cm cinsinden tam sayı olduğuna göre çevre uzunluğu **en az** kaç cm'dir?

- A) 20 B) 24 C) 28 D) 30

16. Aşağıdaki şekil, kareli kâğıt düzleminde 3 birim sağa, 2 birim aşağı ötelenmiş olduğunda, şekil üzerindeki A noktası ne kadar ötelenmiş olur?

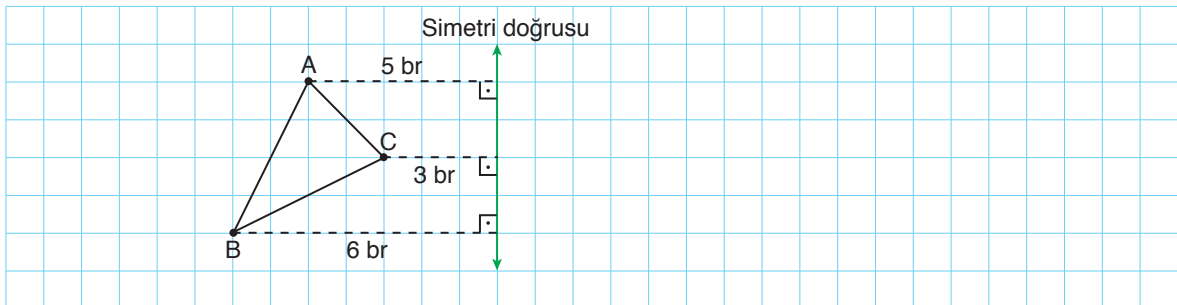


- A) 2 birim sağ
3 birim aşağı B) 3 birim sağ
2 birim aşağı C) 3 birim sol
2 birim yukarı D) 3 birim sol
2 birim yukarı

17. Aşağıdakilerden hangisinin aynadaki görüntüsü kendisi ile aynıdır?

- A) 303 B) 404 C) 808 D) 909

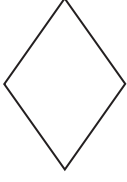
18. Aşağıdaki kareli kâğıt düzlemindeki üçgenin köşe noktalarının aynaya olan uzaklıkları, şekildeki gibidir. Buna göre noktaların aynada yansıması sonucu oluşan A' , C' , B' noktalarının aynaya uzaklıkları sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?



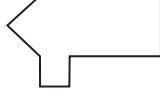
- A) (5, 3, 6) B) (5, 6, 3) C) (3, 5, 6) D) (6, 5, 3)

19. Aşağıdaki şekillerden hangisinin ötelenmesi ile aralarında boşluk kalmayacak şekilde bir süsleme yapılamaz?

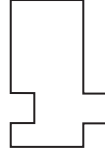
A)



B)



C)

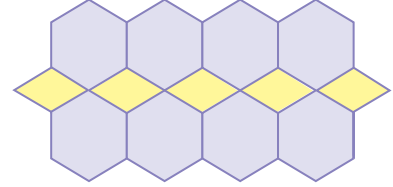


D)

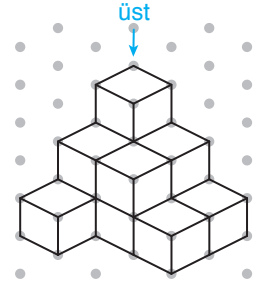


20. Yanda yapılan süslemede hangi geometrik şekiller kullanılmıştır?

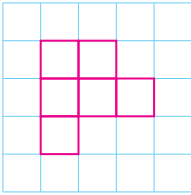
- A) Beşgen, üçgen
- B) Düzgün altıgen, eşkenar dörtgen
- C) Altıgen, üçgen
- D) Beşgen, kare



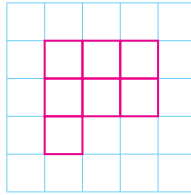
21. Yanda verilen birim küplerden oluşturulmuş yapının üstten görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



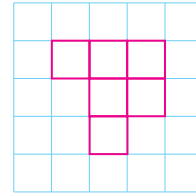
A)



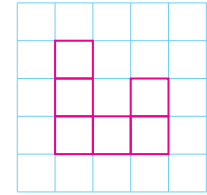
B)



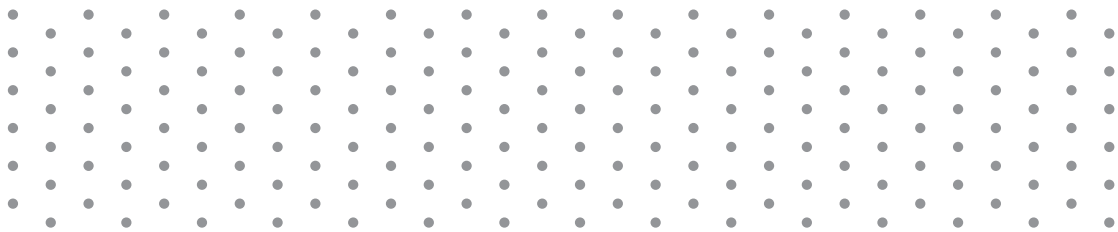
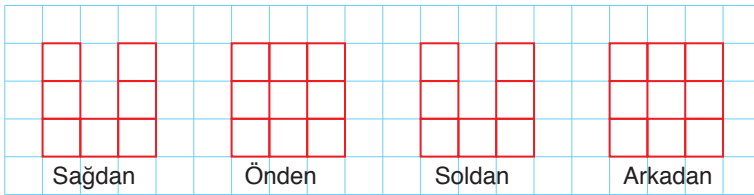
C)



D)



22. Aşağıda, bir yapının farklı yönlerden görünüşleri verilmiştir. Buna göre yapıyı çizin.



SÖZLÜK

A

açı: Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasındaki açıklık.

B

bilinmeyen: Cebirsel ifadelerde, isteneni temsil eden harfler.

birim: Bir niceliği ölçmek için kendi cinsinden örnek seçilen değişmez en küçük parça.

birim kare: Eni boyu 1 birim olan kare.

bütünler açılar: Ölçülerinin toplamı, 180° olan açılar.

C

cebirsel ifade: En az bir değişken ve işlem içeren ifadeler.

Ç

çap: Çemberin merkezinden geçen (çembere ait en uzun) kiriş.

çember parçası: Çemberin iki noktası arasında kalan parçası, çember yayı.

çokgen: Kenar sayısı üç ve üçten fazla olan düzlemsel geometrik şekiller.

D

daire: Çember ile iç bölgenin birleşimi.

daire dilimi: Bir dairede merkez açının iç bölgesiyle gördüğü yay arasında kalan kısmı.

daire grafiği: Bir bütünün parçaları hakkında bilgi sunmada kullanılan daire şeklindeki grafik türü.

değişken: Cebirsel ifadelerde, bilinmeyeni temsil eden harfler.

denklem: İçinde en az bir bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenin aldığı özel değerler için doğruluğu sağlanan eşitlikler.

devirli ondalık gösterim: Bir rasyonel sayının, payını paydasına bölerek yapılan ondalık açılımda, belli bir basamaktan sonra belli rakamlar grubuna devretmesi.

dış açı: Herhangi iki doğruyu üçüncü doğru kestiğinde, bu doğruların arasında olmayan kesenin her iki tarafında olan açılar.

dış ters açılar: Dış açılardan kesenin ters tarafında komşu olmayan açılar.

dik açı: Açı ölçüm değeri 90° olan açı.

doğru orantı: İki çokluktan biri artarken diğeri de artıyor, azalırken de azalıyorsa bu tür orantılardır.

düzgün çokgen: Bütün kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri birbirine eşit olan çokgenler.

E

eş: Birbirinin aynı olan.

etkisiz eleman: Bir işlemde etkisi olmayan eleman.

H

homojen: Tamamı aynı yapıda olma durumu.

i

iç açı: Herhangi bir doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde, bu doğrular arasında ve kesenin her iki tarafında olan açılar.

iç ters açı: İç açılardan kesenin ters tarafında komşu olmayan açılar.

K

koordinat düzlemi: Birbirini dik olarak kesen yönlendirilmiş iki doğrunun belirttiği düzlem.

koordinatlar: x ve y değerlerinin oluşturduğu sıralı ikili.

köşegen: Bir çokgende ardışık olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçası.

kroki: Bir konu veya nesnenin başlıca özelliklerini yansıtacak biçimde hazırlanmış taslak.

L

litre: Sıvıları ölçmede kullanılan hacim birimi.

M

medyan: Ortanca değer (Veri grubunda ortadaki değer).

merkez açı: Köşesi çemberin merkezinde olan açı.

metre: Uzunluk ölçüsü birimi.

mod: Tepe değer (veri grubunda en çok tekrar eden değer).

N

noktadaş: İki ve ikiden fazla doğrunun bir noktada kesişmesi.

O

oran: Aynı ölçü birimi ile ölçülebilen çoklukların veya iki kümenin elemanlarının bölme yoluyla karşılaştırılması.

orantı: İki veya daha çok oranın eşitliği.

orijin: Koordinat sisteminde koordinat eksenlerinin başlangıç noktası.

Ö

ölçek: Bir harita veya planda görülen uzunluklarla bunların gösterdiği gerçek uzunluklar arasındaki oran.

öteleme: Bir cismin bütün noktalarının eşit, paralel veya aynı yönde yollar çizmesi ile belirlenen hareketi.

ötelemeli yansıma: Bir şeklin önce ötelenmesi sonra ötelenen şeklin yansıması.

P

pay: Bir oranda veya bir bölme işleminde üstteki birinci bileşen.

payda: Bir oranda veya bir bölme işleminde alttaki ikinci bileşen.

plan: Bir şehrin, bir yapının, bir makinenin çeşitli bölümlerini gösteren çizim.

R

rasyonel sayı: a bir tam sayı, b sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere, $\frac{a}{b}$ biçimindeki sayılar.

S

sıralı ikili: Koordinat sisteminde bir noktanın yerini belirlemek için kullanılan sayı çifti.

simetri: Doğruya göre yansıma.

T

terim: Bir cebirsel ifadede, işlemler arasında bulunan ifadelerden her biri.

ters açılar: Köşeleri aynı, kenarları doğruduş fakat ters yönlü açılar.

ters eleman: Bir işlemde, işlem sonuçları etkisiz elemanı veren sayılar, o işleme göre birbirinin tersidir.

Ü

üs (kuvvet): Üslü niceliklerde tekrarlı çarpımın kaç defa yapıldığını gösteren sayı.

V

veri: Bir araştırmanın dayandığı temel eleman (bilgi).

Y

yansıma: Doğruya göre simetri.

yarıçap: Çemberin merkezi ile çember üzerindeki herhangi bir noktayı birleştiren doğru parçası.

yay: Çemberde farklı iki nokta arasındaki çember parçası.

yöndeş açılar: Paralel iki doğrunun bir kesen ile kesişmesinden oluşan ve biri içte, biri dışta olarak kesenin aynı tarafında kalan açılar.

KAYNAKÇA

Barnett, R. A., Ziegler M. R., Byleen K. E.; College Algebra with Trigonometry, Mc Graw-Hill Higher Education, 2001.

Dönmez, A., Dünya Matematik Tarihi Ansiklopedisi, Toplumsal Dönüşüm Yayınları, İstanbul, 2002.

Hill, Mac Graw, Course 3, New York, 1999.

Özer O., Şenel M., Küçük Y., Azcan H., Üreyen M., Orhon N., Genel Matematik, Anadolu Üniversitesi, 2001.

Sertöz, S., Matematiğin Aydınlik Dünyası, Tübitak Popüler Bilim Kitapları, Ankara, 2012.

Swokowski E. W., Calculus with Analytic Geometry, PWS Publishers, 1979.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı 5-8. Sınıflar, MEB, Ankara, 2013.

Türkçe Sözlük, Türk Dil Kurumu Yayınları, Ankara, 2011.

Yazım Kılavuzu, Türk Dil Kurumu Yayınları, Ankara, 2012.

<http://www.mgm.gov.tr/arastirma/orman-yanginlari.aspx> (21.05.2015)

<http://www.tuik.gov.tr/PreHaberBultenleri.do?id=16174> (18.01.2015)

<http://80.251.40.59/eng.ankara.edu.tr/kavusan/borpage/dunrez.html> (09.07.2014)

http://mebk12.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/54/04/194602/icerikler/atomun-yapisi_514201.html (26.01.2015)

<http://www.megabilim.com/index.php/Matematik/Matematik-ve-Muzik.html> (28.01.2015)

GÖRSELKAYNAKÇA

Sayfa 69 (1. resim): http://images-new.tapchilamdep.com/images/upload/2858/2013/06/05/images/T1SHysXDpgXXXXXXXXX_!!509309683-0-pix_jpg_450x10000.jpg (02.01.2015)

Sayfa 69 (2. resim): <http://www.nurnet.org/wp-content/uploads/2013/01/sinif-ve-ogrenciler.jpg> (14.01.2015)

Sayfa 70: <http://newstop24.com/reading-a-good-book-may-make-permanent-changes-to-your-brain/> (20.01.2015)

Sayfa 80: <http://www.eba.gov.tr/gorsel/bak/1230cc47342b79be840968c607c34808c0cdedb5fe003> (22.01.2015)

Sayfa 116: <http://www.liveinternet.ru/users/3602419/rubric/5205319/> (25.01.2015)

Sayfa 148: <http://aragec.com/fr/banka%20%C5%9Fubesi.html#prettyPhoto%5Bgaleri%5D/3/> (27.01.2015)

Sayfa 171: <http://redfoxtours.eu/curling.html> (21.01.2015)

NOT: Kitapta sayfa numarası verilmeyen diğer görseller yayınevi arşivinden kullanılmıştır.

SEMBOLLER VE KISALTMALAR

$^{\circ}\text{C}$	Selsiyus derecesi (Santigrad derece)	br^2	Birimkare
$<$	Küçüktür	sa.	Saat
\leq	Küçük eşittir	sn.	Saniye
$>$	Büyüktür	$[\text{AB}]$	AB ışını
\geq	Büyük eşittir	$[\text{AB}]$	AB doğru parçası
$=$	Eşittir	AB	AB doğrusu
\neq	Eşit değildir	$ \text{AB} $	AB doğru parçasının uzunluğu
\approx	Yaklaşık	$\widehat{\text{ABC}}$	ABC açısı
\cong	Eşitir	$m(\widehat{\text{ABC}})$	ABC açısının ölçüsü
₺	Türk lirası sembolü	$(\widehat{\text{AB}})$	AB yayı
TL	Türk lirası	$m(\widehat{\text{AB}})$	AB yayının ölçüsü
kr	Kuruş	$ \widehat{\text{AB}} $	AB yayının uzunluğu
L	Litre	$A(\widehat{\text{ABC}})$	ABC üçgeninin alanı
kg	Kilogram	$\text{Çevre}(\widehat{\text{ABC}})$	ABC üçgeninin çevresi
g	Gram	r	Yarıçap
cm	Santimetre	π	Pi sayısı
mm	Milimetre	%	Yüzde sembolü
mL	Mililitre	(x, y)	x, y sıralı ikilisi
br	Birim	\perp	Diktir
cm^2	Santimetrekare	//	Paraleldir
mm^2	Milimetrekare		

CEVAP ANAHTARI

1. ÜNİTE

1. C 2. D 3. A 4. B 5. D 6. A 7. C 8. C 9. B 10. D 11. B 12. A 13. B 14. C 15. A
16. B 17. C 18. (a. II, b. IV, c. III, ç. I) 19. D, Y, Y, D 20. D 21. A 22. B

2. ÜNİTE

1. C 2. B 3. D 4. (a. II, b. IV, c. III, ç. I) 5. D, Y, Y, D 6. D 7. B 8. D 9. D 10. B 11. C 12. A
13. B 14. A 15. B 16. D 17. D

3. ÜNİTE

1. (a. II, b. IV, c. I, ç. III) 2. B 3. D 4. B 5. D 6. C 7. A 8. B 9. C 10. A 11. B 12. C 13. B
14. A 15. D 16. D 17. C 18. C 19. A 20. B

4. ÜNİTE

1. D 2. B 3. C 4. D 5. a. çizgi, b. sütun, c. çizgi, ç. çizgi, d. sütun, e. daire, f. daire 6. C 7. A
8. D, Y, Y, D, D 9. B 10. C 11. D 12. D 13. C 14. D 15. C 16. D 17. C 18. D 19. C 20. B
21. A 22. B 23. C 24. A

5. ÜNİTE

1. B 2. D 3. C 4. A 5. D 6. C 7. B 8. C 9. B 10. A 11. C 12. A 13. B 14. A 15. C 16. B
17. C 18. A 19. B 20. B 21. B 22.

